



*К 95-летию Финансового университета
при Правительстве Российской Федерации*

СТАТИСТИКА

Под редакцией профессора В.Н. Салина
и доцента Е.П. Шпаковской

Рекомендовано
УМО вузов России по образованию
в области финансов, учета и мировой экономики
в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по направлениям подготовки
«Экономика» и «Менеджмент»

Третье издание, стереотипное

КНОРУС • МОСКВА • 2014

Knorus media
электронные версии книг



*К 95-летию Финансового университета
при Правительстве Российской Федерации*

СТАТИСТИКА

Под редакцией профессора В.Н. Салина
и доцента Е.П. Шпаковской

Рекомендовано
УМО вузов России по образованию
в области финансов, учета и мировой экономики
в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по направлениям подготовки
«Экономика» и «Менеджмент»

Третье издание, стереотипное

КНОРУС • МОСКВА • 2014

Knorus media
электронные версии книг

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я73
С78

Рецензенты:

И.И. Елисеева, заведующая кафедрой «Статистика и эконометрика» Санкт-Петербургского государственного экономического университета, чл.-корр. РАН, заслуженный деятель науки РФ, д-р экон. наук, проф.,
В.Г. Минашкин, проректор по учебной работе, проф. Московского государственного университета экономики, статистики и информатики (МЭСИ), д-р экон. наук

Статистика : учебное пособие / коллектив авторов ; под ред. С78 В.Н. Салина, Е.П. Шпаковской — 3-е изд., стер. — М. : КНОРУС, 2014. — 504 с. — (Бакалавриат).

ISBN 978-5-406-03740-9

Рассмотрены вопросы методологии сбора, обработки, анализа и представления информации. Изложены методические указания и задачи по программе курса «Статистика». В каждой теме приведены примеры с подробными решениями, формирующие практические навыки и умение понять и оценить состояние и тенденции развития экономических процессов на микро- и макроуровне.

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования третьего поколения.

Для подготовки бакалавров по направлениям «Экономика», «Менеджмент», «Прикладная математика и информационные технологии» и др.

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я73

СТАТИСТИКА

Сертификат соответствия № РОСС RU АЕ51 Н 16509 от 18.06.2013.

Изд. № 7460. Подписано в печать 27.01.2014.

Формат 60×90/16. Гарнитура «Times New Roman PS». Печать офсетная.

Усл. печ. л. 31,5. Уч.-изд. л. 16,8. Тираж 1500 экз. Заказ №

ООО «КноРус».

117218, г. Москва, ул. Келарова, д. 14, корп. 2

Тел. 8-495-741-46-28

E-mail: office@knorus.ru <http://www.knorus.ru>

Отпечатано в ОАО «ИПК „Чувашини“»

428019, г. Чебоксары, проспект И. Яковлева, д. 13

ISBN 978-5-406-03740-9

© Коллектив авторов, 2014
© ООО «КноРус», 2014

ВВЕДЕНИЕ	7
ЧАСТЬ I. ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ	
Тема 1. Предмет, метод и основные понятия статистики	
1.1. Методические указания	10
1.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	12
Тема 2. Статистическое наблюдение	
2.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	13
2.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	15
Тема 3. Сводка и группировка статистических материалов	
3.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	17
3.2. Реализация типовых задач на компьютере с использованием Microsoft Excel	21
3.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	38
Тема 4. Статистические таблицы	
4.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	48
4.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	57
Тема 5. Графическое изображение статистических данных	
5.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	58
5.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	65
Тема 6. Абсолютные и относительные статистические величины	
6.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	74
6.2. Реализация типовых задач на компьютере с использованием Microsoft Excel	84
6.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	87
Тема 7. Средние величины	
7.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	95
7.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	104
Тема 8. Показатели вариации	
8.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	116
8.2. Вычисление показателей вариации средствами Excel	129
8.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	134
Тема 9. Выборочное наблюдение	
9.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	142
9.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы	154

Тема 10. Корреляционный метод	
10.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	161
10.2. Реализация типовых задач на компьютере с использованием Microsoft Excel.....	200
10.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	227
Тема 11. Ряды динамики	
11.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	233
11.2. Реализация типовых задач на компьютере с использованием Microsoft Excel.....	250
11.3. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	280
Тема 12. Индексы	
12.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	296
12.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	311
Тема 13. Показатели дифференциации и концентрации	
13.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	322
13.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	333
ЧАСТЬ II. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА	
Тема 14. Статистика населения	
14.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	336
14.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	342
Тема 15. Статистика трудовых ресурсов и занятости населения	
15.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	348
15.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	352
Тема 16. Макроэкономическая статистика	
16.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	356
16.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	363
Тема 17. Статистика рынка товаров и услуг	
17.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	382
17.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	386
Тема 18. Статистика численности и движения персонала организаций, использования рабочего времени	
18.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	394
18.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	397
Тема 19. Статистика производительности труда	
19.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	403
19.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	406
Тема 20. Статистика оплаты труда и затрат на рабочую силу	
20.1. Методические указания и примеры решения типовых задач.....	414
20.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	417

Тема 21. Статистика основных фондов и материальных оборотных средств организации (предприятия)	
21.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	426
21.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	430
Тема 22. Статистика финансовых результатов деятельности организации (предприятия)	
22.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	441
22.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы. ..	444
Тема 23. Статистика финансов	
23.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	452
23.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы. ..	457
Тема 24. Статистика социального развития и уровня жизни населения	
24.1. Методические указания и примеры решения типовых задач	468
24.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы.....	472
ПРИЛОЖЕНИЯ	478
ЛИТЕРАТУРА	504

Авторский коллектив

В.Н. Салин,	профессор; введение; темы 1, 2, 3.1, 3.3, 4, 5, 6.1, 6.3, 7—9, 10.3, 11.1, 11.3, 12, 13.1.1, 13.1.2, 14—24
Б.Ю. Левит,	профессор; темы 3.2, 6.2, 8.2, 10, 11.2, 13.1.3
Е.П. Шпаковская,	доцент, темы 3.3, 4, 5.2, 6.3, 7, 8.1, 8.3, 9, 10.3, 11.1, 11.3, 12, 13.1.1, 13.1.2, 14—22
Л.Ю. Архангельская,	доцент; темы 13.1.1, 13.1.2, 13.2
М.В. Вахрамеева,	доцент; темы 12, 21
И.В. Воробьёва,	доцент; темы 3.1, 3.3, 4, 9, 14—15, 20, 24
Л.Е. Данилина,	доцент; темы 6.1, 6.3, 17
М.И. Калашникова,	доцент; темы 5, 23
С.И. Кудряшова,	доцент; темы 11.1, 11.3, 16
В.Г. Мсдведев,	доцент; темы 8.1, 8.3
А.А. Попова,	доцент; темы 5, 9, 17
В.Н. Прасолов,	доцент; темы 8.1, 8.3
О.Ю. Ситникова,	доцент; темы 6.1, 6.3, 23
О.Г. Третьякова,	доцент; темы 10.1, 10.3, 22
Э.Ю. Чурилова,	доцент; темы 8.1, 8.3

Знание статистики помогает экономисту приобрести навыки работы со статистической информацией, ознакомиться с научной, методической, специальной и периодической литературой, зарубежным опытом финансово-статистического анализа и результатами экономических исследований.

Сегодня, когда в России ревизии подвергается весь пласт экономической науки, важно понять, правильно оценить и закрепить в образовательных программах наряду с достижениями отечественных ученых и зарубежный опыт в сфере развития статистики. Без статистической составляющей вряд ли возможна интеграция в европейское образовательное пространство.

Последовательность представления материала в учебном пособии, позволяющая приобрести обучающимся необходимые компетенции, такова: каждую тему открывают методические указания, затем даются контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения.

Ряд разделов первой части задачника заканчиваются описанием инструментальных средств Excel 2010 (далее — Excel), наиболее удобных для решения рассматриваемых в разделе задач. Предполагается, что обучающиеся имеют навыки работы с Excel, полученные при изучении курса «Информатика», предусмотренного учебными планами подготовки бакалавров по направлениям «Экономика», «Менеджмент», «Прикладная математика и информационные технологии» и др. В соответствии с этим при рассмотрении соответствующего инструментария в основном описываются только тонкости его применения, связанные со спецификой рассматриваемой задачи, а технология решения задачи иллюстрируется на кратких примерах таблиц Excel.

Шрифты и обозначения. В тексте и в таблицах Excel используется приведенное ниже шрифтовое оформление и специальные обозначения.

Шрифтом ARIAL обозначаются любые элементы Excel – адреса и имена ячеек (G5 или C14a1), формулы ($=D7 \cdot C14a1$), названия функций и ее аргументы (ОКРУГЛ(B3;2)) и т.д.

Шрифтом Courier New набраны названия различных элементов управления работой Excel или Windows (элементов меню, команд, диалоговых окон, их вкладок и полей, названий файлов и др.).

В примерах таблиц Excel **двойным контуром** обведены ячейки, в которые непосредственно должны быть введены формулы или константы, подлежащие затем копированию. Данные, вводимые в такие ячейки, называются *образцами*. Ячейки, содержимое которых формируется в результате копирования образцов, обведены шпунтирным контуром, а содержимое таких ячеек называются *копиями*.

Символ $\leftrightarrow$, поставленный в конце формулы, означает, что формула продолжится на следующей строке книги или ячейки Excel. В Excel такую формулу следует вводить единой строкой без символа $\leftrightarrow$.

Имена ячеек/диапазонов. Обозначения, например, X[H7:H9]; Ставка[A3] означают, что имя X присвоено диапазону H7:H9, а имя Ставка – ячейке A3. В примерах таблиц Excel имена ячеек/диапазонов указываются в ячейках, расположенных слева или над соответствующими ячейками/диапазонами, как это сделано в ячейках B6:F6 на рис. 3.1.

Поскольку в именах не могут использоваться (или не отображаются и не различаются) нижние или верхние индексы, а также символы с диакритическими знаками, типа $\bar{x}$, $\bar{y}$, то вместо, например, обозначений $a_{\bar{n}}$, a_i , t_{avg} и т.д. используются имена $a0$, $a1$, t_{baz} , а вместо $\bar{x}$, $\bar{y}$ — имена Xcr и Ycr. Кроме того, в тексте и именах Excel прописными буквами, например, X или Y обозначаются массивы, элементами которых являются значения x и y (или x_i и y_i).

Описание последовательности команд основного и зависящих меню, названия необходимой вкладки или открывающегося диалогового окна выполняются в соответствии со следующими правилами:

- последовательность команд Excel записывается в виде: Команда_меню/Команда или Команда_меню/Раскрывающийся_список_в_ленте/Команда_в_списке, например, Вставка/Сводная_таблица/Сводная_таблица;
- кнопки (команды) в ленте обозначаются их названиями, например, Сумма;
- символ "↓" означает раскрытие списка соответствующей команды (кнопки, поля). Например, выражение Главная/Шрифт↓ указывает

вает на необходимость раскрытия списка поля Шрифт, а запись Главная/Сумма↓/Число указывает на необходимость раскрытия списка кнопки Сумма и выбор из списка команды Число.

Представление процентных значений и операции с ними. Традиционно в статистических таблицах процентные значения показателей приводятся в виде десятичного числа с нужным количеством знаков после запятой и *без знака %*. Например, значения процентных ставок изображаются в виде 14,17, 12,99 и т.д. В большинстве случаев представленные таким образом процентные значения, в процессе вычислений необходимо делить на 100. Excel позволяет задавать процентные значения непосредственно в процентной форме со знаком %, что избавляет от необходимости деления на 100, а в ряде случаев способствует более наглядному представлению результатов. Поэтому далее в таблицах Excel все процентные значения представляются в процентной форме со знаком процен. Однако при необходимости средства форматирования Excel позволяют преобразовать процентные значения к иному необходимому виду.

Настройка Пакет анализа. В этой настройке сгруппировано большое количество средств статистического анализа. Напомним, что для ее использования ПАКЕТ АНАЛИЗА должен быть подключен к Excel командой Файл/Параметры/Настройки. Внизу открывшегося окна щелкнуть на кнопке ПЕРЕЙТИ и в следующем открывшемся окне поставить галочку слева от слов ПАКЕТ АНАЛИЗА. Признаком того, что ПАКЕТ АНАЛИЗА подключен, служит появление в Ленте команды Данные/Анализ_данных, посредством которой эта настройка и вызывается. При ее выполнении открывается окно, содержащее список инструментов статистического анализа из которого и выбирается необходимый инструмент, например, Корреляция.

Приведенные в учебном пособии цифровые данные являются условными. В случаях использования данных статистических сборников, даются соответствующие ссылки.

**ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД
И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СТАТИСТИКИ****1.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Предмет изучения статистики как науки — количественная сторона массовых социально-экономических явлений и процессов в неразрывной связи с их качественным содержанием.

Особое значение для статистики имеет закон больших чисел. Его сущность состоит в том, что объективно существующие законы и закономерности развития социально-экономических процессов проявляются лишь в результате исследования *массы* фактов, путем организации *массового* статистического наблюдения. Индивидуальные отклонения, связанные с проявлением случайности в развитии социально-экономического процесса, погашаются в средней величине. В силу этого средняя величина отражает наиболее типичный уровень развития явления, складывающийся под воздействием наиболее существенных и постоянно действующих условий, в определенном месте и в определенное время. Закон больших чисел позволяет абстрагироваться от индивидуальных значений признаков и фиксировать общее в их развитии.

Статистике присущ специфический метод исследования, который предполагает следующую последовательность действий: разработку гипотезы исследования; организацию статистического наблюдения; сводку и группировку собранных данных; применение широкого арсенала методов анализа и экономическую интерпретацию полученных результатов.

Статистические показатели обладают определенной устойчивостью, что позволяет говорить о том, что, рассчитывая их и измеряя связи между ними, специалисты исследуют массовые социально-экономические явления и процессы в целях установления закономерностей их развития. Методы анализа, используемые статистикой,

определяются существом стоящих задач и зависят от характера исследуемой информации.

Статистика как наука имеет свою терминологию и специальные понятия.

Статистическая закономерность — объективная закономерность сложного массового процесса, проявляющаяся в итоге массового статистического наблюдения. Для статистической закономерности характерно то, что она проявляется с определенной вероятностью и описывается статистическими характеристиками.

Статистическая совокупность — множество единиц массового социально-экономического явления, однородных с точки зрения их качественной сути и объединенных на основе общих признаков, изучение которых и составляет цель статистического исследования.

Статистические признаки — свойства, которыми обладают единицы статистической совокупности. Признаки могут быть количественными, качественными и альтернативными.

Статистические показатели представляют собой количественную характеристику изучаемых признаков. Различают индивидуальные и общие статистические показатели. Соответственно индивидуальные показатели характеризуют значения признака у отдельно взятой единицы совокупности, а обобщающие – сумму значений признака или их среднюю величину по совокупности в целом.

Статистическое исследование включает следующие этапы:

- 1) разработку гипотезы статистического исследования;
- 2) статистическое наблюдение или сбор первичной статистической информации;
- 3) сводку и группировку первичной информации;
- 4) анализ статистической информации;
- 5) экономическую интерпретацию полученных результатов

Это многоотраслевая наука, которая включает теорию статистики, социально-экономическую статистику, статистику финансов, национального счетоводства, отраслевые статистики. Она самым тесным образом связана с экономической теорией, математикой, маркетингом, философией, менеджментом, правом и другими науками.

Применение современной статистической методологии практически невозможно без использования новейших средств вычислительной техники.

1.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Назовите предмет статистики как социально-экономической науки.
2. Метод статистической науки. Какова методологическая основа теории статистики?
3. Какова роль статистики в управлении экономическими процессами?
4. Что такое статистическая закономерность? Когда она обнаруживается?
5. Сформулируйте определение сущности и содержания закона больших чисел для статистического исследования.
6. Дайте определение основным категориям статистики: признак, совокупность, статистическая закономерность, показатель, система показателей.
7. Приведите примеры качественных, количественных и альтернативных признаков.
8. Приведите примеры однородной и разнородной совокупности.
9. По данным статистических справочников охарактеризуйте сводные, объемные, качественные показатели развития социально-экономических явлений.
10. Перечислите и охарактеризуйте основные стадии (этапы) статистического исследования.
11. Какова информационная база статистики?
12. Какие задачи стоят перед статистикой в современных условиях?
13. В чем состоит связь статистики с экономической теорией, математикой, философией, бухгалтерским учетом и анализом хозяйственной деятельности?
14. Каковы основные этапы развития статистики?
15. Какие международные статистические организации вы знаете?
16. Как организована статистика в России?

**2.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ**

Первый этап статистического исследования — статистическое наблюдение, которое представляет собой организованный по единой программе сбор данных о социально-экономических процессах. Оно проводится путем регистрации существенных признаков изучаемых явлений с целью получения первичной статистической информации.

Объект наблюдения — исследуемая статистическая совокупность, представляющая собой множество объектов или явлений, объединенных общими качественными признаками, о которых должны быть собраны сведения.

Единица наблюдения — отдельный элемент статистической совокупности, выступающий носителем признаков, подлежащих регистрации.

Отчетная единица — субъект, от которого получают данные о единице наблюдения.

Программа статистического наблюдения — перечень признаков, подлежащих регистрации. Она охватывает вопросы, на которые должны быть получены ответы в процессе исследования.

В статистической практике используются различные формы, виды и способы наблюдения.

Формы организации статистического наблюдения:

- отчетность;
- специально организованное наблюдение;
- регистр.

Виды статистического наблюдения:

- 1) по периодичности проведения
 - единовременное,
 - текущее,
 - периодическое;
- 2) по степени охвата единиц совокупности:
 - сплошное,

- **исполненное** (в том числе **выборочное**, **направленного долевого отбора** (метод квот), **анкетное**, **основного массива**, **моногографическое**).

Способы статистического наблюдения:

- **непосредственное наблюдение**;
- **документальная запись**;
- **опрос** (экспедиционный способ, способ саморегистрации, корреспондентский и явочный способы).

Точность наблюдения. Основная цель статистического наблюдения состоит в получении достоверной статистической информации. Но при любом сборе сведений могут возникнуть погрешности, которые приведут к снижению точности получаемой информации и даже ее искажению. Эти погрешности называются ошибками наблюдения. При проведении сплошного и несплошного наблюдения возникают ошибки регистрации, а при выборочном наблюдении — ошибки репрезентативности.

Ошибки регистрации могут возникнуть по различным причинам и соответственно иметь случайный или систематический характер.

Случайные ошибки наблюдения появляются в результате оплошностей, оговорок, незнания и т.п. Эти ошибки имеют разную направленность, и при большом числе наблюдений они взаимно погашаются, нейтрализуются.

Систематические ошибки возникают главным образом за счет округления количественных показателей (возраста, стажа работы, индивидуального дохода, дохода семьи и т.п.) и имеют тенденцию искажать данные в одном каком-либо направлении (в направлении повышения или занижения). Это приводит к тому, что в результативном показателе ошибка может накапливаться.

Ошибки репрезентативности возникают при выборочном наблюдении в связи с тем, что изучению подвергается лишь часть единиц совокупности. Отобранная и обследованная часть совокупности (выборочная) недостаточно точно воспроизводит всю совокупность (генеральную). Ошибки репрезентативности представляют собой отклонения величины показателя, рассчитанного по выборочной совокупности, от его значения в генеральной совокупности.

Ошибки репрезентативности, как и ошибки регистрации, могут быть случайными и систематическими. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен в теме «Выборочное наблюдение».

2.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Перечислите основные задачи статистического наблюдения.
2. Назовите и кратко охарактеризуйте основные организационные формы статистического наблюдения.
3. Объект и единица статистического наблюдения. Каково значение их правильного определения при проведении наблюдения?
4. Какие виды статистического наблюдения в зависимости от полноты охвата наблюдением изучаемого объекта вы знаете? Назовите основные виды сплошного наблюдения.
5. Что такое организационный план статистического наблюдения?
6. Что включает программа статистического наблюдения?
7. Назовите и охарактеризуйте способы статистического наблюдения.
8. Расскажите о типах и характеристиках ошибок наблюдения.
9. Охарактеризуйте формы организации статистического наблюдения.
 - а) перепись населения,
 - б) учет естественного движения населения.
 - в) бухгалтерская отчетность.
10. Укажите виды и способы организации следующих статистических наблюдений:
 - а) регистрация рождений и смертей,
 - б) учет детей, поступающих в первый класс средней школы;
 - в) учет выпускников школ, лицеев, колледжей, ПТУ, техникумов, вузов;
 - г) переоценка основных фондов;
 - д) сельскохозяйственная перепись;
 - е) перепись населения,
 - ж) опрос общественного мнения
11. Какие признаки следует регистрировать при проведении:
 - а) обследования работы городского транспорта в целях изучения роли различных его видов в перевозках пассажиров;
 - б) обследования торговли для определения обеспеченности населения продовольственными магазинами;
 - в) обследования организации текучести рабочей силы,
 - г) выборочного обследования студентов для изучения бюджета времени
12. Были проведены следующие статистические наблюдения:
 - а) перепись основных фондов России;
 - б) изучение спроса покупателей в супермаркете на продукты питания,
 - в) анкетирование (редакция газеты напечатала анкету и попросила читателей ответить на содержащиеся в ней вопросы),
 - г) обследование бюджета рабочего времени работников сельского хозяйства

Определите, какие виды наблюдения по степени охвата объекта здесь перечислены.

13. Сформулируйте определения объекта наблюдения
 - а) при переписи школ;
 - б) переписи больниц;
 - в) переписи научных учреждений;
 - г) единовременном учете специалистов с высшим образованием;
 - д) переписи жилищного фонда;
 - е) переписи скота;
 - ж) переписи плодовых насаждений;
 - з) переписи предприятий текстильной промышленности
14. Предполагается провести статистическое обследование выпускников вуза. Какой вид статистического наблюдения целесообразно выбрать? Сформулируйте вопросы для включения их в бланк наблюдения
15. Сформулируйте объект, цель и разработайте программы следующих видов наблюдения.
 - а) обследование детских садов;
 - б) выборочное обследование зрительских предпочтений;
 - в) выборочное обследование выпускников средних школ по направлению дальнейшего обучения
16. Для изучения зависимости успеваемости студентов, окончивших первый курс высшего учебного заведения, от пола, возраста, успеваемости учеников в средней школе и их оценок при поступлении в вуз решено провести специальное статистическое обследование. Сформулируйте вопросы программы наблюдения и составьте проект бланка первичного статистического обследования. Разработайте краткую инструкцию по его заполнению. Какой вид и способ наблюдения целесообразно применить?
17. Разработайте опросный бланк для обследования недельного бюджета времени студента вуза. Постройте макет формуляра статистического наблюдения. Составьте инструкцию о порядке проведения обследования и заполнения формуляра наблюдения
18. Какие виды наблюдений и какими способами целесообразно проводить при изучении
 - а) уровня заработной платы работников, их состава по полу, возрасту, образованию и профессиональным группам;
 - б) бюджетов домашних хозяйств;
 - в) потребительских ожиданий;
 - г) пассажиропотоков на городском транспорте;
 - д) занятости населения и безработицы;
 - е) общественного мнения об актуальности публикаций в периодической печати;
 - ж) численности населения страны, его распределения по полу и возрасту;
 - з) жилищных условий студентов.

ТЕМА 3. СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

3.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Один из этапов статистического исследования — сводка и группировка информации, полученной в результате проведенного статистического наблюдения.

Сводка — операция по обобщению полученных данных, относящихся к каждой единице исследуемого объекта, и представлению их в виде таблиц, содержание которых отражает типичные черты и закономерности изучаемых явлений и процессов.

Группировка — метод исследования, заключающийся в расчленении изучаемой статистической совокупности на однородные группы по существенным для них признакам. Это продолжение сводки и один из самых сложных в методологическом аспекте этапов статистического исследования.

При проведении группировки необходимо прежде всего решить две задачи: выбрать *группировочный признак*, или *основание группировки*, и установить число выделяемых групп.

Группировочные признаки подразделяются на *количественные* и *качественные* (или *атрибутивные*). Количественные признаки имеют числовое выражение, например: объем выпуска продукции, основных фондов, численность работников, курс доллара в рублях, возраст человека, урожайность зерновых культур, размер кредита, процентная ставка и т.п. Качественные признаки не имеют числового выражения, а отражают состояние единицы совокупности, например: пол, национальность человека, семейное положение, отраслевая принадлежность предприятия-резидента и т.п.

При группировке по количественному признаку возникает вопрос о числе групп: оно зависит от числа наблюдений и особенностей вариации признака. Каждая группа должна характеризовать типы явлений, а число единиц в группе должно быть достаточно большим, чтобы можно было делать обоснованные выводы об исследуемой со-

вокупности. Число групп можно определить с помощью различных формул. Часто рекомендуется использовать формулу Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \lg N, \quad (3.1)$$

где n — число групп;
 N — число единиц совокупности.

Очень важно при группировке по количественному признаку определиться с интервалами группировки. В зависимости от исследовательских целей можно использовать равные и неравные интервалы (в последнем случае — равномерно возрастающие или убывающие), открытые и закрытые.

Если применяются равные интервалы, то их величина может быть рассчитана по следующей формуле:

$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (3.2)$$

где $x_{\max}$ — максимальное значение признака в совокупности,
 $x_{\min}$ — минимальное значение признака в совокупности.

Основные задачи метода группировок сводятся к выделению основных типов явлений, определению структуры совокупности, изучению взаимосвязи признаков. Соответственно различают следующие виды группировок:

типологическая (цель такой группировки — выделение из разнородной совокупности однородных групп единиц, классов, социально-экономических типов),

структурная (с ее помощью производится разделение однородной совокупности на группы, характеризующие структуру данной совокупности по какому-либо изменяющемуся признаку);

аналитическая (применяется для выявления связи между явлениями или различными признаками).

Статистическую группировку можно построить по одному признаку, и она будет называться *простой*. *Комбинационная* группировка строится по нескольким признакам.

В целях достижения сопоставимости данных или в иных аналитических целях производится перегруппировка единиц наблюдения и *вторичная группировка*, т.е. образуются новые группы на основе ранее произведенной группировки без обращения к первичным данным.

Результаты сводки и группировки данных статистического наблюдения представляются в виде *рядов распределения*, которые характеризуют разбивку единиц совокупности на группы по одному признаку.

Ряды распределения, образованные по качественным признакам, называются *атрибутивными*.

Группировка единиц совокупности по количественному признаку позволяет построить *вариационный ряд*.

Вариационный ряд может строиться по дискретному и непрерывному признаку. Дискретный признак выражается определенным значением, как правило, в целых числах. Ряд распределения, построенный по такому признаку, называется *дискретным вариационным рядом*. Ряд распределения, построенный по непрерывно варьирующему признаку, называется *интервальным вариационным рядом* (как правило, вариация признака здесь указывается в виде интервалов от и до). Непрерывно варьирующий признак может принимать в определенных пределах любые значения.

Вариационные ряды состоят из двух элементов — *вариантов* и *частот*. Вариант — это конкретное значение варьирующего признака. Частота — численность отдельных вариантов. Сумма частот — это численность всей совокупности. Частоты, выраженные в долях единицы или в процентах к итогу, называются *частотами*.

Пример 1. Известны следующие данные о количественном составе 50 семей.

2	3	3	1	4	2	3	3	1	5
2	2	1	3	4	3	3	3	6	6
3	3	2	2	1	3	2	5	5	2
3	2	2	1	2	3	4	5	6	1
3	4	4	5	6	1	2	2	3	1

Для того чтобы получить представление о распределении семей по числу членов, следует построить вариационный ряд.

Признак, по которому будет строиться ряд распределения, дискретный (число членов в семье). Построим дискретный вариационный ряд: для этого выпишем все значения признака (число членов в семье) в порядке возрастания и подсчитаем число семей по каждой группе. Число членов семьи — это вариант варьирующего признака (x_i), число семей — частота вариантов (f_i), частота (n_i).

Число членов семьи	Число семей	Число семей, %
x_i	f_i	w_i
1	8	16
2	13	26
3	15	30
4	5	10
5	5	10
6	4	8
Итого	50	100

Упорядоченные данные позволяют судить о распределении семей по числу членов.

Пример 2. Интервальные вариационные ряды строятся при непрерывной вариации признака.

В качестве примера рассмотрим построение такого ряда с равными интервалами. Известны данные об объеме инвестиций в основной капитал по 50 организациям региона, тыс. руб.

250 3 900 1 000 2 000 10 000 800 3 000 500 1 100 2 600
350 3 550 1 100 3 000 5 000 2 500 2 200 3 600 600 900
650 700 1 500 1 200 1 500 1 225 1 340 1 400 2 000 4 000
600 900 1 550 6 250 9 000 8 000 300 350 1 000 4 200
4 390 5 250 2 600 1 800 7 250 6 300 950 2 050 3 000 5 000

Необходимо сгруппировать данные в пять групп с равными интервалами. Определим величину интервала по формуле (3.2)

$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{10\,000 - 250}{5} = 1950 \text{ тыс. (руб.)}.$$

Для упрощения расчета возьмем величину интервала 2000 тыс. руб. и подсчитаем число организаций в каждой группе.

Объем инвестиций в основной капитал, тыс. руб.	Число организаций	Число организаций, % к итогу	Накопленная частота
x	f_i	w_i	S_i
До 2000	27	54	27
2 000—4 000	12	24	39
4 000—6 000	5	10	44
6 000—8 000	4	8	48
8 000—10 000	2	4	50
Итого	50	100	

При записи непрерывного признака, когда одна и та же величина встречается дважды (как верхняя граница одного интервала и нижняя граница следующего интервала), единица, обладающая этим значением, обычно относится к той интервальной группе, где эта величина выступает как верхняя граница.

При проведении анализа вариационных рядов с неравными интервалами необходимо использовать показатель *плотности распределения признака*. Он рассчитывается как отношение частоты или частости каждого интервала к его величине.

Для вариационного ряда можно рассчитать *накопленные частоты*, которые представляют собой нарастающий итог частот или частостей. По накопленным частотам можно судить о том, какое число единиц в совокупности имеет значение признака не выше того значения, которое соответствует выбранной величине накопленной частоты.

3.2. РЕАЛИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MICROSOFT EXCEL

3.2.1. Средства выполнения группировок и построения сводок

Перечень таких средств и сфера их применения приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Инструменты Excel выполнения группировок и построения сводок и сфера их применения

Инструмент	Сфера применения
Функция СЧЕТЕСЛИ	Построение дискретного или атрибутивного ряда распределения в случае, когда количество вариантов признака невелико, а сами варианты заранее известны и сформированы в ячейках Excel
Команда Данные/Консолидация	Построение дискретного или атрибутивного ряда распределения в случае, когда варианты признака должны быть автоматически сформированы в ячейках Excel в процессе построения ряда распределения в соответствии с данными выборки
Команда Вставка Сводная таблица/Сводная таблица	Построение атрибутивного ряда распределения или интервального вариационного ряда с интервалами постоянной длины. Группировка по нескольким признакам. Построение сложных сводок и комбинационных таблиц. Анализ временных рядов
Функция ЧАСТОТА	Построение интервального вариационного ряда с интервалами переменной длины

Инструмент	Сфера применения
Инструмент Пакет анализа/ Гистограмма	Одновременное построение интервального вариационного ряда с интервалами переменной длины, вычисление частот и накопленных частот, построение графика ряда распределения

Ниже подробно рассматривается только работа с инструментом Сводная таблица. Остальные же перечисленные в таблице средства достаточно просты и могут быть освоены самостоятельно. Относительно них напомним только, что перед их применением пользователь должен самостоятельно выполнить следующие действия:

- для применения функции СЧЕТЕСЛИ сформировать список вариантов x , группировочного признака;
- для применения команды Консолидация в диапазоне-строке задать названия признаков, с которыми будет оперировать команда, при этом группировочный признак должен быть первым в этом диапазоне. Перед вызовом команды Консолидация диапазон с названиями признаков необходимо выделить и результат консолидации будет располагаться под выделенным диапазоном;
- для функции Частота и инструмента Гистограмма в диапазоне-столбце (в Массиве интервалов или в Интервале карманов) в возрастающем порядке задать *верхние* границы $G_i, i=1...K$ интервалов строящегося вариационного ряда. Отнесенные значения x к соответствующему интервалу определяется по следующим правилам: а) нижняя граница первого интервала равна $-\infty$; б) нижняя граница $G_{i+1}, i=2...K$ не принадлежит, а верхняя граница G_i принадлежит i -у интервалу $(G_{i-1}; G_i]$; в) если количество вычисляемых частот f равно $K+1$, то к заданным интервалам добавляется полуинтервал $(G_K; \infty)$. Также напомним, что функция Частота является функцией массива. Поэтому перед ее вызовом следует выделить K или $K+1$ ячеек, в которых будет вычисляться частота, а ввод функции закончить по **Ctrl+Shift+Enter**.

3.2.2. Общая схема построения сводных таблиц

Требования к организации данных статистического наблюдения на рабочем листе Excel. Эти требования и основные приемы работы с инструментом Сводная таблица, иллюстрируются на примерах, представленных на рис. 3.1.

2	В	С	В	Е	Р	В	Н	Г	К	Л	М
3	СВТ 1. Группировка выборочных данных по показателю СЗ										
4	Статус заемщика	Кредит, ден. ед.	Процентная ставка	Срок, дни	Данные						
5	СЗ	Кр	Пр	Ср	Статус заемщика	Количество кредитов	Доля во всех кредитах	Сумма выданных кредитов, ден. ед.	Средний срок кредита, дни	Максимальная процентная ставка	
6	АОЗТ	3500	6,90%	51	АОЗТ	4	36,36%	16800	94,00	16,50%	
7	АОЗТ	4700	16,50%	140	АОЗТ	5	45,45%	18900	65,20	15,40%	
8	ИЧП	1300	8,60%	85	ИЧП	2	16,18%	3300	105,50	11,90%	
9	АОЗТ	3400	4,80%	45	Общий итог	11	100,00%	39000	84,36	16,50%	
10	АОЗТ	4700	4,30%	35	СВТ 2. Частота, частость, кумулята						
11	АОЗТ	3900	15,40%	126	Данные						
12	АОЗТ	3800	8,70%	81	Статус заемщик	Частота F	Частость W	Кумулята частоты S	Частота F	Статус	
13	АОЗТ	2600	5,80%	68	АОЗТ	4	36,36%	4	АОЗТ	Итого	
14	ИЧП	2000	11,90%	126	АОЗТ	5	45,45%	9	АОЗТ		
15	АОЗТ	4800	13,20%	133	ИЧП	2	16,18%	11	ИЧП		
16	АОЗТ	4300	4,50%	36	Всего	11	100,00%		Общий итог		
17	АОЗТ				СВТ 3.						
18	АОЗТ				Х						
19	АОЗТ				F						

Рис. 3.1. Исходный список и сводные таблицы

На нем в диапазоне ИС[B6:E17] приведены исходные данные — сведения об 11 выданных кредитах, а в столбцах G:M — три группировки этих данных по признаку СЗ (статус заемщика), полученные с помощью инструмента Сводная таблица. Процентная ставка в ПР[D7:D17], означает, что кредит в объеме Кр должен быть возвращен в объеме Кр(1+Пр).

Способ организации исходных данных на рисунке в терминах Excel называется *списком*, что в общем случае, а также и применительно к диапазону ИС[B6:E17] означает следующее.

1. Данные формируются в виде диапазона (B6:E17), у которого стороны, не примыкающие к границам рабочего листа, окружены пустыми ячейками.

2. Первая строка списка (B6:E6) содержит названия признаков, которые в Excel называются *названиями полей*, а также *метками*, или *заголовком списка*. На рисунке в заголовке используются краткие обозначения признаков, а их развернутые названия содержатся в B3:E4, но *частью списка они не являются*. Использование кратких меток вместо длинных названий очень удобно, поскольку последние могут быть не полностью видны в полях окон Excel, открывающихся при использовании тех или иных инструментов. Обратите внимание, что для выполнения первого условия краткие и развернутые названия разделены пустой строкой.

3. Значения признаков располагаются в столбцах непосредственно под их названиями (в B7:E17), а сами признаки (столбцы списка) называются *полями*.

Организация исходных данных в виде списка необходима для применения почти всех команд группы Данные, а также инструментов пакета анализа.

Создание сводной таблицы (далее СВТ). Технология работы с СВТ и используемая терминология кратко описываются на примере преобразования данных ИС в сводку СВТ 1, приведенную на рис. 3.1. Создании СВТ предусматривает задание:

- адресов исходного списка и места расположения строящейся СВТ;
- одного или нескольких признаков, по которым должна выполняться группировка (группировочных признаков);

- полей (признаков, показателей) исходного списка и характера вычислений с ними, посредством которых формируются значения в клетках СВТ.

К уже созданной СВТ могут быть применены дополнительные операции. Все сказанное реализуется посредством следующих действий.

Начало создания СВТ. Активизируется любая ячейка исходного списка (ИС) и выполняется команда Вставка/Сводная таблица/Сводная таблица. В результате появляется окно, аналогичное приведенному на рис. 3.2

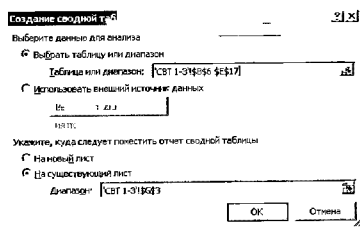


Рис. 3.2. Окно создания СВТ

В поле Таблица или диапазон необходимо указать адрес диапазона, включающего заголовок и данные ИС. Если ИС окаймлен пустыми ячейками, то этот адрес сформируется автоматически. В нижней части окна указывается, где следует разместить создаваемую СВТ. При размещении СВТ на текущем листе в поле Диапазон задается адрес ее левого верхнего угла.

Внимание! В некоторых, не рассматриваемых случаях, СВТ также займет ячейки расположенные на две строки выше указанного адреса.

Задание информации в окне рис. 3.2 заканчивается нажатием ОК, после чего на рабочем листе появляется приведенное на рис. 3.3

окно Список полей сводной таблицы (далее просто Список полей или СП), а слева от окна — контуры будущей СВТ. Положение и размеры Списка полей можно изменять обычным для Windows способом. В верхней части Списка полей содержатся названия полей исходного списка, а белые прямоугольники в нижней части Списка изображают *области* СВТ. Все области СВТ имеют приведенные в СПИСКЕ полей названия, а их назначение поясняется ниже.

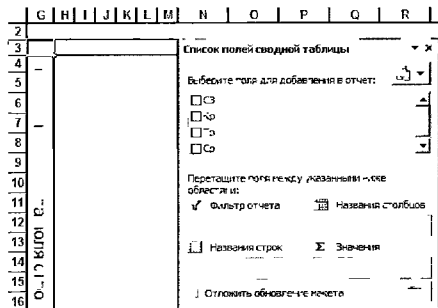


Рис. 3.3. Начальный этап создания СВТ

Одновременно над Лентой появляется элемент РАБОТА со сводными таблицами, а под ним команды ПАРАМЕТРЫ и КОНСТРУКТОР, при щелчке на которых открываются команды и кнопки, обеспечивающие выполнение различных операций с СВТ.

2. *Создание макета таблицы.* Вид (макет) СВТ формируется перемещением мышью полей исходного списка из верхней части Списка полей в соответствующие области СВТ или на контур СВТ. Поля, размещенные в этих областях, будут называться их *элементами*. В области НАЗВАНИЯ СТРОК и (или) НАЗВАНИЯ СТОЛБЦОВ помещаются поля (признаки), по которым должна быть выполнена группировка. В область

Х. ЗНАЧЕНИЯ (далее просто ЗНАЧЕНИЯ) заносятся поля, посредством которых формируются значения клеток СВТ, при этом для каждого поля в этой области должна быть указана необходимая Основная, а возможно и Дополнительная, операция, посредством которых обрабатываются значения соответствующих полей. Одновременно может быть сформировано название столбца/строки формируемой СВТ, для чего необходимо щелкнуть мышью на элементе, помещенном в соответствующую область СВТ, и в контекстном меню выбрать команду ПАРАМЕТРЫ поля или ПАРАМЕТРЫ поля значений. Если такой щелчок выполнен на элементе поля НАЗВАНИЕ строк или НАЗВАНИЯ столбцов, то откроется окно, приведенное на рис. 3.4, а при щелчке на элементе поля ЗНАЧЕНИЯ – окно, изображенное на рис. 3.5.

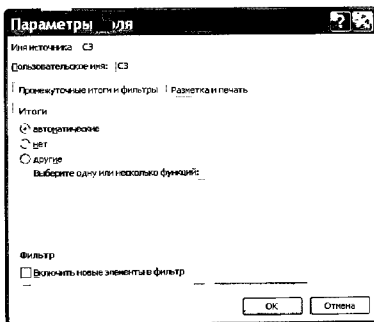


Рис. 3.4. Окно задания параметров для элемента областей
Названия строк и Названия столбцов

Параметры поля значений



Имя источника: СЗ

Пользовательское имя: Количество по полю СЗ

Операция: Дополнительное вычисление

Операция

Выборита операция, которую следует использовать для сведения

данных в выбранном поле

С. ине

Среднее

Максимум

Минимум

Произведение

Числовой формат

OK

Отмена

Рис. 3.5. Окно задания параметров для элемента области Значения

В обоих случаях в поле Пользовательское имя можно задать необходимое название столбца/строки в СВТ. Для элемента поля Значения в окне рис. 3.5 задаются необходимые Основная и Дополнительная операции (вкладка **Дополнительные вычисления**) и другие параметры.

По мере помещения полей в соответствующие области к СВТ будут добавляться новые строки/столбцы.

В соответствии со сказанным макет СВТ 1 на рис. 3.1 был создан с помощью следующих операций:

- поле СЗ было помещено в область **Названия строк**, открыто окно рис. 3.4 и в поле Пользовательское имя задан текст "Статус заемщика", в результате чего в диапазоне G4:G8 была сформирована первая графа СВТ 1;
- поле КР помещено в область **Значения**, для него заданы текст "Количество кредитов" и основная операция **Количество**, после чего в H4:H7 СВТ 1 появилась вторая графа;
- поле КР вторично помещено в область **Значения**, для этого элемента заданы "Доля во всех кредитах", основная операция **Количество**, открыта вкладка **Дополнительные вычисления** и раскрыт список дополнительных вычислений, приведенный на рис. 3.6. В этом списке была выбрана операция **Доля от суммы по столцу**. Результатом это явилось появлением третьей графы в СВТ 1.

? **X**

Пользовательские инициалы:

CITIZENSHIP

Дополнительные вычисления

Дополнительные вычисления

Имя: Мат

Отличие: Отличие

Диаг: Диаг

По введенное отличие: по введенное отличие

☒ Диагональ

☒ Диаг. от суммы по столбцу

Числовой формат

OK Отмена

В дальнейшем описанные выше операции по созданию СВТ будут кратко описываться посредством таблиц, аналогичных рис. 3.2.

Таблица 3.2

Таблица 3.2

№ п/п	Поле исходного списка	Область СВТ	Пользовательское имя	Основная операция	Дополнительная операция	Дополнительная операция
1	СЗ	Названия строк	Статус заемщика	—	—	—
2	КР	Значения	Количество кредитов	Количество	—	—
3	КР	Значения	Доля во всех кредитах	Количество	Доля от суммы по столбцу	—
4	КР	Значения	Сумма выданных кредитов	Сумма	—	—

№ л.п.	Поле исходного списка	Область СВТ	Пользовательское имя	Основная операция	Дополнительная операция	Дополнительная операция
5	CP	Значения	Средний срок кредита	Среднее	—	—
6	PR	Значения	Максимальная процентная ставка	Максимум	—	—

По окончании построения СВТ 1 окно Список полей принимает вид, приведенный на рис. 3.7. За небольшим, рассмотренным далее исключением, это окно и табл. 3.2 эквивалентно описывают СВТ 1 на рис. 3.1.

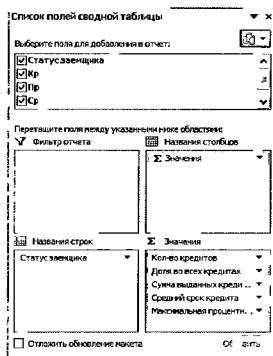


Рис. 3.7. Вид окна Список полей после построения СВТ 1 на рис. 3.1

3. *Управляющие элементы СВТ и ее перестройка.* Заголовки СВТ, соответствующие полям, по которым выполняется группировка, т.е. полям, помещенным в области НАЗВАНИЯ СТРОК и (или) НАЗВА-

ния столбцов, далее будут называться *управляющими элементами*. В названиях таких элементов присутствует треугольная стрелка (см. ячейки G3, G13, L13 на рис. 3.1). Управляющим элементом также является ячейка СВТ со словом Данные (в некоторых случаях в такой ячейке также присутствует треугольная стрелка, а вместо слова Данные используется Значение). Управляющие элементы позволяют выполнять следующие операции с построенной СВТ:

- определять состав элементов группировки, выводимых в СВТ. Для этого следует щелкнуть мышью на стрелке в управляющем элементе и в раскрывшемся списке пометить необходимые опции (эти действия элементарны, и освоить их предлагается самостоятельно);

- перестроить СВТ, т.е. изменить ее вид. Для этого нужно щелкнуть правой кнопкой мыши на управляющем элементе в СВТ, из контекстного меню выполнить команду Переместить или Переместить в значения, и в меню следующего уровня указать, куда следует его переместить. Эти действия также можно выполнить, перетаскивая мышью управляющий элемент в нужную позицию в СВТ, при этом штриховая линия будет указывать, как и где будут размещены значения СВТ, соответствующие перемещаемому элементу.

- вид таблицы также существенно изменится, если элемент Z Значения в области Названия столбца (см. рис. 3.7) переместить, например, в область Названия строк. При этом вид СВТ будет различным при помещении элемента Z Значения выше или ниже поля Статус заемщика.

При описанном способе перестройки СВТ не меняется смысл выполняемых с ее помощью группировок и вычисляемых значений. Существует не рассматриваемая здесь возможность перестройки СВТ, при которой изменяются как группировочный признак, так и вычисляемые значения.

4. Детализация значений сводной таблицы Если дважды щелкнуть на любой ячейке СВТ из области Данные (например, на ячейке H6), то будет создан новый лист Excel и в нем приведены строки исходного списка, на основе которых вычислено значение в рассматриваемой ячейке.

5. Форматирование построенной сводной таблицы и ее сортировка. К ячейкам СВТ могут быть применены почти все средства форматирования, имеющиеся в Excel. Форматирование СВТ также

может быть выполнено с помощью команд ПАРАМЕТРЫ ТАБЛИЦЫ и ПАРАМЕТРЫ ПОЛЕЙ ЗНАЧЕНИЙ (или ПАРАМЕТРЫ ПОЛЯ), выполняемых из контекстного меню любой ячейки СВТ и примеры использования этих окон приводятся в следующих разделах.

За редким исключением в построенной СВТ можно щелкнуть на любом заголовке столбца/строки и отредактировать его текст в строке формул.

Для упорядочивания СВТ по возрастанию/убыванию значений какого-либо столбца/строки достаточно щелкнуть правой кнопкой мыши на любой ячейке этого столбца/строки, из контекстного меню выбрать команду Сортировка и в меню следующего уровня указать параметры сортировки.

6. *Технологические средства выполнения различных операций* с СВТ, к которым в частности относятся:

- команды контекстного меню СВТ, появляющиеся при щелчке правой кнопкой на любой ячейке сводной таблицы;
- команды меню или окна, открывающиеся при двойном щелчке на заголовке столбца/строке СВТ (но не на ее управляющих элементах);
- инструментальные кнопки Ленты, расположенные в группе РАБОТА со сводными таблицами, которая автоматически появляется при щелчке на любой ячейке СВТ и исчезает при работе с другими ячейками;

Читателю предлагается самостоятельно вызвать соответствующие инструменты управления СВТ и ознакомиться с их содержанием.

7. *Обновление данных СВТ.* Изменение данных в исходном списке, *автоматически не приводит* к соответствующему изменению значений в ячейках СВТ. Чтобы это произошло, необходимо или щелкнуть по инструментальной кнопке РАБОТА со сводной таблицей/ПАРАМЕТРЫ/ДАННЫЕ/ОБНОВИТЬ или из контекстного меню любой ячейки СВТ выполнить команду ОБНОВИТЬ.

8. *Построение диаграмм на основе СВТ.* Для этого достаточно щелкнуть на какой-либо ячейке СВТ, с помощью ленты выполнить команду РАБОТА со сводными таблицами/ПАРАМЕТРЫ/Сводная диаграмма и в появившемся окне выбрать тип диаграммы. На диаграмме в виде соответствующих рядов выводятся значения всех столбцов СВТ (см. рис. 3.8).

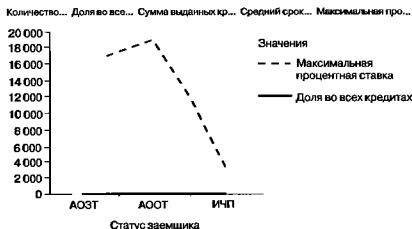


Рис. 3.8. Диаграмма, построенная по данным СВТ1 на рис. 3.1

Чтобы удалить лишний ряд следует щелкнуть на нем правой кнопкой мыши (ряд должен при этом выделиться), выполнить из контекстного меню команду **Формат ряда данных**, и в открывшемся окне для опции **Цвет** линии пометить селектор **Нет**. Остальные возможности форматирования диаграммы предлагается освоить самостоятельно.

Формулы, по которым выполняются дополнительные вычисления (операции) в СВТ приводятся в табл. 3.3. В графах "Операции" этой таблицы полужирным шрифтом указаны названия операции в том виде, как они приводятся в окне **Дополнительные вычисления** на рис. 3.6, а курсивом – принятые в статистике названия соответствующего показателя. Обозначения, стоящие в формулах слева от знака равенства, введены автором для удобства ссылок на формулу. Остальные обозначения в формулах имеют следующий смысл:

i, t, q , – номера строк или столбцов СВТ, содержащие числовые значения (заголовки СВТ не нумеруются),

$y_{i,t}$ или $y_{t,q}$ – значение элемента СВТ, расположенного в i -й строке и соответственно в t -м или q -м столбце.

В формулах вычисления Δ, T, Π, S предполагается, что значения показателя y располагаются в i -строке СВТ. Если же значения y располагаются в столбце, то в этих формулах следует считать, что индекс i обозначает номер столбца, а t и q – номер строки.

Список и формулы выполнения дополнительных операций

Операция	Формула	Операция	Формула
Отличие (цепной или базисный абсолютный прирост)	$\Delta_{itq} = y_{it} - y_{iq}$	С нарастающим итогом в поле	$S_{ik} = \sum_{t=1}^k y_{it}$
Доля, в % (цепной или базисный темп роста)	$T_{itq} = \frac{y_{it}}{y_{iq}}$	Доля от суммы по строке, в %	$\alpha_{it} = \frac{y_{it}}{\sum_i y_{it}}$
Приведенное отличие, в % (цепной или базисный темп прироста)	$\Pi_{itq} = \frac{y_{it}}{y_{iq}} - 1$	Доля от суммы по столбцу, в %	$\beta_{it} = \frac{y_{it}}{\sum_i y_{it}}$
Доля от общей суммы, в %	$\gamma_{it} = \frac{y_{it}}{\sum_{i,t} y_{it}}$	Индекс, в %	$\delta_{it} = \frac{y_{it} \sum_{i,t} y_{it}}{\sum_i y_{it} \sum_t y_{it}}$

3.2.3. Примеры выполнения группировок с помощью сводных таблиц

Пример 3.1. Вычисление частот вариантов, их частостей и кумулят частот для качественного признака. Речь идет о построении СВТ 2 на рис. 3.1. Первые три столбца этой таблицы отличаются от первых столбцов таблицы СВТ 1 только названиями заголовков граф. Поэтому эти столбцы создаются с помощью действий, описанных в первых трех строках табл. 3.2, но с названиями граф, приведенных на рис. 3.1. В графе Кумулята частот вычислены суммы частот F нарастающим итогом. Для создания этого столбца поле КР было помещено в область Значение, и для него была задана основная операция Количество и дополнительная С нарастающим итогом в поле, а в качестве поля указало Статус заемщика (переименованное поле СЗ).

После построения таблицы была выделена ячейка G12 и в строке формул слова Общий итог заменены на Всего.

Пример 3.2. Вычисление только частот вариантов атрибутивного или дискретного признака (построение атрибутивного или дискретного вариационного ряда распределения). Требуется

построить СВТ, состоящую только из первых двух столбцов таблицы СВГ 1. Однако сделать это средствами СВТ *оказывается невозможным*. Если попытаться решить задачу, посредством действий, описанных в первых двух строках табл. 3.2, то получим таблицу СВТ 3, приведенную на рис. 3.1 в диапазоне L12:M17

К сожалению, СВТ 3 не поддается никакой перестройке. В частности элемент с текстом Частота, F в ячейке L12 невозможно никуда переместить, а текст ИТОГ в M13 невозможно изменить. Преодолеть указанный недостаток можно, введя необходимые названия столбцов СВГ в строке, расположенную выше таблицы, как это сделано на рисунке в диапазоне L11:M11. При необходимости же распечатки таблицы следует предварительно скрыть строки 21:22 и затем распечатать диапазон H21:J27. Этот прием может быть использован с любыми сводными таблицами.

Пример 3.3. Построение интервального вариационного ряда для непрерывного признака с помощью вторичной группировки. Две сводные таблицы СВТ 4 и СВТ 5, содержащие такие ряды и построенные по данным списка ИС[B6:E17] на рис. 3.1 для признака Процентная ставка (Пр), приведены на рис. 3.9.

	R	S	T	U	V	W
2	СВТ 4			СВТ 5		
3	Частота, F			Данные		
4	Пределы процентной ставки	Итог		Пределы процентной ставки	Частота, F	Частость, W
5	0,043-0,068	4		0,043-0,068	4	36,36%
6	0,068-0,093	3		0,068-0,093	3	27,27%
7	0,118-0,143	2		0,118-0,143	2	18,18%
8	0,143-0,168	2		0,143-0,168	2	18,18%
9	Общий итог	11		Общий итог	11	100,00%

Рис. 3.9. Интервальные вариационные ряды для признака Процентная ставка (Пр)

Указанные СВТ построены тем же способом, что и СВТ 2, СВТ 3 на рис. 3.1, с тем различием, что в область Названия строк макета СВТ вместо СЗ был занесен признак Пр. Созданные таким образом СВТ сначала будут отличаться от показанных на рис. 3.9. Для преобразования этих СВТ к виду приведенному на рисунке над ними необходимо выполнить следующие действия:

- щелкнуть правой кнопкой мыши на элементах Пределы процентной ставки (ячейки R4 и U4) и из контекстного меню выполнить команду Группировать;

- в открывшемся окне Группирование или принять предлагаемые Excel начальное и конечное значения признака процентной ставки, а также шаг интервального ряда, или задать эти значения самостоятельно. При построении таблиц на рис. 3.9, в окне Группирование был задан шаг, равный 0,025. Такая операция далее будет называться *вторичной группировкой элемента* с соответствующим шагом (в данном случае элемента Пр с шагом 0,025) После щелчка на ОК таблицы примут приведенный на рис. 3.9 вид.

Пример 3.4. Группировка по значениям двух признаков. Соответствующая таблица приведена на рис. 3.10. В ней группировка выполнена как по значениям Пр процентной ставки, так и по срокам кредитов Ср. Для ее создания элемент Пр был помещен в область НАЗВАНИЕ строки макета таблицы, а элемент Ср – в области НАЗВАНИЕ столца и в Данные. Элементу в области Данные назначена операция Количество и присвоено имя Количество кредитов.

	С	Н	Г	Ж	К
20	СЕТ 6				
21	Количество кредитов	Ср			
22	Пределы процентной ставки	35-84	85-134	135-184	Итого
23	0,043-0,068	4			4
24	0,068-0,093	2	1		3
25	0,118-0,143		2		2
26	0,143-0,168		1	1	2
27	Итого	6	4	1	11

Рис. 3.10. Группировка по значениям двух признаков: процентная ставка и срок кредита

После создания таблицы была сначала выполнена группировка элемента Пр с шагом 0,025, а затем элемента Ср с шагом 50. После построения таблицы текст **Общий итог** в K22 был заменен на **Итого**, и при этом автоматически на **Итого** заменился текст в G27.

Пример 3.5. Построение комбинационной таблицы группировкой по количественному Пр и качественному СЗ признакам.

Таблица указанного вида приведена на рис. 3.11. При создании этой таблицы признак Пр был помещен в область НАЗВАНИЕ строк, а признак СЗ – в НАЗВАНИЯ столбцов *выше имевшегося там элемента У* Значение. Признак СЗ также дважды был помещен в область Значения и для него были выполнены операции, описанные в строках 2—3 табл. 3.2, а столбцам назначены имена соответственно F и W.

	Г	Н	Т	Ж	К	Л	М	О
32	СЗ	Данные						
33		АОЗТ		АООТ		ИЧП		
34	Пределы процентной ставки	F	W	F	W	F	W	Итого F W
35	0,049-0,068	2	50,00%	2	40,00%	0,00%	4	36,36%
36	0,068-0,083		0,00%	2	40,00%	1	50,00%	3 27,27%
37	0,118-0,143	1	25,00%	0,00%	1	50,00%	2	18,18%
38	0,143-0,168	1	25,00%	1	20,00%	0,00%	2	18,18%
39	Общий итог	4	100,00%	5	100,00%	2	100,00%	11 100,00%

Рис. 3.11. Группировка по количественному (Пр) и качественному (СЗ) признакам

После создания таблицы с ней были выполнены следующие действия.

- задана группировка по признаку Пр с шагом 0,025;

• объединены пары ячеек с текстами АОЗТ, АООТ, ИЧП. Для этого в контекстном меню любой ячейки СВТ следует выполнить команду ПАРАМЕТРЫ СВОДНОЙ ТАБЛИЦЫ, в появившемся окне открыть вкладку РАЗМЕТКА и шильды и в ней поместить флажок ОБЪЕДИНЯТЬ и ВЫРАВНИВАТЬ ячейки с подписями (рис. 3.12);

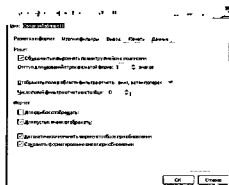


Рис. 3.12. Опция объединения ячеек в заголовках столбцов СВТ

- установлена минимально необходимая ширина столбцов и выполнено необходимое форматирование ячеек.

3.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- Какова роль группировки в статистике?
- Охарактеризуйте различные виды группировок: типологическую, структурную, аналитическую, комбинационную. Для чего используется вторичная группировка?
- Что представляет собой ряд распределения?
- Как называются ряды распределения, полученные в результате группировок по количественным и качественным признакам?
- Как строятся вариационные ряды по дискретному и непрерывному признакам?
- Что такое классификация и номенклатура? Приведите примеры.
- Выделите из числа перечисленных дискретные и непрерывные вариационные признаки группировок:
 - зарботная плата;
 - численность работников фермерских хозяйств;
 - число вкладов населения в учреждениях Сбербанка;
 - добавленная стоимость;
 - число мест в театре;
 - численность населения страны;
 - размер обуви;
 - разряд сложности работы.
- К каким группировочным признакам количественным или атрибутивным — относятся?
 - прибыль предприятия;
 - пол человека;
 - национальность;
 - возраст человека;
 - посевная площадь сельскохозяйственной культуры;
 - зарботная плата рабочего;
 - образование (незавершенное среднее, среднее, высшее).
- Представьте приведенные данные об оценке деятельности компании ее 63 клиентами (выставлялись баллы от 1 до 6) в виде ряда распределения и изобразите его графически.

4	6	5	2	3	5	5	5	5
4	5	2	3	2	3	2	3	4
3	2	1	2	4	4	5	4	6
4	3	3	6	2	6	4	3	4
5	2	5	1	4	5	5	1	6
1	6	3	1	5	4	5	6	3
4	3	5	2	5	4	3	1	6

10. Выплаты страховой компании по ОСАГО составили, тыс. руб

40	20	10	5	60	82	66	28	6
43	32	45	33	14	25	41	112	90
5	12	39	40	35	38	130	92	115
102	88	50	110	35	15	40	85	41
68	44	63	52	56	47	60	48	58
32	38	34	35	34	54	70	75	15

Постройте ряд распределения результатов наблюдения и изобразите его графически¹.

11. Численность персонала организаций города характеризуется следующими данными

180	129	174	96	47	82	96	92
94	42	97	150	122	134	77	148
120	80	87	121	110	70	61	136
48	67	44	56	117	82	58	64
184	95	138	155	84	97	112	145
150	45	67	131	110	85	90	162
140	184	44	200	228	143	71	82

Постройте вариационный ряд, выделив шесть групп. Изобразите его графически. Объясните, какой вид графика следует использовать.

12. Известны следующие данные о научном стаже 80 сотрудников исследовательского центра (человек).

5, 1, 7, 2, 1, 5, 8, 10, 0, 7, 2, 3, 5, 1, 4, 8, 3, 1, 0, 6, 2, 10, 10, 4, 4, 12, 13, 6, 7, 2, 3, 3, 5, 6, 15, 20, 21, 6, 8, 10, 13, 7, 0, 9, 9, 12, 0, 24, 25, 17, 18, 11, 13, 5, 6, 8, 14, 15, 20, 22, 7, 8, 9, 10, 12, 25, 21, 19, 18, 26, 2, 4, 7, 6, 9, 10, 11, 22, 28, 20

Постройте ряд распределения, выделив группы с равными интервалами в пять лет, сделайте выводы.

13. Иммем следующие данные о процентной ставке 25 коммерческих банков.

12,5	12,2	11,7	11,2	9,7	11,6	11,5
12,0	9,8	11,4	11,6	11,3	11,6	11,0
11,5	9,9	10,8	11,0	10,5	10,5	10,1
11,5	11,2	10,6	10,0			

¹ Здесь и далее смотри графическое изображение рядов распределения на стр. 58—60 пособия

Представьте данные в виде интервального ряда, объединив их в четыре группы с равными интервалами. Постройте график по сгруппированным данным. Укажите тип графика.

14. Имеется ряд распределения организаций по численности персонала с интервалом, равным 20. Используя эти данные, постройте ряд распределения с интервалом, равным 45 (первая группа «до 50»)

Группа предприятий с численностью персонала, человек	Число организаций, % к итогу
До 50	2
51—70	3
71—90	10
91—110	10
111—130	16
131—150	18
151—170	12
171—190	8
191—210	6
211—230	4
231—250	4
251—270	3
271—290	2
291 и выше	2
Итого	100

15. Приведенные ниже данные характеризуют распределение работников организации по величине заработной платы

Зарплата, тыс. руб.	Численность работников, % к итогу	Зарплата, тыс. руб.	Численность работников, % к итогу
до 16	2	51—58	18
16—23	6	58—65	8
23—30	10	65—72	8
30—37	11	72—79	6
37—44	12	79—86	2
44—51	16	86 и выше	1

Сделайте вторичную группировку, построив ряд распределения с интервалом, равным 12 тыс. руб (первая группа «до 20»).

16. Имеются следующие данные о распределении организаций по объему реализованной продукции.

Группа предприятий по объему реализованной продукции, млн руб.	Число организаций, % к итогу	Объем реализованной продукции, % к итогу
До 10	60	17,9
10—30	30	42,4
Свыше 30	10	39,7
Итого	100	100

Используя приведенные данные, сделайте вторичную группировку. Образуйте группы предприятий по объему реализованной продукции (млн руб.): «до 5», «5—10», «10—15», «15—20», «20—30», «свыше 30». По каждой группе рассчитайте два показателя: число предприятий и объем реализованной продукции в процентах к итогу. Результаты представьте в виде таблицы.

17. Известны следующие данные по коммерческим банкам о процентных ставках и величине предоставленных кредитов.

№ п/п	Ставка, %	Кредит, млн руб.	№ п/п	Ставка, %	Кредит, млн руб.
1	20,4	13,6	9	14,6	25,5
2	18,1	22,3	10	17,5	12,2
3	13,2	27,5	11	22,4	12,1
4	11,0	13,5	12	26,0	26,6
5	18,5	11,6	13	13,9	26,3
6	17,3	8,6	14	12,3	5,2
7	19,6	2,5	15	12,2	24,0
8	23,6	7,6			

1. Проведите группировку банков по величине процентной ставки, образовав четыре группы. Подсчитайте по каждой группе число банков и объем кредитов.
2. Проведите группировку банков по объему кредитов, образовав четыре группы.
3. Составьте аналитическую группировку по приведенным данным.

18. По ряду организации региона получены следующие данные

Организация	Средняя списочная численность рабочих, человек	Основные фонды, млн руб	Объем произведенной продукции за год, млн руб.
1	100	369	5,6
2	140	473	7,6
3	94	251	4,4
4	63	280	5,2
5	157	590	8,0
6	195	1 200	9,6
7	54	160	3,1
8	120	480	5,7
9	180	970	8,2
10	125	400	4,4
11	43	120	1,0
12	256	900	9,9
13	182	670	8,7
14	124	500	4,1
15	110	379	3,1
16	102	256	4,1
17	96	220	3,7
18	98	240	3,3
19	84	106	2,1
20	76	180	1,6
21	96	250	3,0
22	85	230	2,4
23	110	370	2,4
24	112	350	2,3
25	67	125	1,5
26	63	140	1,3
27	250	1 150	9,2
28	212	790	6,5
29	184	290	3,4
30	137	275	3,2

Проведите группировку организаций по числу рабочих, образовав шесть групп. Подсчитайте по каждой группе

- число организаций;
- число рабочих;
- объем произведенной продукции за год,
- среднюю фактическую выработку продукции в расчете на одного рабочего;
- объем основных фондов,
- средний размер основных фондов в расчете на одну организацию.

Результаты расчетов оформите в виде таблицы. Проведите экономический анализ полученных результатов.

19. Используя данные предыдущей задачи, объедините организации по размеру основных фондов в шесть групп. По каждой группе подсчитайте:

- число организаций;
- объем основных фондов;
- средний размер основных фондов в расчете на одну организацию;
- объем произведенной продукции;
- выпуск продукции на 1000 руб. основных фондов.

Результаты расчетов оформите в виде таблицы. Проведите экономический анализ полученных показателей.

20. Используя данные задачи 3.18, объедините организации по объему произведенной продукции в шесть групп. По каждой группе определите:

- число организаций;
- объем произведенной продукции;
- средний размер произведенной продукции в расчете на одну организацию;
- объем основных фондов;
- число рабочих;
- среднюю фактическую выработку продукции в расчете на одного рабочего

Результаты расчетов оформите в виде таблицы. Проведите экономический анализ полученных показателей

21. Известны следующие данные о деятельности 30 организаций региона.

Наименование организации	Объем произведенной продукции, тыс. руб.	Среднесписочная численность работников промышленно-производственного персонала, человек	Объем оборотных фондов, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, тыс. руб.
Леспромхоз № 1	1 560	430	272	1 578
Обувная фабрика № 1	4 724	900	236	522
Химико-фармацевтический завод	49 168	2 200	7 977	23 267
Текстильная фабрика	18 978	1 702	1 974	5 315

Наименование организации	Объем произведенной продукции, тыс. руб.	Среднесписочная численность работников промышленно-производственного персонала, человек	Объем оборотных фондов, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, тыс. руб.
Фабрика технических тканей	7 366	648	239	1 170
Завод анилиновых красителей	63 289	5 025	5 047	20 704
Машиностроительный завод	3 321	3 045	4 792	16 627
Птицефабрика	12 510	1 790	694	1 969
Швейная фабрика	11 738	536	1 037	2 635
Завод энергетического машиностроения	8 910	1 791	917	4 477
Кислородный завод	5 731	471	2 910	8 735
Завод керамических плиток	3 489	545	482	2 440
Фабрика игрушек	1 992	272	137	554
Фабрика кожаных галантерейных изделий	1 782	204	319	744
Комбинат прядильно-ткацкая фабрика	7 569	506	917	2 576
Завод железобетонных изделий	274	104	70	296
Завод электробытовых машин	7 908	1 020	848	2 831
Кожвенная фабрика	3 702	329	306	1 001
Фосфоритный рудник	193 336	1 354	595	4 254
Хлопчатобумажная фабрика	8 207	1 405	652	2 860
Обувная фабрика № 2	634	260	214	518
Кондитерская фабрика	25 610	2 500	6 500	15 000

Наименование организации	Объем произведенной продукции, тыс. руб.	Среднесписочная численность работников промышленно-производственного персонала, человек	Объем оборотных фондов, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, тыс. руб.
Инструментальный завод	1 025	320	190	849
Литейно-механический завод	2 670	565	350	2 000
Каменный карьер	500	130	55	240
Леспромхоз № 2	26 750	230	105	1 500
Кабельный завод	2 700	650	280	1 410
Чулочная фабрика	29 008	3 590	3 301	13 719
Цементный завод	11 400	1 022	1 380	6 219
Коксогазовый завод	40 000	2 100	4 305	25 600

Проведите группировку организаций по среднесписочной численности промышленно-производственного персонала, выделив шесть групп с равными интервалами.

Рассчитайте по каждой группе средние показатели: стоимость произведенной продукции, численность промышленно-производственного персонала, стоимость основных производственных фондов.

Результаты представьте в виде таблицы и сформулируйте выводы.

22. На базе данных задания 3.21 проведите группировку предприятий по объему произведенной продукции, выделив шесть групп предприятий. Рассчитайте по каждой группе численность промышленно-производственного персонала, стоимость основных производственных фондов, объем оборотных фондов.

Постройте итоговую таблицу, сделайте выводы.

23. На основании данных задания 3.21 проведите группировку организаций по объему основных производственных фондов, образовав шесть групп. Рассчитайте по каждой группе численность промышленно-производственного персонала, объем оборотных фондов и произведенной продукции. Результаты представьте в виде таблицы. Сделайте выводы о взаимосвязи указанных показателей.

24. По данным задания 3.21 рассчитайте показатель производительности труда по каждой организации. Проведите группировку организаций по данному показателю, образовав шесть групп.

Результаты представьте в виде таблицы и проанализируйте. Сделайте выводы.

25. Известны следующие данные о денежном доходе и составе домашних хозяйств, вошедших в выборочное обследование бюджетов домашних хозяйств региона:

Домашнее хозяйство	Состав домашнего хозяйства, человек	Денежный доход, тыс. руб.	Домашнее хозяйство	Состав домашнего хозяйства, человек	Денежный доход, тыс. руб.	Домашнее хозяйство	Состав домашнего хозяйства, человек	Денежный доход, тыс. руб.
1	2	36	21	2	44	41	4	83
2	3	60	22	3	55	42	6	100
3	2	38	23	4	95	43	3	55
4	3	80	24	3	58	44	4	75
5	3	75	25	6	110	45	5	100
6	4	52	26	2	50	46	3	66
7	2	42	27	3	53	47	4	74
8	3	60	28	4	93	48	2	45
9	2	28	29	3	59	49	4	60
10	4	58	30	5	58	50	6	110
11	2	21	31	3	62	51	6	115
12	3	57	32	2	60	52	3	60
13	4	90	33	5	68	53	4	78
14	3	47	34	3	50	54	5	80
15	2	25	35	6	130	55	4	62
16	5	115	36	4	94	56	5	90
17	4	80	37	3	59	57	3	60
18	3	49	38	4	80	58	5	125
19	2	42	39	5	75	59	4	72
20	5	130	40	4	84	60	5	110

Постройте ряд распределения домашних хозяйств по величине денежного дохода, по размеру дохода на одного члена домашнего хозяйства, по составу домашнего хозяйства. Проведите аналитическую группировку для выявления зависимости среднедушевого денежного дохода от состава домашнего хозяйства

26. Укажите, к каким видам по познавательным задачам относятся данные приведенные ниже группировки (данные статистического справочника: Россия 2012 : стат. справочник / Росстат М., 2012. С. 50, 40.

Внешнеторговый оборот России
(млрд дол. США)

	2010	2011
Всего	649,2	845,2
экспорт	400,4	522,0
импорт	248,7	323,2
в том числе		
со странами дальнего зарубежья	551,4	713,8
экспорт	337,8	438,3
импорт	213,6	275,5
со странами СНГ	97,8	131,4
экспорт	62,6	83,7
импорт	35,2	47,7

Источник: Россия 2012: Росстат. М., 2012. С. 50.

Отдельные показатели деятельности кредитных организаций*
(на начало года)

	2011	2012
Число кредитных организаций, зарегистрированных на территории Российской Федерации	1146	1112
в том числе имеющие право на осуществление банковских операций (действующие)	1012	978
Число филиалов действующих кредитных организаций на территории Российской Федерации	2926	2807
Зарегистрированный уставный капитал действующих кредитных организаций, млрд руб.	1186,2	1214,3
Число кредитных организаций с иностранным участием в уставном капитале, имеющих право на осуществление банковских операций	220	230
в том числе:		
со 100%-ным иностранным участием	80	77
с иностранным участием от 50 до 100%	31	36

Источник: Россия 2012: Росстат. М., 2012. С. 40.

¹ По методологии платежного баланса.

² По данным Центрального банка Российской Федерации.

**4.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ**

Результаты сводки и группировки материалов статистического наблюдения оформляются, как правило, в статистические таблицы, которые должны содержать сводную количественную характеристику изучаемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам.

Статистическая таблица — разновидность наиболее краткого и рационального представления цифровых данных об изучаемой статистической совокупности. При построении таких таблиц необходимо исходить из целей исследования и содержания полученного материала.

На стадии сводки и группировки данных разрабатываются макеты. Макет — незаполненная цифрами статистическая таблица.

Каждая таблица состоит из *подлежащего* и *сказуемого*.

Подлежащее — это объекты, которые характеризуются приведенными в таблице статистическими данными.

Сказуемое — признаки, присущие подлежащему таблицы.

В зависимости от характера разработки подлежащего различают *простые, групповые и комбинационные* статистические таблицы.

Приведем несколько примеров.

В подлежащем *простой* таблицы дается перечень каких-либо объектов, показателей, территориальных единиц.

Здесь нет группировки единиц совокупности.

В качестве примера рассмотрим несколько вариантов простых таблиц.

В подлежащем табл. 4.1 приводится перечень основных показателей, характеризующих социально-экономическое развитие России, а в сказуемом представлены данные за 2005 и 2006 гг.

Таблица 4.1

**Основные социально-экономические показатели
Российской Федерации в 2009–2010 гг.**

Показатель	2009	2010
Численность населения, млн человек	141,9	142,9
Естественный прирост, убыль (–), тыс. человек	–248,8	67 577
Миграционный прирост, убыль (–), тыс. человек	259,4	191,3
Среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. человек	67 463	67 577
Численность безработных, тыс. человек	6 373	5 636
Численность безработных, зарегистрированных в государственных учреждениях службы занятости (на конец года), тыс. человек	2 147	1 589
Численность пенсионеров (на конец года), тыс. человек	39 090	39 706
Среднедушевые денежные доходы населения в месяц, руб.	17 008,6	18 881,3
Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников организаций, руб.	18 637,5	20 952,2
Средний размер назначенных пенсий, руб.	5 191,1	7 476,3
Валовой внутренний продукт, млрд руб.	38 786	44 939
Валовой внутренний продукт на душу населения, руб.	273 318	314 396
Валовое накопление основного капитала, млрд руб.	8 531	9 844

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. табл. 11.4.2.
2010. Табл. 4.2

Аналогичным образом построена табл. 4.2, но в сказуемом приводятся два показателя, характеризующих показатели подлежащего.

Таблица 4 2

**Производство и реализация основных продуктов
сельскохозяйственными организациями
в Российской Федерации в 2010 г.**

	Производство основных продуктов	Реализация основных продуктов
Зерно, млн т	47,0	40,6
Сахарная свекла, млн т	19,7	17,3
Картофель, тыс т	2213	1890
Овощи, тыс т	2069	1715
Молоко, млн т	14,3	13,2
Яйца, млрд шт.	31,3	28,2

Источник: Российский статистический ежегодник 2011. Табл. 14.7, 14 5.

Ниже представлен другой пример простой таблицы (табл. 4.3).

Таблица 4 3

**Площадь жилых помещений, приходившаяся в среднем
на одного жителя, по регионам Российской Федерации
в 2010 г. на конец года, м²**

Регион	Весь жилищный фонд
Северо-Западный федеральный округ	24,5
Центральный федеральный округ	24,0
Приволжский федеральный округ	22,7
Южный федеральный округ	21,9
Уральский федеральный округ	22,3
Сибирский федеральный округ	21,4
Дальневосточный федеральный округ	21,8
Российская Федерация в целом	22,6

Источник: Российский статистический ежегодник 2011 Табл 6 48

Простые таблицы могут также характеризовать динамику каких-либо показателей (табл. 4.4).

Таблица 4.4

**Динамика безработицы в Российской Федерации
в 2000—2006 гг., тыс. человек**

	2000	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Общая численность безработных	7 059	5 208	4 999	4 246	5 289	6 373	5 636
Численность безработных, зарегистрированных в государственных учреждениях службы занятости	1 037	1 830	1 742	1 553	1 522	2 147	1 589

Источник: Российский статистический ежегодник, 2011. Табл. 5.1

Групповые и комбинационные таблицы позволяют охарактеризовать структуру социально-экономических явлений, показать их взаимосвязь.

Подлежащее групповой таблицы содержит группировку по одному атрибутивному или количественному признаку.

Сказуемое обычно представляет один или два показателя, характеризующих подлежащее. Вместе с тем оно может иметь и целый ряд показателей, дающих количественную и качественную характеристику подлежащего (табл. 4.5, 4.6).

Таблица 4.5

**Распределение численности работников организаций
по видам экономической деятельности и размерам
начисленной заработной платы в 2010 г.
(в процентах к итогу)**

Начисленная зарплата руб	Сельское хозяйство, охоты и лесное хозяйство	Добыча полезных ископаемых	Строитель- ство	Оптовая и рознич- ная тор- говля; ремонт автотранс- портных средств, мотоцик- лов, быто- вых маши- н и предме- тов лично- го пользо- вания	Транс- порт и связь	Финан- совая деятель- ность	Образо- вание	Здорово- охране- ние и предо- ставле- ние социаль- ных услуг
до 4 200	7,4	0,2	0,8	1,5	1,3	0,5	3,3	1,9
4 200—5 800	19,6	1,3	3,4	7,2	3,5	1,2	20,0	15,7
5 800—7 400	15,5	1,9	4,8	8,3	4,4	1,6	12,6	11,9

Начисленная зарботная плата, руб	Сельское хозяйство, охота и лесное хозяйство	Добыча полезных ископае- мых	Строи- тель- ство	Оптовая и рознич- ная тор- говля, ремонт автотранс- портных средств, мотоцик- лов, быто- вых изда- ний и пред- метов лич- ного пользо- вания	Транс- порти связь	Финан- совая деятель- ность	Образо- вание	Здраво- охра- ния и пред- ставле- ние социаль- ных услуг
7 400—9 000	11,4	2,4	5,2	8,4	5,0	1,8	10,0	10,8
9 000—10 600	9,2	3,0	5,4	8,3	5,4	2,5	8,6	9,1
10 600—13 800	13,6	7,3	10,7	14,5	11,4	6,9	13,7	14,4
13 800—17 000	8,6	7,8	10,0	10,9	11,6	8,7	9,3	9,9
17 000—20 200	5,1	8,0	9,6	8,3	11,2	9,4	6,2	6,8
20 200—25 000	4,4	11,4	12,8	9,1	12,9	13,5	5,8	6,6
25 000—35 000	3,3	16,7	17,3	10,2	16,0	19,8	5,7	6,8
35 000—50 000	1,3	18,0	11,6	6,1	10,0	15,2	3,0	4,0
свыше 50 000	0,6	20,0	8,4	7,2	7,3	18,9	1,8	2,1

Источник: Социальное положение и уровень жизни населения Российской Федерации.
2011 Табл. 56.

Принадлежность к комбинационным статистическим таблицам определяется характером разработки подлежащего, представляющего собой комбинацию двух и более признаков, которые легли в основу группировки.

Таблица 4.6

**Распределение депозитов и прочих привлеченных средств
юридических лиц по группам банков**

Группы банков	Доля депозитов и прочих привлеченных средств юридических лиц в их общем объеме по банковскому сектору (по группам банков), %		Доля депозитов и прочих привлеченных средств юридических лиц в пассивах соответствующей группы банков, %	
	на 1.01.2011	на 1.01.2012	на 1.01.2011	на 1.01.2012
Банки, контролируемые государством	40,1	48,8	15,6	19,5
Банки, контролируемые иностранным капиталом	19,1	19,0	18,9	22,6

Группы банков	Доля депозитов и прочих привлеченных средств юридических лиц в их общем объеме по банковскому сектору (по группам банков), %		Доля депозитов и прочих привлеченных средств юридических лиц в пассивах соответствующей группы банков, %	
	на 1.01.2011	на 1.01.2012	на 1.01.2011	на 1.01.2012
Крупные частные банки	38,1	29,7	22,3	21,7
Средние и малые региональные банки (включая Московский регион)	2,7	2,5	9,1	10,0

Источник: Отчет о развитии банковского сектора и банковского надзора в 2011 г. Центральный банк Российской Федерации, www.cbr.ru С 25

По характеру разработки различают простую разработку сказуемого (см. табл. 4.1—4.4) и сложную, когда показатели, характеризующие подлежащее, комбинируются (табл. 4.5—4.8).

Таблица 4.7

Группировка организаций Российской Федерации по коэффициенту текущей ликвидности в 2000, 2005 и 2010 гг.

Показатель	Коэффициент текущей ликвидности, %		
	0—100	101—200	свыше 200
Число организаций во всех видах экономической деятельности, всего			
2000	88 894	41 174	26 212
2005	49 797	31 081	27 486
2010	25 409	25 026	23 279
в процентах от общего числа			
2000	54,5	27,8	17,7
2005	45,9	26,7	25,4
2010	34,5	33,9	31,6

Показатель	Коэффициент текущей ликвидности, %		
	0—100	101—200	свыше 200
Кредиторская задолженность, млн руб			
2000	2 582 253	1 673 236	252 958
2005	3 809 990	3 031 728	1 111 989
2010	7 988 399	9 504 639	3 251 341
в процентах от общей суммы задолженности			
2000	57,3	37,1	5,6
2005	47,9	38,1	14,0
2010	38,5	45,8	15,7
Дебиторская задолженность, млн руб			
2000	1 171 464	1 513 222	393 820
2005	1 846 654	2 788 797	2 222 352
2010	4 200 113	8 297 611	7 730 986
в процентах от общей суммы задолженности			
2000	38,1	49,1	12,8
2005	26,9	40,7	32,4
2010	20,8	41,0	38,2

Источник: Российский статистический ежегодник, 2011. Табл. 22.61

В таблице 4.8 показано изменение структуры затрат организаций по отраслям экономики; единицы совокупности группируются здесь по двум признакам, и в подлежащем, и в сказуемом.

Структура затрат на производство продукции (работ, услуг) по видам экономической деятельности в 2010 г., % к итогу

	Все затраты	материальные затраты	в том числе				затраты на оплату труда	страховые взносы в Пенсионный Фонд, ФОС, ФОИМС, ТФОМС	амортизация основных средств	прочие затраты
			сырье и материалы	топливо	энергия					
Обрабатывающие производства	100	72,8	58,5	2,6	3,6	10,3	2,3	3,2	11,4	
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	100	63,3	8,7	20,0	9,5	13,1	2,7	6,4	14,5	
Строительство	100	56,3	45,3	3,7	1,1	20,2	4,2	2,9	16,4	
Государственное управление и обеспечение военной безопас- ности; социаль- ное страхование	100	15,7	10,7	1,1	1,9	49,7	10,9	3,4	20,3	
Образование	100	14,0	7,2	1,4	2,7	47,9	9,3	3,1	25,7	

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 22.57.

Помимо перечисленных видов существуют также корреляционные и балансовые таблицы, о которых пойдет речь в следующих разделах.

При построении таблиц нужно соблюдать следующие требования

- таблица должна быть компактной и содержать только необходимую информацию, ограниченную целью исследования;
- обязательно наличие четкого заголовка таблицы, лаконичных названий граф и строк, не вызывающих двойного толкования;
- необходимо указать единицы измерения показателей;
- целесообразно пронумеровать графы и строки, а приведенные в них цифры расположить в соответствии с порядком;
- округление цифровых данных таблицы должно производиться с одинаковой точностью;
- при оформлении таблицы необходимо использовать следующие условные обозначения
 - «-» — явление отсутствует;
 - «...» — данных нет (или указывается «нет сведений»);
 - «0,0» — величина явления меньше принятой единицы измерения;
 - «х» — клетка не подлежит заполнению (не имеет смысла);
- если данные имеют оценочный (прогнозный) характер, это должно быть отмечено;
- под таблицей можно представить дополнительную информацию (примечания, краткие пояснения по методологии расчета показателей, помещенных в таблице).

4.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Что представляют собой статистические таблицы?
2. Охарактеризуйте подлежащее и сказуемое в статистических таблицах
3. Какие известны виды таблиц по характеру подлежащего и сказуемого. Приведите примеры из официальных статистических публикаций
4. Сформулируйте правила построения и оформления статистических таблиц
5. Назовите виды таблиц в заданиях из темы 3 с номерами 16, 17, 21 по характеру разработки подлежащего и сказуемого
6. Составьте макеты комбинационных таблиц, используя показатели задания 18 из темы 3. Представьте материалы по различному сочетанию признаков (например, распределение предприятий по среднесписочному числу рабочих и основным фондам и т.д.)
7. На основании данных задания 25 из темы 3 составьте следующие таблицы:
 - 1) простую с простой разработкой сказуемого,
 - 2) простую со сложной разработкой сказуемого;
 - 3) групповую с простой разработкой сказуемого;
 - 4) групповую со сложной разработкой сказуемого,
 - 5) комбинационную по размеру совокупного дохода семей, численности членов семей и количеству семей.

ТЕМА 5. ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

5.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Графики — средство выражения и способ анализа статистических данных, а также наглядная форма их представления.

Статистический график — изображение числовых величин, их соотношений и динамики линиями, геометрическими фигурами, рисунками или графическими картосхемами с соблюдением масштаба.

Остановимся прежде всего на способах графического изображения вариационных рядов.

Графиком дискретного вариационного ряда служит *полигон распределения*. Для его построения в прямоугольной системе координат по оси абсцисс откладывают варианты признака, а по оси ординат — их частоты или частоты. Соединив последовательно точки, соответствующие каждой паре вариантов и частот, получим ломаную линию, называемую *полигоном распределения* (или эмпирической кривой распределения).

Пример 1. По страховым организациям региона известны следующие данные о числе договоров страхования гражданской ответственности, выплаты по которым превысили 100 тыс. руб.

Число договоров, по которым были произведены выплаты в размере более 100 тыс. руб	Число страховых организаций
<i>x</i>	<i>f</i>
1	5
2	10
3	15
4	17
5	5
Итого	52

По данным ряда распределения график будет иметь следующий вид (рис. 5.1).

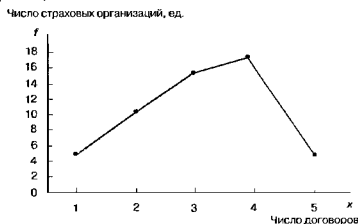


Рис. 5.1. Полигон распределения страховых организаций по числу договоров, выплаты по которым превысили 100 тыс. руб

Интервальный вариационный ряд, в котором представляют непрерывный вариационный признак, графически изображают в виде *гистограммы распределения*.

Для построения гистограммы по оси абсцисс в соответствии с принятым масштабом откладывают границы выбранных интервалов варьирующего признака, а по оси ординат — частоты или частости. Интервалы — основания прямоугольников, высота которых соответствует частоте (частости)

Пример 2. Известны следующие данные о распределении прибыли в коммерческих банках.

Группы коммерческих банков по объему прибыли, млрд руб.	Число коммерческих банков, ед.
x	f
1,6—2,0	2
2,0—2,4	5
2,4—2,8	12
2,8—3,2	14
3,2—3,6	8
3,6—4,0	6
4,0—4,4	3
Итого	50

Построим гистограмму по данному ряду распределения (рис. 5.2)

Число коммерческих банков, ед.

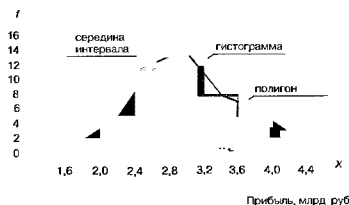


Рис. 5.2. Гистограмма и полигон распределения групп коммерческих банков по объему полученной прибыли

Гистограмма может быть преобразована в полигон распределения, если точки, соответствующие серединам верхних сторон прямоугольников, соединить прямыми отрезками (см. рис. 5.2).

Для изображения накопленных частот (или частостей) используется кривая, называемая *кумулятой распределения* (рис. 5.3).

Для построения кумуляты на оси абсцисс откладываются значения варьирующего признака. Накопленные частоты (или частости) откладываются на оси ординат. Приведем пример построения кумулятивной кривой.

Пример 3. Известны следующие данные о распределении страховых компаний по количеству договоров ОСАГО.

Группы компаний по количеству договоров, тыс	Число компаний	Удельный вес компаний, % к итогу	Накопленные частоты, %
<i>x</i>	<i>f</i>		<i>S</i>
До 5,0	4	13,3	13,3
5,0—10,0	5	16,7	30,0
10,0—15,0	10	33,3	63,3
15,0—20,0	6	20,0	83,3
20,0 и более	5	16,7	100,0
Итого	30	100,0	

На основании приведенных данных построим кумуляту распределения. Для этого нанесем на графике точки, соответствующие верхним границам указанных интервалов по оси абсцисс и накопленным частотам по оси ординат. Затем последовательно соединим полученные точки линиями, начиная с нуля (который соответствует нижней границе первого интервала) (рис. 5.3).

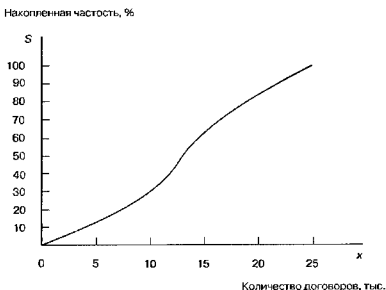


Рис. 5.3. Кумулята распределения страховых компаний по количеству договоров

Ордината каждой точки на кумулятивной кривой показывает, какая часть страховых компаний имеет количество договоров, не превосходящее абсциссы этой точки.

Если при графическом изображении вариационного ряда на оси абсцисс отложить накопленные частоты, а на оси ординат — варианты ряда, то получим график, который называется *огивой распределения* (рис. 5.4).

Количество договоров, тыс.

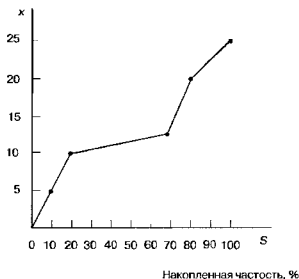


Рис. 5.4. Сшива распределения страховых компаний по количеству договоров

Для одновременного изображения связанных между собой трех величин, одна из которых — произведение двух других, применяется диаграмма, которая называется «*знак Варзара*» (по имени русского статистика В.Е. Варзара (1851—1940)).

Знак Варзара представляет собой прямоугольник, изображенный на поле графика, у которого с учетом выбранного масштаба основание соответствует одному показателю, высота — второму, а площадь, равная их произведению, выражает величину третьего показателя. На рисунке 5.5 средний размер вклада (46 120 руб.) — основание прямоугольника, число вкладов (265,7 тыс.) — высота, а общая сумма вкладов, равная 12 254 084 тыс. руб., соответствует площади прямоугольника.

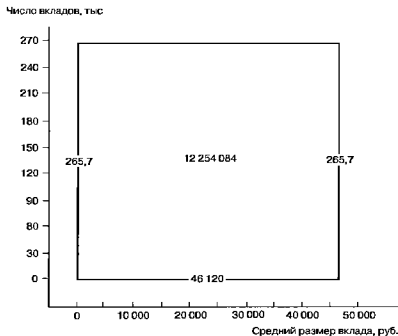


Рис. 5.5. Данные о вкладах населения в кредитных организациях региона

Секторная диаграмма применяется для изображения структуры совокупности. Она строится по следующему принципу: вся величина явления принимается за 100%, затем рассчитываются доли отдельных частей (в %). Круг разбивается на сектора пропорционально частям изображаемого целого, т.е. на 1% приходится 3,6 градуса. Чтобы получить центральные углы секторов, отображающие доли частей целого, следует их процентное выражение умножить на 3,6 градуса (рис. 5. 6).

Пример 4. Известны следующие данные о распределении коммерческих банков по вероятности банкротства в 2011 г

Вероятность банкротства, %	Доля от общего числа банков,	
	%	угол сектора (°)
До 10	7,7	27,7
10—20	19,7	70,9
20—30	40,7	146,5
30—40	28,7	103,3
40 и более	3,2	11,6
Итого	100,0	360,0

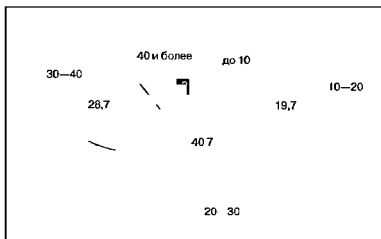


Рис. 5.6. Структура распределения коммерческих банков по вероятности банкротства в 2011 г., %

5.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Основные элементы статистического графика — это
 - 1) рисунок;
 - 2) поле графика;
 - 3) графический образ;
 - 4) экспликация графика;
 - 5) масштабные ориентиры;
 - 6) пространственные ориентиры
2. Пространственные ориентиры для построения графиков обычно задаются в виде.
 - 1) контурной сетки;
 - 2) системы координатных сеток.
3. Пространственные ориентиры на статистических картах-картограммах задаются.
 - 1) в виде контурной сетки (контуры рек, береговая линия морей и океанов, границы государства);
 - 2) системой прямоугольных (декартовых) координат.
4. Полярные координаты в практике графического изображения используются
 - 1) для сравнения величин;
 - 2) наглядного изображения циклического движения во времени;
 - 3) формирования структурных показателей
5. Масштаб графика — это
 - 1) числовые значения показателей;
 - 2) мера перевода числовой величины в графическую;
 - 3) числовые интервалы.
6. Экспликация графика — это:
 - 1) название графика;
 - 2) подписи вдоль масштабных шкал;
 - 3) пояснения к отдельным частям графика;
 - 4) словесное пояснение его содержания.
7. По форме графического образа графики делятся
 - 1) на плоскостные;
 - 2) линейные;
 - 3) статистические карты;
 - 4) объемные.
8. По способу построения графики делятся.
 - 1) на диаграммы;
 - 2) плоскостные;
 - 3) статистические карты;
 - 4) линейные;
 - 5) диаграммы-радары.
9. По задачам изображения социально-экономических явлений графики делятся.

- 1) на диаграммы сравнения,
 - 2) диаграммы динамики,
 - 3) диаграммы структуры,
 - 4) картограммы,
 - 5) картодиаграммы.
10. Признаки классификации графиков – это
- 1) способ построения,
 - 2) математическая зависимость,
 - 3) геометрические знаки;
 - 4) визуальные,
 - 5) задачи, решаемые с помощью графиков
11. Картограмма - это схематическая географическая карта, на которой показывается сравнительную интенсивность какого-либо показателя с помощью
- 1) штриховки;
 - 2) полос,
 - 3) точек;
 - 4) фигур;
 - 5) окраски определенной степени насыщенности.
12. Графическое изображение вариационных рядов — это:
- 1) спиральная диаграмма;
 - 2) гистограмма,
 - 3) полигон;
 - 4) огива,
 - 5) знак Варзара;
 - 6) кумулята.
13. Какие из финансово-кредитных явлений можно изобразить с помощью спиральной, радиальной диаграммы.
- 1) ритмически повторяющиеся во времени,
 - 2) сезонные колебания,
 - 3) корреляционные связи,
 - 4) структурные сдвиги?
14. Какие из видов диаграмм используются для отображения на графике взаимосвязи между факторным и результативным признаками:
- 1) столбиковые,
 - 2) линейные;
 - 3) полосовые,
 - 4) секторные?
15. Какие виды картограмм используются для отражения финансово-экономических явлений:
- 1) знаки-символы,
 - 2) фоновые;
 - 3) точечные?

16. Какие графики служат для изображения структуры финансово-экономических явлений:

- 1) секторные диаграммы;
- 2) знаки Варзара;
- 3) ленточные (полосовые) диаграммы;
- 4) радиальные диаграммы?

17. Построить секторные диаграммы для отражения распределения вкладов физических лиц по группам банков:

Группы банков	Доля вкладов физических лиц в их общем объеме по банковскому сектору, %	
	на 1.01.2011	на 1.01.2012
Банки, контролируемые государством	57,4	58,0
Банки, контролируемые иностранным капиталом	11,5	11,4
Крупные частные банки	25,3	24,6
Средние и малые банки Московского региона	2,1	2,4
Региональные средние и малые банки	3,7	3,6

18. Изобразить графически структуру средств, привлеченных кредитными организациями в 2010 г.

на начало года; млрд руб.	2010		
	Всего	в том числе	
		в руб.	в иностранной валюте
Общий объем привлеченных средств	16 159,4	10 219,1	5 940,3
в том числе			
депозиты и прочие привлеченные средства организаций	5 466,6	3 198,6	2 268,0
вклады (депозиты) и прочие привлеченные средства физических лиц	7 485,0	5 511,1	1 973,9
средства физических лиц-индивидуальных предпринимателей	90,6	88,9	1,7
депозиты, кредиты и прочие привлеченные средства кредитных организаций	3 117,2	1 420,5	1 696,7

19. Построить секторные диаграммы по данным о характере деятельности акционерных предприятий России начала XX в. (на 1 января 1914 г.)

Русские предприятия	Число обществ	Сумма капиталов, млн руб.
Всего, в том числе.	1 895	3 273,9
торгово-промышленные	1 659	2 928,2
предприятия благоустройства	149	203,7
парходные	46	72,0
страховые	19	48,5
разные и смешанные	22	21,5

20. На основании следующих данных постройте гистограмму, кумуляту и огиву по каждой группе домохозяйств с разным уровнем располагаемых ресурсов. Проанализируйте данные

Площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на одного проживающего, м ²	Группы населения в зависимости от уровня располагаемых ресурсов				
	первая (с наименьшими располагаемыми ресурсами)	вторая	третья	четвертая	пятая (с наибольшими располагаемыми ресурсами)
до 9,0	8,2	3,6	2,4	1,6	0,9
9,1—13,0	23,1	18,5	13,9	12,3	5,9
13,1—15,0	14,5	11,0	9,4	9,0	4,6
15,1—20,0	23,9	21,7	19,2	22,1	13,9
20,1—25,0	13,2	16,5	15,8	16,2	16,2
25,1—30,0	6,6	9,4	10,5	11,1	12,6
30,1—40,0	6,1	9,5	13,1	12,4	19,2
40,1 и более	4,3	9,6	15,7	15,1	26,9

21. Изобразите следующие данные графически в виде гистограммы, кумуляты, огивы:

Зарплата работников фирмы за май, тыс. руб.	Количество работников, человек
30—35	20
35—40	30
40—45	50
45—50	80
50—55	60
55—60	40
60—65	30
65—70	10
Итого	320

22. На основании следующих данных о вкладах (депозитах) физических лиц в кредитных организациях региона постройте графики с двумя осями и своим масштабам: на правой стороне — относительные величины (%), на левой — абсолютные (млн руб.). Проанализируйте результаты.

Год	Прирост вкладов населения, млн руб.	Прирост вкладов населения, %
2009	468	30,1
2010	790	39,6
2011	1 047	38,2
2012	1 200	38,9

23. Изобразите графически следующие данные о внешнем долге Российской Федерации.

Внешний долг Российской Федерации (на начало года; млрд дол. США)	2007	2008	2009	2010
Всего	313,2	463,9	480,5	467,2
Краткосрочные долговые обязательства	56,6	99,7	73,5	52,7
Долгосрочные долговые обязательства	256,6	364,2	407,0	414,5
Органы государственного управления	44,7	37,4	29,5	31,3
Краткосрочные обязательства	2,4	1,7	1,7	0,5
Долгосрочные обязательства	42,3	35,7	27,8	30,8
Из долга органов государственного управления:				
Новый российский долг	33,8	28,7	23,6	26,3
Долг бывшего СССР	9,4	7,1	4,6	3,2
Долг субъектов Российской Федерации	1,5	1,5	1,3	1,8
Органы денежно-кредитного регулирования	3,9	1,9	2,8	14,6
Краткосрочные обязательства	3,9	1,9	2,8	5,7
Долгосрочные обязательства	...	...	...	8,9
Банки (без участия в капитале)	101,2	163,6	166,3	127,2
Краткосрочные обязательства	39,5	53,6	42,8	27,3
Долгосрочные обязательства	61,7	110,0	123,5	99,9
Прочие секторы (без участия в капитале)	163,4	261,0	282,0	294,1
Краткосрочные обязательства	10,9	42,4	26,3	19,3
Долгосрочные обязательства	152,5	218,6	255,7	274,8

Источник: Финансы России. 2011. Табл. 1.3.

24. Постройте графики на основании следующих данных, млн дол. США.

Дата	Международные резервы РФ	в том числе	
		валютные резервы	монетарное золото
1.01.2010	439 451	416 653	22 798
1.07.2010	461 201	432 994	28 206
1.01.2011	479 379	443 591	35 788
1.07.2011	524 527	484 015	40 512
1.01.2012	498 649	463 952	44 697
1.07.2012	526 766	475 260	51 505

Источник: Бюллетень банковской статистики. 2012. № 11 (234). Табл. 1.13.

25. Сравните среднюю месячную начисленную заработную плату по основным видам экономической деятельности за январь — июнь 2012 г. и изобразите данные графически.

Среднемесячная начисленная заработная плата по основным видам экономической деятельности (январь — июнь 2012 г.)		
Вид деятельности	рублей	в % к общероссийскому уровню
Всего	25 476	100
Сельское хозяйство и пр.	12 961	51
Добыча полезных ископаемых	47 361	1,9 раза
Обрабатывающие производства	23 465	92
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	28 729	113
Строительство	24 956	98
Оптовая и розничная торговля и пр.	21 939	86
Транспорт и связь	30 871	121
Финансовая деятельность	56 963	2,2 раза
Операции с недвижимым имуществом и пр.	29 582	116
Государственное управление и пр.	31 568	124
Обо-звание	18 395	72
Здравоохранение и предоставле- ние социальных услуг	19 568	77
Предоставление коммунальных и прочих услуг	19 912	78

Источник: Квартальный обзор инфляции 2012 г., I квартал. Банк России. С. 16.
<http://www.cbr.ru/publ>

26. Изобразите графически следующие данные о числе российских и иностранных акционерных обществ, действовавших в царской России, в % к 1900 г.

Показа- тель	На начало года								На конец года
	1861	1875	1881	1893	1900	1908	1914	1917	
Число обществ	8,6	27,3	38,9	40,5	100	98,1	151,7	181,0	205,0
Сумма капиталов	5,2	18,8	29,4	34,5	100	110,3	193,1	240,2	281,5

27. Постройте ленточную диаграмму и проанализируйте следующие данные.

Прирост уровня оплаты труда в регионе в 2012 г. по сравнению с 2011 г. по департаментам организации	%
Администрация	10,0
Финансовый департамент	14,0
Управление персоналом	18,0
Информационные технологии	23,0
Юридический департамент	9,0
Отдел продаж	14,0

28. На основании следующих данных постройте графики и проанализируйте динамику показателей деятельности страховых организаций Российской Федерации.

Год	Страховые премии (взносы), млн руб.	Выплаты по договорам страхования, млн руб.
2000	170 074 051	138 566 012
2005	506 151 084	308 484 365
2006	614 001 859	356 934 295
2007	775 082 991	486 597 211
2008	954 754 167	633 233 605
2009	979 099 328	739 908 096
2010	1 036 676 951	774 830 598

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 22.52.

29. Постройте графики по следующим данным. Проанализируйте результаты.

Год	Величина прожиточного минимума (в среднем на душу населения, руб. в месяц)			Соотношение среднедушевых денежных доходов населения с вели- чиной прожиточного минимума, %
	Все население	из него по социально- демографическим группам населения		
		трудоспособное население	пенсионеры	
2005	3 018	3 255	2 418	268,8
2006	3 422	3 695	2 731	298,0
2007	3 847	4 159	3 065	327,6
2008	4 593	4 971	3 644	325,5
2009	5 153	5 572	4 100	330,1
2010	5 688	6 138	4 521	331,9

30. Постройте графики на основе следующих макроэкономических показателей деятельности банковского сектора экономики Российской Федерации (данные на начало года).

Показатель	2008	2009	2010	2011	2012
Активы (пассивы) банковского сектора, млрд руб.	20 125,1	20 125,1	20 125,1	20 125,1	20 125,1
в % к ВВП	60,5	60,5	60,5	60,5	60,5
Собственные средства (капитал) банковского сектора, млрд руб.	2 671,5	2 671,5	2 671,5	2 671,5	2 671,5
в % к ВВП	8,0	8,0	8,0	8,0	8,0
в % к активам банковского сектора	13,3	13,3	13,3	13,3	13,3
Кредиты и прочие размещенные средства, предоставленные нефинансовым организациям и физическим лицам, включая просроченную задолженность, млрд руб.	12 267,1	12 267,1	12 267,1	12 267,1	12 267,1
в % к ВВП	37,0	37,0	37,0	37,0	37,0
в % к активам банковского сектора	61,1	61,1	61,1	61,1	61,1

Источник: Отчет о развитии банковского сектора и банковского надзора в 2011 г. Центральный банк Российской Федерации, www.cbr.ru С 94.

31. Рассчитайте по годам число вкладов населения и постройте графики в виде знаков Варзара.

Показатель (на начало года)	2007	2008	2009	2010	2011
Средний размер вклада, руб.	26 363	36 277	41 558	52 697	68 610
Сумма вкладов, млн руб.	3 809 714	5 159 200	5 906 990	7 484 970	9 818 048

32. По следующим данным постройте график и проанализируйте динамику курсов валют, руб.:

Дата	По отношению к рублю	
	дол. США	евро
1.07.2011	27,87	40,42
1.10.2011	32,11	43,42
1.01.2012	32,20	41,67
1.04.2012	29,33	39,17
1.07.2012	32,62	41,32
1.10.2012	30,92	39,96

33. Изобразите графически динамику макроэкономических показателей (2008 = 100).

Показатели	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Валовой внутренний продукт	76,1	80,9	87,5	95,0	100	92,2	96,2	100,3
Располагаемый доход домашних хозяйств	66,1	73,8	82,8	93,8	100	97,5	105,5	
Фактическое конечное потребление домашних хозяйств	66,3	73,5	81,3	91,4	100	95,5	99,3	105,1

34. Постройте графики на основе данных, характеризующих поступление иностранных инвестиций по основным странам-инвесторам в РФ, млн дол США

	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Все инвестиции	55 109	120 941	103 769	81 927	114 746	190 643
В том числе из стран:						
Швейцария	2 047	5 340	3 062	3 586	4 679	91 827
Кипр	9 851	20 654	19 857	8 266	9 003	20 268
Нидерланды	6 595	18 751	14 542	11 640	10 696	16 817
Соединенное Королевство (Великобритания)	7 022	26 328	14 940	6 421	40 770	13 104
Германия	5 002	5 055	10 715	7 368	10 435	10 264
Люксембург	5 908	11 516	7 073	11 723	5 374	4 682
Франция	3 039	6 696	6 157	2 491	3 702	4 353
Беларусь	624	956	2 141	1 542	1 939	3 094
Казахстан	1 116	1 469	1 259	768	1 495	2 409
Австрия	1 085	1 396	1 872	936	1 105	2 314
Другие страны	12 820	22 780	22 151	27 168	25 548	21 511

Источник: Российский статистический ежегодник, 2012 Табл. 24.22

ТЕМА 6. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

6.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Абсолютные и относительные величины — форма количественного выражения статистических показателей.

Абсолютные статистические величины характеризуют абсолютные размеры социально-экономических явлений, их признаков в натуральных единицах измерения (мера протяженности, площадь, масса (вес) и т.п.), в денежных (рубли, копейки), в трудовых единицах (человечно-дни, человеко-часы).

Выбор единиц измерения абсолютных статистических величин зависит от социально-экономической сущности изучаемого явления.

Различают *индивидуальные, групповые и общие* абсолютные величины.

Индивидуальные абсолютные величины характеризуют размер количественного признака у отдельных единиц совокупности.

Их получают в результате статистического наблюдения

Групповые и общие абсолютные величины получают в процессе обработки материалов статистического наблюдения. В частности, в результате суммирования абсолютных размеров признака у единиц совокупности, входящих в отдельные группы или по всей совокупности в целом.

Относительные величины — мера количественного соотношения статистических показателей. Они отображают относительные размеры социально-экономических явлений. Относительные величины могут быть представлены в виде соотношений численностей разных совокупностей явлений, их отдельных признаков, размеров разных признаков одной и той же совокупности, соотношения показателей плановой и фактической величин или величины показателя текущего и предыдущего периода.

Они получаются в результате деления одной величины на другую (базу сравнения). Базисная величина нередко называется основанием относительной величины.

Это основание может приравниваться к единице либо к числу, кратному 10 (100, 1000 и т.п.). Если основание равно 1, то относительная величина представлена в виде коэффициента и показывает, во сколько раз текущая величина больше базисной, или какую долю от базисной она составляет.

Если база сравнения равна 100, то относительная величина выражена в процентах (%), а если 1000 – то в промилле (‰)

Сопоставляемые величины могут быть как одноименными, так и разноименными. При сопоставлении разноименных величин название относительных величин образуется от сочетания наименований сравниваемых величин: человек/км², кг/на душу и т.д.

В зависимости от задач, решаемых с помощью относительных величин, различают несколько их видов.

1. Относительная величина планового задания (ОВПЗ) представляет соотношение уровня планируемого показателя и уровня показателя, достигнутого в базисном периоде:

$$\text{ОВПЗ} = \frac{\Pi}{\Phi_0} \cdot 100(\%), \quad (6.1)$$

где Π – планируемый (устанавливаемый) уровень показателя;
 Φ_0 – базисный уровень показателя (уровень показателя, достигнутый в предыдущем (базисном) периоде).

Пример 6.1. В базисном периоде обувная фабрика произвела 100 тыс. пар детской обуви. В текущем периоде планируется довести выпуск продукции до 120 тыс. пар. Определим относительную величину планового задания:

$$\text{ОВПЗ} = \frac{\Pi}{\Phi_0} \cdot 100\% = \frac{120}{100} \cdot 100\% = 120(\%).$$

Таким образом, увеличение объема производства детской обуви в текущем периоде должно составить 20%.

2. Относительная величина выполнения плана (ОВВП) есть соотношение фактической величины показателя в текущем периоде и величины этого показателя, установленной по плану. ОВВП характеризует степень выполнения плана:

$$\text{ОВВП} = \frac{\Phi_1}{\Pi} \cdot 100(\%), \quad (6.2)$$

где Φ_1 фактический уровень показателя, достигнутый за отчетный период;
 Π планируемый уровень показателя на данный период.

Пример 6.2. В отчетном периоде объем производства детской обуви на обувной фабрике составил 115 тыс. пар при плане в 120 тыс. пар. Определим степень выполнения плана:

$$\text{ОВВП} = \frac{\Phi_1}{\Pi} \cdot 100\% = \frac{115}{120} \cdot 100\% = 96(\%).$$

План по выпуску детской обуви фабрикой недовыполнен на 4%

3. Относительная величина динамики (ОВД) есть отношение фактической величины показателя за данный период к базисной величине показателя в предшествующем периоде. ОВД характеризует скорость изменения показателя во времени, темпы его роста.

$$\text{ОВД} = \frac{\Phi_1}{\Phi_0} \cdot 100(\%). \quad (6.3)$$

Относительные величины планового задания, выполнения плана и динамики связаны между собой соотношением:

$$\text{ОВД} = \text{ОВВП} \cdot \text{ОВПЗ} \quad (6.4)$$

Пример 6.3. Обувная фабрика планировала увеличить объем производства детской обуви на 20% по сравнению с предыдущим периодом. Фактически объем выпуска продукции превысил показатель базисного периода на 15%. Определим степень выполнения плана по объему производства детской обуви:

$$\text{ОВВП} = \frac{\text{ОВД}}{\text{ОВПЗ}} = \frac{115}{120} = 0,96, \text{ или } 96(\%).$$

План по товарообороту недовыполнен на 4%.

В ряду динамики абсолютных величин можно вычислять ОВД с постоянной и переменной базой сравнения — *базисные и цепные* ОВД.

Год	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Уровень показателя	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7

В первом случае база сравнения постоянна:

$$\text{ОВД}_{\text{баз}} = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100(\%), \quad (6.5)$$

где y_i – уровень показателя в i -м году;
 y_1 – уровень показателя в базисном году.

Во втором случае база сравнения меняется (обычно каждая последующая величина сравнивается с предыдущей):

$$\text{ОВД}_{\text{вер}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100(\%), \quad (6.6)$$

где y_{i-1} – уровень показателя в предшествующем году

Пример 6.4. Производство женских пальто на швейном объединении в 2008—2012 гг. характеризуется следующими показателями (тыс. шт.).

2008	2009	2010	2011	2012
85	87	90	100	115

Исчислим цепные и базисные относительные величины динамики:

а) цепные ОВД:

$$\text{ОВД}_1 = \frac{y_{08}}{y_{08}} \cdot 100\% = \frac{87}{85} \cdot 100\% = 102(\%).$$

$$\text{ОВД}_2 = \frac{y_{09}}{y_{09}} \cdot 100\% = \frac{90}{87} \cdot 100\% = 103(\%),$$

$$\text{ОВД}_3 = \frac{y_{10}}{y_{10}} \cdot 100\% = \frac{100}{90} \cdot 100\% = 111(\%),$$

$$\text{ОВД}_4 = \frac{y_{12}}{y_{11}} \cdot 100\% = \frac{115}{100} \cdot 100\% = 115(\%)$$

(наибольсе интенсивный рост производства наблюдался в 2012 г. по сравнению с 2011 г. (+15%) и в 2011 г. по сравнению с 2010 г. (+11%));

б) базисные ОВД:

$$\text{ОВД}_1 = \frac{y_{02}}{y_{08}} \cdot 100\% = \frac{87}{85} \cdot 100\% = 102(\%),$$

$$\text{ОВД}_2 = \frac{y_{10}}{y_{08}} \cdot 100\% = \frac{90}{85} \cdot 100\% = 106(\%),$$

$$\text{ОВД}_3 = \frac{y_{11}}{y_{08}} \cdot 100\% = \frac{100}{85} \cdot 100\% = 118(\%),$$

$$\text{ОВД}_4 = \frac{y_{12}}{y_{08}} \cdot 100\% = \frac{115}{85} \cdot 100\% = 135(\%)$$

(прирост производства женских пальто швейного объединения был наиболее существенным в 2012 г. по сравнению с 2008 г. (+35%) и в 2011 г. по сравнению с 2008 г. (+18%)).

4. Относительная величина структуры (ОВС) выражает соотношение части и целого. ОВС характеризует структуру, состав изучаемой совокупности:

$$\text{ОВС} = \frac{\text{ЧАСТЬ}}{\text{ЦЕЛОЕ}} \cdot 100(\%). \quad (6.7)$$

Пример 6.5. Имеются данные о распределении занятых в экономике города по формам собственности в 2012 г.

Таблица 6.1

Форма собственности	Численность занятых, человек
Государственная, муниципальная	240 150
Частная	338 140
Собственность общественных и религиозных организаций (объединений)	4 900
Смешанная, российская	49 180
Иностранная, совместная российская и иностранная	20 230
Всего занято в экономике	652 600

Определим структуру занятых в экономике города по формам собственности:

$$ОВС_1 = \frac{24\,015}{65\,260} \cdot 100\% = 36,8(\%),$$

$$ОВС_2 = \frac{33\,814}{65\,260} \cdot 100\% = 51,8(\%);$$

$$ОВС_3 = \frac{490}{65\,260} \cdot 100\% = 0,8(\%);$$

$$ОВС_4 = \frac{4918}{65\,260} \cdot 100\% = 7,5(\%);$$

$$ОВС_5 = \frac{2023}{65\,260} \cdot 100\% = 3,1(\%).$$

Результаты расчетов структуры занятых в экономике города по формам собственности представим в виде табл. 6.2.

Таблица 6.2

Форма собственности	Численность занятых, % к итогу
Государственная, муниципальная	36,8
Частная	51,8
Собственность общественных и религиозных организаций (объединений)	0,8
Смешанная, российская	7,5
Иностранная, совместная российская и иностранная	3,1
Всего занято в экономике	100,0

5 Относительная величина координации (ОВК) выражает соотношение отдельных частей целого. Она показывает, сколько единиц одной части целого приходится на единицу другой его части, выбранную в качестве базы сравнения.

При расчете относительных величин координации за базу сравнения может приниматься либо большая часть целого, либо меньшая в зависимости от задач исследования.

Пример 6.6. На основании распределения занятых в экономике города по формам собственности (см. табл. 6.1) рассчитаем относительные величины координации. За базу сравнения примем численность занятых на предприятиях и в организациях частной формы собственности.

$$ОВК_1 = \frac{240\,150}{338\,140} \cdot 100\% = 71,01(\%);$$

$$ОВК_2 = \frac{4900}{338\,140} \cdot 100\% = 1,5(\%);$$

$$ОВК_3 = \frac{49\,180}{338\,140} \cdot 100\% = 14,5(\%);$$

$$ОВК_4 = \frac{20\,230}{338\,140} \cdot 100\% = 6,0(\%).$$

Доля занятых на предприятиях и в организациях государственной и муниципальной форм собственности составляет 71% от аналогичного показателя по частной форме собственности.

6. Относительная величина интенсивности (ОВИ) выражает отношение размеров двух качественно различных явлений. ОВИ характеризует степень распространения явления в определенной среде. К ней относятся все демографические коэффициенты — рождаемости, смертности, естественного прироста, брачности и т.д., многие показатели социальной статистики (например, число врачей в расчете на 10 000 жителей, плотность населения и др.). Часто для удобства интерпретации полученных результатов ОВИ выражаются в промилле или продецимилле.

Пример 6.7. Средняя численность населения региона в 2012 г. составила 14,28 млн человек, а численность родившихся за год — 171,36 тыс. человек.

Определим число родившихся на каждую 1000 человек среднегодовой численности населения:

$$ОВИ = \frac{171,36}{14\,280} \cdot 1000 = 12 (\text{‰})$$

На каждую 1000 человек среднегодовой численности населения региона родилось 12 детей.

7. Относительная величина уровня экономического развития выражает производство или потребление различных видов продукции на душу населения (используется для международных сопоставлений).

Этот показатель представляет собой разновидность относительных величин интенсивности.

Пример 6.8. Валовой сбор картофеля в России в 2010 г. составил 21,1 млн т, а численность населения — 142,9 млн человек. Определим валовой сбор картофеля в нашей стране на душу населения (т.е. относительную величину уровня экономического развития):

$$\text{ОВУЭР} = 21,1 : 142,9 = 0,148 \text{ (т/человек)}$$

Итак, валовой сбор картофеля в России в 2010 г. составлял 148 кг на душу населения.

8. Относительная величина сравнения ($\text{ОВС}_{\text{срн}}$) выражает соотношение одноименных показателей, характеризующих разные объемы или разные территории (например, соотношение объема производства холодильников в России и США).

Пример 6.9. Численность студентов в Российской Федерации в 2009 г. составляла 68 человек на 1000 человек населения, а в Китае – 22 человека. Определим относительную величину сравнения:

$$\text{ОВС}_{\text{срн}} = 68 : 22 = 3,1.$$

Численность студентов на 1000 человек населения в России в 3,1 раза выше, чем в Китае.

Разновидность относительной величины сравнения — процентные ставки, характеризующие доходность банковских и прочих инвестиционных операций.

Эта ОВПС (относительная величина процентной ставки) представляет собой соотношение прироста вложений за период и объема произведенных вложений в расчете на одно или 100 вложенных средств. ОВПС показывает, какая часть целого (ОВС) будет присоединена к целому по истечении определенного срока процентного периода:

$$\text{ОВПС} = \frac{\text{Прирост вложений за период}}{\text{Вложения}}. \quad (6.8)$$

Измеряется ОВПС в процентах или (реже) в виде простой дроби, например, 8% годовых, $\frac{1}{3}$ годовых и т.д.

Пример 6.10. По вкладу в 2000 руб. через год начислили абсолютную величину процентов в размере 100 руб. Величина процентной ставки составит:

$$\text{ОВПС} = 100 : 2000 = 0,05, \text{ или } 5\% \text{ годовых.}$$

Поскольку ОВПС, используемая в банковских и других инвестиционных операциях, показывает долю прироста от 100 руб. за год, а вложения могут отличаться от 100 руб., то при определении дохода эту ОВПС следует умножить на сумму произведенных вложений, а также на число лет. Таким образом, получим абсолютную величину прироста (абсолютную величину начисленных процентов):

$$\text{Прирост (в руб.)} = \text{Вложения} \cdot \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет.} \quad (6.9)$$

Пример 6.11. По вложениям начисляют 7% годовых. Определим абсолютную сумму начисленных за год процентов, если сумма вклада составляет 10 000 руб.

$$\text{Прирост (абсолютная сумма процентов)} = 10\,000 \cdot 0,07 \cdot 1 = 700 \text{ (руб.)}$$

На основе полученных величин в дальнейшем рассчитывают сумму вложений с процентами путем прибавления к сумме произведенных вложений рассчитанного абсолютного размера процентов.

По данным примера 6.11:

$$\begin{aligned} & \text{Сумма вложений с процентами} = \\ &= \text{Вложения} + \text{Вложения} \cdot \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет} = \\ &= \text{Вложения} + \text{Абсолютный размер процентов} = \\ &= 10\,000 + 10\,000 \cdot 0,07 \cdot 1 = 10\,000 + 700 = 10\,700 \text{ (руб.)} \end{aligned} \quad (6.10)$$

или

$$\begin{aligned} & \text{Сумма вложений с процентами} = \\ &= \text{Вложения} (1 + \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет}) = \\ &= 10\,000 (1 + 0,07 \cdot 1) = 10\,700 \text{ (руб.)} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Соотношение величин вложений с процентами и суммы произведенных вложений представляет собой относительную величину динамики. Из записи следует:

$$\begin{aligned} \text{ОВД} &= \frac{\text{Сумма вложений с процентами}}{\text{Вложения}} = \\ &= (1 + \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет}). \end{aligned} \quad (6.12)$$

Такая относительная величина динамики в финансовой практике носит название «множитель наращивания» (МН) и оценивает степень изменения вложений за весь срок.

Пример 6.12. Вычислим относительную величину динамики, или множитель наращеня, по данным примера 6.11:

$$МН \frac{10\,700 \text{ руб.}}{10\,000 \text{ руб.}} = (1 + 0,07 \cdot 1) = 1,07.$$

Пример 6.13. По вложениям, составляющим 10 000 руб., начисляют 7% годовых. Вычислим абсолютную сумму начисленных за два года процентов, сумму вклада с процентами, а также степень изменения вложений в виде множителя наращеня.

Абсолютная сумма процентов (согласно (6.9)) =

$$= \text{Вложения} \cdot \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет} = 10\,000 \cdot 0,07 \cdot 2 = 1400 \text{ (руб.)}.$$

Сумма вложений с процентами (согласно (6.10))

$$= 10\,000 + 1400 = 11\,400 \text{ (руб.)}$$

или

$$(\text{согласно (6.11)}) = \text{Вложения} (1 + \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет}) =$$

$$= 10\,000 (1 + 0,07 \cdot 2) = 10\,000 \cdot 1,14 = 11\,400 \text{ (руб.)}$$

$$МН (\text{согласно (6.12)}) = \frac{\text{Сумма вложений с процентами}}{\text{Вложения}} =$$

$$= 1 + \text{ОВПС} \cdot \text{Число лет} = \frac{11\,400}{10\,000} = 1 + 0,07 \cdot 2 = 1,14 \text{ (руб.)}.$$

Такая практика начисления процентов называется «начисление простых процентов». Если же абсолютная величина процентов присоединяется к вложениям и процент рассчитывается относительно новой, увеличенной, суммы, то говорят о начислении сложных процентов.

Тогда имеем:

$$МН = (1 + \text{ОВПС}) \cdot (1 + \text{ОВПС}) \dots (1 + \text{ОВПС}) \text{ и т.д.}$$

Величина $(1 + \text{ОВПС})$ домножается столько раз, сколько имеем процентных периодов (число лет, n)

Тогда множитель наращенная вкладных операций выглядит так:

$$МН = (1 + ОВПС)^n = \frac{\text{Сумма вложений с процентами}}{\text{Вложения}}, \quad (6.13)$$

а размер вложений с процентами вычисляется следующим образом:

$$\text{Вложения} \cdot МН$$

Пример 6.14. По вкладу, составляющему 10 000 руб. начисляют 7% годовых (практика начисления сложных процентов). Вычислим степень изменения вложений и сумму вложений через три года:

$$1) МН = (1 + ОВПС)^n = (1 + 0,07)^3 = 1,2250;$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ Вложения с процентами} &= \text{Вложения} \cdot МН = \\ &= 10\,000 \cdot 1,2250 = 12\,250 \text{ (руб.)}. \end{aligned}$$

6.2. РЕАЛИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MICROSOFT EXCEL

Вычисление относительных показателей по паре значений заданных абсолютных показателей выполняется в Excel совершенно тривиальным способом. Чуть большую сложность представляет определение нескольких относительных показателей сразу для группы абсолютных показателей, заданных в виде таблицы. В этом случае «усложнением» состоит в необходимости фиксации с помощью знака доллара (\$) номера строки или названия столбца, содержащего некоторый абсолютный показатель. Если ячейки с исходными абсолютными и вычисляемыми относительными показателями расположены надлежащим образом, то зафиксировать необходимый номер строки или название столбца можно, присвоив имена этим строкам/столбцам. Оба способа фиксации строк/столбцов демонстрируются ниже

Показатели динамики. Порядок вычисления указанных относительных показателей продемонстрирован на рис. 6.1 в табл. 2 и 3 по значениям абсолютных показателей, заданных в табл. 1.

	В	С	Д	Е	Г	Н	І	Ј
2	Табл.1. Объемы реализации продукции по годам, тыс руб					Табл.3. Базисные ОВД (база 2001 г.)		
3	Продукция	2001	2002	2003	2004	2002	2003	2004
4	А	40,5	48,8	45,3	51,2	120,5%	111,9%	126,4%
5	Б	36,4	41,7	43,2	57,3	114,6%	118,7%	157,4%
6	В	9,7	11,3	15,4	18,5	116,5%	158,8%	190,7%
7						=D4/\$C4		
8	Табл 2 Цепные ОВД (цепные темпы роста)					Табл 4 Связь цепных и базисных ОВД		
9	А	-	120,5%	92,8%	113,0%	120,5%	111,9%	126,4%
10	Б	-	114,6%	103,6%	132,6%	114,6%	118,7%	157,4%
11	В	-	116,5%	136,3%	120,1%	116,5%	158,8%	190,7%
12			=D4/C4			=ПРОИЗВЕД(\$D9:\$D9:\$G9:\$G9)		

Рис. 6.1. Цепные и базисные относительные величины динамики объемов реализации продукции

Показатели структуры. Примеры их вычисления демонстрируются в таблицах на рис. 6.2, 6.3. Определение данных показателей всегда начинается с нахождения суммарных значений (итогов) по столбцам и строкам таблицы (на рис. 6.2 это значения соответственно в диапазонах C14:F14 и G11:G14).

	В	С	Д	Е	Г	Н
9	Табл.1. Площади посевных площадей под различные культуры в районах области, га (условные данные)					
10	Район	Пшеница	Рожь	Кукуруза	Бобовые	Всего по району
11	А	46	18	47	23	134
12	Б	40	16	43	20	119
13	В	32	12	39	17	100
14	Всего	118	46	129	60	353
15		=СУММ(C11:C13)			=СУММ(G11:G11)	

Рис. 6.2. Исходные данные и итоговые значения для вычисления показателей структуры

Напомним, что если итоги требуется вычислить в пустых ячейках, расположенных непосредственно ниже или справа от данных (слагаемых), то сделать это проще всего, щелкнув на инструментальной кнопке Σ - АВТОСУММА, предварительно выдлив диапазоны, указанные в следующей таблице:

Что вычислить	Где разместить итоги	Что выделить перед щелчком на кнопке АВТОСУММА
Итоги по столбцам	Под данными (C14:F14)	Данные (C11:F13)
Итоги по строкам	Справа от данных (G11:G14)	Диапазон для итогов (G11:G14)

После нахождения итогов показатели структуры вычисляются с помощью образцов формул, приведенных на рис. 6.3. Эти образцы копируются затем вправо и вниз.

	B	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
9		Табл.2 Доля посевных площадей различных культур, в общей посевной площади каждого района области, в %						Табл.3. Доля площади каждой культуры в каждом районе в общей площади, выделяемой под данную культуру			
10	Район	Пшеница	Рожь	Кукуруза	Бобовые	Всего		Пшеница	Рожь	Кукуруза	Бобовые
11	A	34,3	13,4	35,1	17,2	100		39,0	39,1	36,4	38,3
12	Б	33,6	13,4	36,1	16,8	100		33,9	34,8	33,3	33,3
13	В	32,0	12,0	39,0	17,0	100		27,1	26,1	30,2	28,3
14						Всего		100	100	100	100
15		=C11/\$G11*100						=C11/\$S14*100			

Рис. 6.3. Вычисление показателей структуры по данным таблицы на рис. 6.2

6.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте понятие абсолютных величин и единиц их измерения
2. Какие виды абсолютных величин существуют?
3. Дайте понятие относительных величин. Каковы формы их выражения? В каких единицах они измеряются?
4. Охарактеризуйте относительные величины динамики, выполнения плана, планового задания. Покажите их взаимосвязь.
5. Перечислите виды относительных величин. Приведите примеры их использования.
6. Дайте определение абсолютной величины процента, суммы вложений с процентами.
7. Что представляет собой ОВПС (относительная величина процентной ставки)?
8. Что включает понятие множитель наращения (МН)? Как он исчисляется?
9. Как производится вычисление ОВД – МН и суммы вложений с процентами при использовании практики начисления простых и сложных процентов?
10. В регионе в 2009 г. построено 720 млн м² жилых домов. Определите показатель ввода в действие жилых домов (млн м²) в 2012 г., если известно, что в 2011 г. по сравнению с 2009 г. этот показатель снизился на 2,6%, а в 2012 г. по сравнению с 2011 г. возрос на 14,8%.
11. Известны данные о динамике объема производства двигателей на предприятии за 2007– 2012 гг., тыс. шт

Год	ОВД, % к 2006 г	ОВД, % к предыдущему году
2007	—	101,2
2008	..	103,1
2009	104,7	..
2010	106,9	..
2011		104,1
2012	.	102,9

Определите недостающие в таблице показатели.

12. Урожайность пшеницы в сельскохозяйственном объединении в 2008 г. составила 34 ц/га. Каким был это показатель в 2012 г., если известно, что прирост урожайности в 2011 г. по сравнению с 2008 г. составил 11,2%, а в 2012 г. по сравнению с 2011 г. урожайность составила 98,9%?

13. Объединение выполнило план производства на 104% По сравнению с прошлым годом прирост выпуска продукции по объединению составил 8% Определите, какой прирост продукции по сравнению с прошлым годом был предусмотрен планом по объединению
14. По цеху ширпотреба предприятия в текущем году планом предусматривалось увеличение выпуска изделий

детских велосипедов	на 9%;
— санок	на 8%;
садового инвентаря	— на 6%.

Фактически в текущем году по сравнению с базисным годом было выпущено велосипедов в 2,1 раза больше, санок — на 5% меньше, а садового инвентаря — в 1,5 раза больше Определите, какова степень выполнения плана в отчетном году по выпуску изделий каждого вида.

15. В отчетном периоде планировалось снизить себестоимость единицы изделия на 1025 руб при уровне базисного периода в 6025 руб Фактически в текущем году себестоимость единицы изделия составила 4900 руб. Определите процент выполнения плана по снижению себестоимости.
16. Плановый прирост выпуска продукции объединением в текущем году должен был составить 6,8% Определите степень выполнения плана объединением по производству продукции в отчетном году, если фактический его прирост по сравнению с базисным периодом составил 9,2%.
17. Затраты труда на производство единицы изделия планировалось снизить на 7% по трем цехам предприятия Фактически снижение составило 5%. Определите степень выполнения плана по снижению трудоемкости единицы продукции.
18. Фактическое снижение себестоимости произведенной продукции по заводу в отчетном году составило 9,9%. Планом на данный период предусматривалось снижение себестоимости на 7,1% Себестоимость всей выпущенной продукции по предприятию в базисном году составила 68 980 тыс руб Определите величину плановой и фактической себестоимости в текущем периоде и степень выполнения плана по снижению этого показателя.
19. По данным таблицы проанализируйте структуру и динамику ввода в действие зданий в Российской Федерации.

Здания, введенные в действие	Число зданий, тыс		Общий строительный объем зданий — всего, млн м ³		Общая площадь зданий — всего, млн м ²	
	2006	2009	2006	2009	2006	2009
Всего по РФ.						
в том числе:	224,6	233,3	446,2	423,6	102,5	95,1
по назначению:						
жилого назначения	208,9	217,2	310,9	280,8	79,2	72,5
нежилого назначения	15,7	16,1	135,3	142,8	23,3	22,6

по субъектам РФ:						
Центральный федеральный округ	46,9	50,2	140,9	128,3	...	...
Северо-Западный федеральный округ	15,3	16,7	50,9	42,3	...	...
Южный федеральный округ	49,1	49,2	58,8	63,2	...	...
Приволжский федеральный округ	62,2	66,6	95,6	88,8	...	...
Уральский федеральный округ	18,6	18,8	41,4	40,3	..	...
Сибирский федеральный округ	27,7	26,1	49,3	49,5	...	...
Дальневосточный федеральный округ	4,8	5,7	9,3	11,2	...	...

Источник: Строительство в России — 2010. Табл. 4.1, 4.3.

20. По данным таблицы определите структуру численности лиц, занятых в экономике Российской Федерации по различным формам собственности. Проанализируйте динамику численности занятых лиц в 2000—2010 гг. в разрезе отдельных форм собственности. Найдите относительные величины координации для 2010 г.

Среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. человек	2000	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Всего, в том числе по формам собственности:	64 517	66 792	67 174	68 019	68 474	67 463	67 577
государственная, муниципальная	24 371	22 499	22 038	21 796	21 530	21 097	20 566
частная	29 776	36 178	37 223	38 327	39 110	39 014	39 585
собственность общественных и религиозных организаций (объединений)	526	382	383	375	358	329	319
смешанная российская	8 114	5 202	4 856	4 581	4 274	3 841	3 880
иностранная, совместная российская и иностранная	1 730	2 531	2 675	2 930	3 202	3 182	3 227

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 5.4.

21. С помощью относительных величин проанализируйте использование рабочего времени в экономике Российской Федерации.

Количество отработанного времени за год на рабочих местах по производству товаров и услуг в экономике РФ по типу занятости	Млн человеко-часов		
	2008	2009	2010
Всего,	151 173	147 081	148 977
в том числе:			
в организациях	100 039	96 021	97 116
в сфере предпринимательской деятельности без образования юридического лица, фермерских хозяйствах (включая рабочие места наемных работников)	32 443	32 448	33 344
по производству продукции для собственного использования	18 691	18 612	18 517
Количество отработанного времени на основной работе или единственной работе, в том числе	126 454	122 690	124 846
в том числе:			
в организациях	96 337	92 490	93 589
в сфере предпринимательской деятельности без образования юридического лица, фермерских хозяйствах (включая рабочие места наемных работников)	30 117	30 200	31 257
Количество отработанного времени на дополнительной работе	6 027	5 779	5 614

Источник. Труд и занятость в России. 2011. Табл. 3.5.

22. С помощью относительных величин проанализируйте данные об объеме иностранных инвестиций в экономику Российской Федерации. Какие виды относительных величин нужно применить для анализа?

Объем инвестиций, поступивших от иностранных инвесторов в экономику России в 2010 г	Объем инвестиций, млн дол. США
Всего, в том числе	114 746
из Кипра	9 003
Великобритании	40 770
Нидерландов	10 696
Люксембурга	5 374
Германии	10 435
Франции	3 702
Виргинских островов (Брит.)	2 383
Швейцарии	4 679

Источник. http://gks.ru/bgd/rgt/B11_04/issWWW.exe/Stg/d04/2-in-invest.htm

23. По имеющимся данным о распределении доходов и расходов федерального бюджета Российской Федерации за три года рассчитайте относительные величины. Проанализируйте полученные результаты.

	млрд.руб.		
	2008	2009	2010
Доходы, из них:	9 275,9	7 337,8	8 305,4
налог на прибыль организаций	761,1	195,4	255,0
единый социальный налог	506,8	509,8	—
налог на добавленную стоимость			
на товары (работы, услуги), реализуемые на территории Российской Федерации	998,4	1 176,6	1 328,7
на товары, ввозимые на территорию Российской Федерации	1 133,8	873,4	1 169,5
акцизы по подакцизным товарам (продукции):			
производимым на территории Российской Федерации	125,2	81,7	113,9
ввозимым на территорию Российской Федерации	35,3	19,8	30,1
налоги, сборы и регулярные платежи за пользование природными ресурсами	1 637,5	1 006,3	1 408,3
задолженность и перерасчеты по отмененным налогам, сборам и иным обязательным платежам	0,9	0,9	33,3
доходы от внешнеэкономической деятельности	3584,9	2688,3	3227,7
доходы от использования имущества, находящегося в государственной и муниципальной собственности	150,5	421,3	427,8
платежи при пользовании природными ресурсами	111,8	63,5	53,3
безвозмездные поступления	1,3	6,2	0,3
доходы от предпринимательской и иной приносящей доход деятельности	0,0	1,4	0,2
Расходы, из них:	7570,9	9660,1	10117,5
на общегосударственные вопросы	839,4	853,1	887,9
из них на обслуживание государственного и муниципального долга	153,3	176,2	195,0
на национальную оборону	1040,9	1188,2	1276,5
на национальную безопасность и правоохранительную деятельность	835,6	1004,5	1085,4
на национальную экономику, из них:	1025,0	1650,7	1222,7
на топливно-энергетический комплекс	9,8	34,9	18,0
на сельское хозяйство и рыболовство	58,0	83,1	35,3
на транспорт	116,3	220,6	303,1
на дорожное хозяйство	180,0	223,5	281,1
на связь и информатику	18,7	26,9	39,3

на прикладные научные исследования в области национальной экономики	72,8	111,3	119,9
на другие вопросы в области национальной экономики	495,5	875,6	347,4
на жилищно-коммунальное хозяйство	129,5	151,6	234,9
на социально-культурные мероприятия	1015,7	1205,5	1260,7
на межбюджетные трансферты	2674,6	3593,4	4135,9
из них на межбюджетные трансферты бюджетам государственных внебюджетных фондов	1580,0	2113,2	2757,6
Профицит, дефицит (–)	1705,1	–2322,3	–1812,0

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 22.8.

24. Проанализируйте с помощью цепных и базисных относительных величин динамику изменения объема иностранных инвестиций Российской Федерации в экономику стран СНГ за ряд лет.

Объем инвестиций России в экономику стран СНГ, млн дол. США	2005	2009	2010
Всего,	621	9 214	7 498
в том числе			
Азербайджан	7	92	40
Армения	138	192	108
Беларусь	102	6 542	4 125
Казахстан	204	389	1 206
Киргизия	1	201	210
Республика Молдова	5	27	27
Таджикистан	—	112	183
Туркмения	—	6	2
Узбекистан	7	87	204
Украина	155	1 586	1 393

Источник: Российский статистический ежегодник. 2006, 2010, 2011. Табл. 23.52.

25. По данным о структуре денежных доходов населения за 2005—2010 гг. проанализируйте структурные сдвиги, происшедшие за рассматриваемый период, проанализируйте динамику отдельных статей доходов населения. Укажите факторы, которые повлияли на изменение структуры денежных доходов населения.

Денежные доходы, %	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Всего, в том числе:	100	100	100	100	100	100
доходы от предпринимательской деятельности	11,4	11,1	10,0	10,2	9,5	9,3
оплата труда	83,6	65,0	67,5	68,4	67,3	64,6
социальные выплаты	12,7	12,0	11,6	13,2	14,8	17,8
доходы от собственности	10,3	10,0	8,9	6,2	6,4	6,3
другие доходы	2,0	1,9	2,0	2,0	2,0	2,0

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 6.6.

26. С помощью относительных величин проанализируйте динамику численности врачей, среднего медицинского персонала, больничных коек и численности населения. Покажите взаимосвязь цепных и базисных величин динамики.

Показатель	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Численность врачей, тыс. человек	690,3	702,2	707,3	703,8	711,3	715,8
Численность среднего медицинского персонала	1 529,8	1 545,0	1 542,5	1 511,2	1 517,6	1 508,7
Число больничных коек, тыс. шт.	1 575,4	1 553,6	1 521,7	1 398,5	1 373,4	1 339,5
Численность населения, млн человек	143,5	142,8	142,2	142,0	141,9	142,9

Источник: Российский статистический ежегодник. М., 2006, С. 33, 263, 266, 269. 2011. Табл. 4.2, 8.2, 8.4.

Определите численность врачей, среднего медицинского персонала и больничных коек на каждые 10 000 человек за каждый год. К какому виду относительных величин относятся рассчитанные показатели?

27. По данным за 1987—2005 гг. проанализируйте динамику рождаемости в Российской Федерации, используя цепные и базисные величины динамики.

Год	Тыс. человек	Год	Тыс. человек	Год	Тыс. человек
1987	2 500,0	1997	1 259,9	2007	1 610,1
1988	2 348,5	1998	1 283,3	2008	1 713,9
1989	2 160,6	1999	1 214,7	2009	1 761,7
1990	1 988,8	2000	1 266,8	2010	1 788,9
1991	1 794,6	2001	1 311,6		
1992	1 587,6	2002	1 397,0		
1993	1 379,0	2003	1 477,3		
1994	1 408,2	2004	1 502,5		
1995	1 363,8	2005	1 457,4		
1996	1 304,6	2006	1 479,6		

Источник: Россия в цифрах. Краткий статистический сборник. М., 2004. С. 71; Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 4.5.

Какова тенденция рождаемости в период с 1987 по 1999 гг., с 1999 по 2010 г.? Назовите социально-экономические факторы, влияющие на динамику рождаемости.

28. С помощью относительных величин проанализируйте объемы производства зерна, использование продуктов питания для личного потребления в Российской Федерации на душу населения за ряд лет.

Показатель	2006	2007	2008	2009	2010
Численность населения, млн человек	142,8	142,2	142,0	141,9	142,9
Использование молока и молочных продуктов для личного потребления, тыс. т	33 687	34 295	34 566	34 900	35 237
Использование мяса и мясных продуктов для личного потребления, тыс. т	8 287	8 774	9 353	9 455	9 671
Использование овощей и бахчевых культур для личного потребления, тыс. т	12 717	13 303	14 201	14 631	14 426
Валовой сбор зерна (в весе после доработки), млн т	78,5	81,8	108,2	97,1	61,0

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 4.2, 14.38, 14.39, 14.40.

Какие виды относительных величин можно применить для анализа данных таблицы?

29. По кредиту размером 100 000 руб. необходимо выплатить за год 5000 руб. процентов. Определите процентную ставку по кредиту.
30. По вкладу размером 300 000 руб., внесенному на два года, начисляют 2% годовых, используя практику начисления простых процентов. Рассчитайте абсолютную сумму начисленных процентов, сумму вклада с процентами, множитель наращивания.
31. По вкладу, составляющему 300 000 руб., начисляют 1% годовых (практика начисления сложных процентов). Вычислите степень изменения вложений и их сумму через четыре года.

ТЕМА 7. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

7.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Средняя величина — статистический показатель, с помощью которого дается обобщающая характеристика совокупности однотипных явлений по одному из варьирующих признаков. Она показывает типичный уровень признака в расчете на единицу совокупности. С помощью средних величин проводится сравнение различных совокупностей по характерным для них количественным признакам, изучаются закономерности развития явлений и процессов общественной жизни.

В статистике применяются два класса средних величин: *степенные (аналитические)* и *структурные*.

Общая формула *степенной (аналитической)* средней величины имеет следующий вид:

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^m f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}, \quad (7.1)$$

где $\bar{X}$ — средняя величина,

$x_i = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — варианты (числовые значения признака у единиц совокупности),

f_i — частоты, показывающие, сколько раз встречается соответствующее значение признака в данной совокупности

m — показатель степени средней.

Наиболее часто в статистическом анализе применяются следующие виды степенных средних: *средняя арифметическая* ($m = 1$), *средняя гармоническая* ($m = -1$), *средняя геометрическая* ($m = 0$) и *средняя квадратическая* ($m = 2$).

Наряду с аналитическими в статистике применяются структурные средние, значение которых определяется особенностями распределения. К классу *структурных* средних относятся *медиана* (варианта,

делящая совокупность на две равные части), *квартили* (варианты, делящие совокупность на четыре равные части) и *децили* (варианты, делящие совокупность на десять равных частей), а также *мода* (наиболее часто встречающееся значение признака).

Выбор вида средней в каждом конкретном случае определяется целью исследования и характером исходных данных.

Рассмотрим методику исчисления средних величин.

В таблице 7.1 представлены данные о заработной плате за месяц 16 служащих одного из отделов страховой компании.

Таблица 7.1

Зароботная плата служащих отдела

№ служащего по списку	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Итого
Зароботная плата, тыс. руб., x	15	15	18	18	18	25	25	25	25	25	29	29	29	36	36	40	408

Рассчитаем среднюю заработную плату служащих данного отдела. Для этого необходимо заработную плату, начисленную всему персоналу отдела, т.е. фонд заработной платы, разделить на число служащих. Фонд заработной платы по отделу представляет собой сумму индивидуальных уровней заработной платы (x_i). Таким образом, для решения поставленной задачи по известным нам данным необходимо воспользоваться формулой средней арифметической простой¹ (тыс. руб.)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n};$$

$$\bar{x} = \frac{408}{16} = 25.5.$$
(7.2)

Обратим внимание на тот факт, что исходные данные можно предварительно сгруппировать и построить дискретный вариационный ряд (табл. 7.2).

¹ Здесь и далее для облегчения восприятия материала обучающимися в приводимых формулах опускаются пределы суммирования вместо $\sum_{i=1}^n$ показано $\sum$

Расчет средней арифметической в дискретном вариационном ряду

Исходные данные		Расчетные показатели	
Уровень заработной платы, тыс. руб.	Численность служащих, человек	Фонд заработной платы, тыс. руб.	Накопленные частоты
x_i	f_i	$x_i f_i$	S_i
15	2	30	2
18	3	54	5
25	5	125	10
29	3	87	13
36	2	72	15
40	1	40	16
Итого	$\sum f_i = 16$	$\sum x_i f_i = 408$	

В этом ряду каждому значению признака (варианте x_i) соответствует частота (f_i), показывающая, сколько служащих имеет тот или иной уровень заработной платы. Тогда для определения фонда заработной платы достаточно просуммировать произведения уровней заработной платы на соответствующие им частоты. Средний уровень заработной платы по сгруппированным данным исчисляется, таким образом, по формуле средней арифметической взвешенной (тыс. руб.):

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \quad (7.3)$$

$$\bar{x} = \frac{408}{16} = 25,5$$

Если исходные данные таковы, что для каждой варианты известна не частота, а показатель (статистический вес), являющийся произведением варианты на соответствующую частоту, то средняя величина исчисляется по формуле средней гармонической взвешенной.

Вернемся к нашему примеру. Пусть в качестве исходных данных нам известны уровень оплаты труда для каждой группы служащих и начисленный им фонд заработной платы (табл. 7.3). Для определения средней заработной платы в этом случае следует рассчитать численность служащих в каждой группе.

Таблица 7.3

Расчет средней гармонической в дискретном вариационном ряду

Исходные данные		Расчетный показатель
Уровень заработной платы, тыс. руб.	Фонд заработной платы, тыс. руб.	Численность служащих, человек
x_i	F_i	F_i/x_i
15	30	2
18	54	3
25	125	5
29	87	3
36	72	2
40	40	1
Итого	$\sum F_i = 408$	$\sum F_i/x_i = 16$

При наличии таких исходных данных для расчета среднего уровня заработной платы необходимо воспользоваться формулой средней гармонической взвешенной (тыс. руб.):

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i}{\sum \frac{F_i}{x_i}}, \quad (7.4)$$

$$\bar{x} = 408 : 16 = 25,5$$

Исходные данные могут быть представлены в виде интервального вариационного ряда. Покажем расчет средней арифметической взвешенной на следующем условном примере (табл. 7.4).

Таблица 7.4

Расчет средней арифметической в интервальном вариационном ряду

Исходные данные		Расчетные показатели		
Группы организаций по объему товарооборота, тыс. руб.	Число организаций	Середина интервала x_i	Произведение вариантов на частоты $x_i f_i$	Накопленные частоты S_i
1 200—1 225	20	1 212,5	24 250	20
1 225—1 250	40	1 237,5	49 500	60
1 250—1 275	50	1 262,5	63 125	110
1 275—1 300	30	1 287,5	38 625	140
	$\sum f_i = 140$		$\sum x_i f_i = 175 500$	

В интервальном ряду необходимо прежде всего определить середину каждого интервала (x_i), которая рассматривается как среднее значение признака у единиц совокупности, попавших в данный интервал. Затем расчет средней величины проводится по формуле средней арифметической или средней гармонической в зависимости от содержания исходной информации. В нашем примере необходимо найти произведение полученных вариантов (x_i) и соответствующих им частот (т.е. общий объем товарооборота по каждой группе организаций), просуммировать полученные результаты и исчислить средний объем товарооборота в расчете на одну организацию по формуле средней арифметической взвешенной (тыс. руб.):

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{175\,500}{140} \approx 1\,253,6.$$

Среднюю арифметическую взвешенную в вариационных рядах с равными интервалами можно рассчитать способом моментов (способом расчета от условного нуля), который основан на использовании ее математических свойств:

$$\bar{X} = \bar{X}' \cdot d + A, \quad (7.5)$$

где $\bar{X}'$ — момент первого порядка, который исчисляется по формуле

$$\bar{X}' = m_1' = \frac{\sum \left(\frac{x_i - A}{d} \right) f_i}{\sum f_i}; \quad (7.6)$$

d — наибольший общий делитель для разностей $x_i - A$ (в рядах с одинаковыми интервалами он равен величине интервала),

A — произвольное число (удобнее в качестве A выбрать вариант, находящийся в середине ряда и имеющую наибольшую частоту)

Проведем расчет среднего объема товарооборота на основании данных табл. 7.4 способом моментов (табл. 7.5).

**Расчет средней арифметической
в интервальном вариационном ряду**

Исходные данные		Расчетные показатели			
Группа организаций по объему товарооборота, тыс. руб.	Число организаций	Середина интервала	$A = 1\,262,5$	$d = 25$	
	f_i	x_i	$x_i - A$	$\frac{x_i - A}{d}$	$\left(\frac{x_i - A}{d}\right) f_i$
1 200—1 225	20	1 212,5	-50	-2	-40
1 225—1 250	40	1 237,5	-25	-1	-45
1 250—1 275	50	1 262,5	0	0	0
1 275—1 300	30	1 287,5	+25	+1	+35
Итого	140				-50

$$\bar{X}' = m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x_i - A}{d} \right) f_i}{\sum f_i} = \frac{-50}{140} = -0,357.$$

$$\bar{X} = \bar{X}' \cdot d + A = m_1 d + A = (-0,357) \cdot 25 + 1\,262,5 = 1\,253,6 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Мода (Mo) для дискретного вариационного ряда определяется как варианта, имеющая наибольшую частоту. Используя исходные данные в табл. 7.2, можем записать, что $Mo = 25$ тыс. руб., т.е. заработная плата у наибольшего числа служащих данного отдела страховой компании составляет 25 тыс. руб.

В интервальном вариационном ряду с равными интервалами мода исчисляется по формуле

$$Mo = x_{Mo} + d \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})}, \quad (7.7)$$

- где x_{Mo} — нижняя граница модального интервала,
 d — величина интервала,
 f_{Mo-1} — частота интервала, предшествующего модальному
 f_{Mo} — частота модального интервала;
 f_{Mo+1} — частота интервала, следующего за модальным

По данным табл. 7.4 рассчитаем моду ряда распределения (тыс. руб.):

$$Mo = 1250 + 25 \cdot \frac{50 - 40}{(50 - 40) + (50 - 30)} = 1258,3.$$

В данной совокупности больше всего организаций с объемом товарооборота 1258,3 тыс. руб.

Для определения медианы (Me) прежде всего исчисляются ее порядковый номер по формуле $N_{Me} = \frac{\sum f_i}{2}$ и строят ряд накопленных частот. Накопленной частоте, которая равна порядковому номеру медианы или превышает его, в дискретном вариационном ряду соответствует варианта, являющаяся медианой, а в интервальном вариационном ряду — медианный интервал. Расчет медианы в интервальном вариационном ряду проводится по следующей формуле:

$$Me = x_{Me} + d_{Me} \cdot \frac{\sum_{j=1}^k f_j - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (7.8)$$

где x_{Me} — нижняя граница медианного интервала;
 d_{Me} — величина медианного интервала;
 S_{Me-1} — накопленная частота интервала, предшествующего медианному;
 f_{Me} — частота медианного интервала

По данным табл. 7.2, порядковый номер медианы — $8 \left(N_{Me} = \frac{16}{2} = 8 \right)$.

Следовательно, первая накопленная частота, превышающая порядковый номер медианы, равна 10. Соответствующая ей варианта «25 тыс. руб.» — медиана. Это означает, что половина служащих отдела страховой компании имеет заработную плату, не превышающую 25 тыс. руб.

По данным табл. 7.4 имеем: $N_{Me} = \frac{140}{2} = 70$. Следовательно, медианный интервал — «1250—1275». Рассчитаем медиану по приведенной выше формуле (тыс. руб.)

$$Me = 1250 + 25 \cdot \frac{70 - 60}{50} = 1255.$$

Таким образом, среди данной совокупности организаций половина имеет товарооборот не более чем на 1255 тыс. руб.

Методика определения квартилей (Q) и децилей (D) аналогична методике исчисления медианы. Покажем расчет третьего квартиля и восьмого дециля по данным табл. 7.4.

Формула для расчета третьего квартиля Q_3 имеет вид

$$Q_3 = x_{Q_3} + d_{Q_3} \cdot \frac{\frac{3 \cdot \sum f_i}{4} - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}} \quad (7.9)$$

Порядковый номер третьего квартиля равен 105 ($N_{Q_3} = \frac{3 \cdot \sum f_i}{4} = \frac{3 \cdot 140}{4} = 105$), тогда получим (тыс. руб.):

$$Q_3 = 1250 + 25 \cdot \frac{105 - 60}{50} = 1272,5.$$

Следовательно, три четверти организации имеют товарооборот на сумму не выше 1272,5 тыс. руб.

Для расчета восьмого дециля D_8 используют следующую формулу:

$$D_8 = x_{D_8} + d_{D_8} \cdot \frac{\frac{8 \cdot \sum f_i}{10} - S_{D_8-1}}{f_{D_8}}. \quad (7.10)$$

Порядковый номер восьмого дециля составляет:

$$112 \quad (N_{D_8} = \frac{8 \cdot \sum f_i}{10} = \frac{140 \cdot 8}{10} = 112),$$

тогда величина D_8 равна (тыс. руб.):

$$D_8 = 1275 + 25 \cdot \frac{112 - 110}{30} = 1276,7,$$

т.е. товарооборот 80% организаций не превышает 1276,7 тыс. руб

Одни единицы совокупности могут обладать некоторым качественным признаком, а другие не обладать. Такие признаки называются альтернативными. Как правило, речь идет о наличии или об отсутствии некоторого свойства у единиц совокупности. Обозначим альтернативный признак через ω и придадим ему следующие два значения:

$\omega_1 = 1$, если единица совокупности обладает данным свойством;
 $\omega_2 = 0$, если она не обладает этим свойством.

Пусть p — это доля единиц совокупности, обладающих рассматриваемым свойством, а q соответственно, доля единиц совокупности, не обладающих этим свойством. Среднее значение альтернативного признака равно p :

$$\bar{\omega} = \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p + q} = p. \quad (7.11)$$

Рассчитаем средний уровень посещаемости занятий на потоке на основании следующих данных о посещаемости в отдельных группах на начало октября (табл. 7.6).

Таблица 7.6

Расчет среднего значения альтернативного признака

№ группы	Численность студентов		Уровень посещаемости в группе, %
	в группе	присутствующих на занятиях	
1	25	20	80
2	26	24	92
3	23	23	100
4	26	23	89
Итого	100	90	90

В целом по совокупности из 100 человек на занятиях присутствовало 90 человек. Средний уровень посещаемости на потоке по четырем группам определяется как доля лиц, посетивших занятия в этот день:

$$\bar{\omega} = p = \frac{90}{100} = \frac{0,8 \cdot 25 + 0,92 \cdot 26 + 1 \cdot 23 + 0,89 \cdot 26}{100} = 0,9, \text{ или } 90 (\%).$$

7.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение средней величины.
2. Охарактеризуйте особенности и значение средних величин в анализе социально-экономических явлений.
3. Какие виды средних величин вы знаете?
4. Какими математическими свойствами обладает средняя арифметическая?
5. Что показывают структурные средние? Поясните методику определения структурных средних в дискретных и интервальных рядах распределения.
6. Известны следующие данные о числе заключенных договоров страхования страховыми агентами фирмы за отчетный период

Порядковый номер страхового агента	Число заключенных договоров	Порядковый номер страхового агента	Число заключенных договоров
1	23	11	24
2	24	12	25
3	25	13	26
4	25	14	26
5	22	15	27
6	25	16	24
7	24	17	25
8	23	18	22
9	21	19	23
10	24	20	22

Определите среднее число заключенных договоров одним страховым агентом:

- а) по несгруппированным данным,
 - б) по сгруппированным данным (для этого постройте дискретный вариационный ряд распределения)
7. По непрерывному стажу работы работники фирмы распределяются следующим образом

Стаж работы, лет	Численность работников	
	мужчины	женщины
1	12	5
2	15	6

Стаж работы, лет	Численность работников	
	мужчины	женщины
3	28	7
4	20	9
5	20	13
6	12	18
7	8	14
8	5	8
Итого	120	80

Определите для мужчин, женщин и в целом для всех работников предприятия:

- средний стаж работы;
- модальный стаж;
- медианный стаж

8. Известны следующие данные о продолжительности оплачиваемых отпусков работников, занятых в организациях региона.

Фактическая продолжительность отпуска, рабочих дней	Численность работников, % к итогу
15	5
17	12
18	18
20	19
21	25
23	11
24	10
Итого	100

Определите среднюю фактическую продолжительность отпуска по организациям региона.

9. Имеются следующие данные о распределении вкладов по их размеру.

Размер вклада, тыс. руб.	Число вкладов, % к итогу
До 400	2
400—600	3
600—800	8
800—1 000	10
1 000—1 200	15
1 200—1 400	32
1 400 и более	30
Итого	100

Определите средний размер вклада.

10. Известны следующие данные о распределении численности занятых в экономике региона, по возрастным группам.

Возраст, лет	Численность занятых в экономике региона, % к итогу
до 20	2,2
20–24	9,5
25–29	12,6
30–34	11,8
35–39	13,4
40–44	16,0
45–49	14,6
50–54	11,5
55–59	4,1
60 и более	4,3
Итого	100,0

Определите для занятых в экономике: средний возраст, модальный возраст, медианный возраст

11. Известны следующие данные о распределении работников организации по размеру заработной платы за месяц

Группа работников по размеру заработной платы, тыс. руб.	Численность работников организации	
	филиал № 1	филиал № 2
до 20	30	10
20–25	35	20
25–30	55	30
30–35	80	70
35–40	120	85
40–45	80	130
45–50	60	100
50 и более	40	55
Итого	500	500

Определите для каждого филиала:

- среднюю заработную плату работников, применяя способ моментов,
- модальный уровень заработной платы,
- медианный уровень заработной платы

12. Имеются следующие данные о выпуске продукции организациями региона.

Группа предприятий по объему выпуска продукции, млн. руб.	Число организаций
1,6–2,0	12
2,0–2,4	15

Группа предприятий по объему выпуска продукции, млрд руб.	Число организаций
2,4—2,8	22
2,8—3,2	24
3,2—3,6	18
3,6—4,0	16
4,0—4,4	13
Итого	120

Определите среднегодовой объем производства в расчете на одну организацию (применяя способ моментов), моду, медиану.

13. Возрастная структура сотрудников двух отделов фирмы следующая.

Возраст, лет	Численность сотрудников отдела, % к итогу	
	отдел № 1	отдел № 2
До 25	12,2	4,0
25—30	18,7	10,6
30—35	30,3	20,4
35—40	11,5	21,3
40—45	10,6	22,3
45—50	8,8	10,9
50—55	5,8	6,2
55 и более	2,1	4,3
Итого	100,0	100,0

Проанализируйте возрастной состав сотрудников фирмы. Для этих целей определите для каждого отдела:

- средний возраст сотрудников, применяя способ моментов;
- модальный возраст сотрудников;
- медианный возраст сотрудников;
- квартили и децили

14. Имеются следующие данные, характеризующие распределение численности безработных по полу и возрасту.

Возраст, лет	Число безработных, % к итогу	В том числе	
		мужчин	женщин
До 20	8,9	8,0	9,9
20—24	17,0	16,4	17,8
25—29	13,2	13,5	13,0
30—34	11,9	13,0	10,7
35—39	11,6	11,1	12,1

Возраст, лет	Число безработных, % к итогу	В том числе	
		мужчин	женщин
40—44	13,1	13,6	12,4
45—49	10,7	10,0	11,4
50—54	8,3	8,4	8,1
55—59	2,5	2,8	2,2
60—72	2,8	3,2	2,4
Итого	100,0	100,0	100,0

Определите средний и медианный возраст.

- всех безработных;
- безработных мужчин;
- безработных женщин

15. Известны следующие данные о размерах затрат на один рубль произведенной продукции на предприятиях корпорации:

Затраты на 1 руб. произведенной продукции, коп.	Число предприятий	Произведенная продукция по группе предприятий, млн руб.	Объем продукции в расчете на одного работника, тыс. руб.
До 60	2	70	70
60—65	3	99	69
65—70	5	162	66
70—75	3	78	65
75 и выше	2	34	50
Итого	15	443	—

Определите по корпорации в целом:

- средний уровень затрат в расчете на один рубль произведенной продукции;
- средний размер произведенной продукции в расчете на одно предприятие;
- средний объем продукции в расчете на одного работника.

16. Имеются следующие данные о товарообороте и издержках обращения предприятий торговой компании

Издержки обращения на 100 руб. товарооборота, руб.	Число предприятий	Товарооборот в среднем на одно предприятие, млн руб.	Товарооборот в расчете на одного работника тыс. руб.
До 3	4	25	1 000
3—4	6	24	923
4—5	10	23	821
5—6	12	20	690

Издержки обращения на 100 руб товарооборота, руб.	Число предприятий	Товарооборот в среднем на одно предприятие, млн руб.	Товарооборот в расчете на одного работника, тыс. руб.
6 и выше	8	18	600
Итого	40	—	—

Определите по компании в целом

- средний уровень издержек обращения на 100 руб товарооборота;
- средний размер товарооборота в расчете на одно предприятие;
- средний размер товарооборота в расчете на одного работника.

17. Известны следующие данные о заработной плате и численности рабочих по двум филиалам организации.

Номер филиала	Базисный период		Отчетный период	
	средняя списочная численность рабочих, человек	средняя месячная заработная плата, тыс. руб.	фонд заработной платы, тыс. руб.	средняя месячная заработная плата, тыс. руб.
1	210	28,68	6 154,72	29,59
2	300	27,82	8 097,60	28,92

Определите среднюю заработную плату рабочих по организации в целом:

- в базисном периоде,
- в отчетном периоде.

Укажите, какие виды средних величин необходимо применить в каждом случае. Сравните полученные показатели. Объясните, какие факторы оказали влияние на изменение средней заработной платы рабочих организации в отчетном периоде по сравнению с базисным.

18. Имеются следующие данные по трем филиалам организации, выпускающим одноименную продукцию:

Номер филиала	Базисный период		Отчетный период	
	себестоимость единицы продукции, руб.	затраты на выпуск продукции, тыс. руб.	себестоимость единицы продукции, руб.	выработано продукции, тыс. шт.
1	22,0	10 560	19,8	50
2	21,8	19 620	18,0	95
3	22,2	12 210	21,6	54

Определите среднюю себестоимость единицы продукции по организации в целом

- в базисном периоде,
- в отчетном периоде.

Укажите, какие виды средних величин необходимо применить в каждом случае. Сравните полученные показатели. Объясните, какие факторы оказали влияние на изменение средней себестоимости единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным.

19. Известны следующие данные по трем филиалам организации.

Номер филиала	Март		Апрель	
	численность рабочих, человек	средняя выработка продукции одним рабочим за месяц, руб.	выработано продукции всего, тыс. руб.	средняя выработка продукции одним рабочим за месяц, руб.
1	190	59 560	10 773,0	59 850
2	225	58 800	13 065,8	59 390
3	215	58 144	12 925,0	58 750

Определите по организации в целом среднюю выработку продукции за месяц в расчете на одного рабочего

а) в марте;

б) в апреле.

Укажите, какие виды средних необходимо применять в каждом случае. Объясните, какие факторы повлияли на изменение средней выработки продукции.

20. Известны следующие данные о затратах времени на обслуживание одного клиента служащими операционных отделов банка.

Время, требуемое для обслуживания клиента, мин.	Число служащих
10	4
12	7
15	10
18	6
20	3
Итого	30

Определите среднее количество времени, которое служащий затрачивает на обслуживание одного клиента

21. Имеются следующие данные по трем филиалам организации

Номер филиала	Фактический выпуск продукции в отчетном периоде, тыс. руб.	Изменение выпуска продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным, %	Удельный вес экспортируемой продукции в выпуске отчетного периода, %
1	2 440	-4,5	25
2	2 520	+3,6	12
3	2 610	+5,2	15

Определите по организации в целом

- средний процент изменения выпуска продукции по сравнению с базисным периодом;
- средний удельный вес экспортируемой продукции в фактическом выпуске отчетного периода.

22. Данные о распределении студентов по росту следующие

Рост, см	Численность студентов
До 162	30
162—166	40
166—170	45
170—174	60
174—178	40
178—182	30
182 и более	20
Итого	265

Определите моду и медиану роста студентов

23. Известны следующие данные о распределении магазинов по размеру товарооборота.

Группа магазина по размеру товарооборота, млн руб	Число магазинов
До 10	15
10—12	18
12—14	20
14—16	25
16—18	14
Свыше 18	8
Итого	100

Определите в данном ряду распределения.

- медиану;
- квартили;
- децили.

Проанализируйте полученные результаты.

24. Известны следующие данные по филиалам организации за год

Уровень фондоотдачи, руб.	Число филиалов	Среднегодовая стоимость основных фондов (в расчете на один филиал), млн руб.	Фондовооруженность, тыс. руб. на человека	Доля продукции, реализуемой за пределами региона, %
До 2	2	80	1 300	2,4
2—4	3	96	1 420	2,8
4—6	4	100	1 500	2,7
6 и выше	2	110	1 680	2,9

Определите:

- средний уровень фондоотдачи;
- среднюю стоимость основных фондов в расчете на один филиал;
- средний уровень фондовооруженности труда;
- средний удельный вес продукции, реализуемой за пределами региона

25. Известны следующие данные по филиалам организации за месяц:

Средняя часовая выработка продукции одним рабочим, руб	Число филиалов	Средняя численность рабочих одного филиала, человек	Средняя фактическая продолжительность рабочего дня, час	Среднее число дней, отработанных одним рабочим за месяц, дн
До 128	2	70	7,65	19
128—140	3	90	7,51	18
140—152	4	180	7,82	20
152—164	3	200	7,73	21
164 и выше	2	320	7,54	21

Определите:

- среднее число рабочих в одном филиале;
- среднюю часовую выработку продукции в расчете на одного рабочего;
- среднюю дневную выработку продукции в расчете на одного рабочего;
- среднюю месячную выработку продукции в расчете на одного рабочего;
- средний месячный объем продукции в расчете на один филиал

26. Имеются следующие данные по региону:

Уровень среднедушевого денежного дохода в месяц, тыс. руб	Число городов	Потребление мяса на душу населения в месяц, кг	Удельный вес мяса, полученного из личного подсобного хозяйства, в общем объеме потребления, %	Средний размер семьи, человек	Среднее число семей в городе, тыс
до 16	5	2	12	2,9	20
16—20	4	2,2	10	2,1	30
20—24	6	2,8	8	2,8	35
24 и выше	3	3,3	5	2,5	40

Определите по региону в целом:

- среднедушевой доход;
- среднее потребление мяса на душу населения;

- в) средний удельный вес мяса, полученного из личного подсобного хозяйства, в общем объеме потребления;
- г) средний размер семьи,
- д) среднее число семей в городе

27. Распределение населения по величине среднедушевых денежных доходов в 2010 г. характеризуют следующие данные.

Среднедушевые денежные доходы, тыс. руб. в месяц	Численность населения, в % к итогу
До 3,5	3,9
3,5—5,0	5,6
5,0—7,0	9,4
7,0—10,0	14,7
10,0—15,0	20,2
15,0—25,0	23,5
25,0—35,0	10,8
Свыше 35,0	11,9
Итого	100

Определите

- а) среднедушевые денежные доходы;
- б) медиану, квартили, децили для данного ряда распределения;
- в) долю населения, имевшего доходы ниже прожиточного минимума, если последний составлял в среднем 5688 руб. на душу населения;
- г) уровень, который не превышает среднедушевые денежные доходы 20% граждан, имеющих наименьшие доходы.

28. Страховая компания располагает следующими данными о распределении страхователей автотранспортных средств по возрасту и стажу вождения.

Возраст, лет	Стаж вождения, лет			Итого
	до 1,5	1,5—3,5	3,5 и более	
До 20	12	3	2	17
20—30	21	15	14	50
30 и более	15	11	10	36
Итого	48	29	26	103

Определите

- а) средний стаж вождения всех страхователей, в том числе для страхователей в возрасте до 20 лет, от 20 до 30 лет, 30 лет и более;
- б) средний возраст всех страхователей, в том числе имеющих стаж вождения до 1,5 лет, от 1,5 до 3,5 лет, 3,5 года и более

29. Известны следующие данные о распределении 200 застрахованных объектов по размеру страховой суммы.

Группы застрахованных объектов по страховой сумме, тыс. руб.	Число объектов	Средний размер страховых премий (взносов) в расчете на один объект, тыс. руб.	Средний размер выплаченного страхового возмещения на один пострадавший объект, тыс. руб.	Доля пострадавших объектов в общем числе застрахованных объектов, %	Убыточность страховой суммы, %
До 2500	50	180	1800	22,3	20
2500—2600	60	230	2250	25,4	25
2600—2700	48	250	2480	23,9	24
2700 и выше	42	280	2520	28,4	30

Определите в целом по всем застрахованным объектам:

- среднюю страховую сумму застрахованных объектов;
 - средний размер страховой премии (страховых взносов) в расчете на один застрахованный объект;
 - средний размер выплаченного страхового возмещения в расчете на один пострадавший объект;
 - средний уровень убыточности страховой суммы.
30. Имеются следующие данные о распределении инвестиционных компаний по объему операций с ценными бумагами и величине чистой прибыли.

Оборот по ценным бумагам, млн руб.	Чистая прибыль, млн руб.			Итого
	до 3	3—30	30 и более	
До 2 000	6	3	1	10
2 000—3 000	7	7	2	16
3 000 и более	14	8	2	24
Итого	27	18	5	50

Определите:

- средний оборот по ценным бумагам в расчете на одну инвестиционную компанию, в том числе для компаний, получивших чистую прибыль в объеме до 3 руб., от 3 млн до 30 млн руб., 30 млн руб. и более;
- среднюю величину чистой прибыли в расчете на одну инвестиционную компанию, в том числе для компаний с объемом операций с ценными бумагами до 2 млрд руб., от 2 до 3 млрд руб., 3 млрд руб. и более

31. Опрос населения показал следующие результаты.

Показатель	Район		
	А	Б	В
Число опрошенных, человек	200	250	270
Доля жителей, изъявивших желание принять участие в телевизионной передаче, %	40	36	24

Определите средний уровень активности населения среди опрошенных граждан (среднюю долю жителей, изъявивших желание принять участие в телевизионной передаче)

11



8.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Для анализа статистического распределения наряду с вычислением средней величины необходимо оценить вариацию значений признака в исследуемой совокупности. Средняя величина представляет собой типичный уровень признака, которым обладают единицы изучаемой совокупности. Однако одного этого показателя недостаточно для того, чтобы описать все черты статистического распределения.

Например, на сравниваемых предприятиях, схожих по условиям труда, производительность в среднем для всех работников может быть приблизительно одинаковой, но на одном предприятии есть средовые работники с высокой производительностью и отстающие с низкой, а на другом производительность труда почти всех работников близка к средней величине. В средней, как обобщающем показателе, эти расхождения в распределении работников по уровню производительности труда погашаются.

Вариация – различие значений признака у отдельных единиц однородной совокупности, которое возникает под влиянием тех или иных факторов.

Для оценки вариации применяются *абсолютные и относительные показатели*.

Рассмотрим **показатели вариации количественных признаков**.

Размах вариации R определяется как разность между наибольшим и наименьшим значением признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \quad (8.1)$$

На основании абсолютного значения размаха вариации рассчитывается относительный показатель вариации — *коэффициент осцилляции*:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%, \quad (8.2)$$

где $\bar{x}$ – средняя арифметическая

Величина размаха вариации R зависит исключительно от крайних значений признака. Этот показатель не отражает степень колебаний признака основной массы единиц совокупности

Указанного выше недостатка лишены такие показатели вариации, как среднее линейное отклонение $\bar{L}$, дисперсия σ^2 и среднее квадратическое отклонение σ , которые представляют собой средние величины, полученные из отклонений индивидуальных значений признака от их средней арифметической $\bar{x}$.

Среднее линейное отклонение $\bar{L}$ — средняя арифметическая из абсолютных значений отклонений отдельных вариантов признака от средней арифметической, оно рассчитывается по формулам:

— простое среднее линейное отклонение:

$$\bar{L} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}, \quad (8.3)$$

— взвешенное среднее линейное отклонение:

$$\bar{L} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} \quad (8.4)$$

На основании среднего линейного отклонения рассчитывается относительный показатель вариации — *относительное линейное отклонение*:

$$V_L = \frac{\bar{L}}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (8.5)$$

Дисперсия σ^2 — средняя арифметическая из квадратов отклонений конкретных значений варьирующего признака от его средней арифметической.

Дисперсия σ^2 исчисляется по формулам:

— простая дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad (8.6)$$

— взвешенная дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (8.7)$$

В практических вычислениях удобно рассчитывать дисперсию по следующей формуле:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2, \quad (8.8)$$

где $\bar{x}$ — средняя арифметическая,

$\overline{x^2}$ — средняя из квадратов индивидуальных значений признака:

$$\overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (8.9)$$

В ряде случаев для обеспечения более удобного и простого расчета (без дробных частей чисел) и исключения погрешностей вычислений из-за ошибок округления применяется способ моментов:

$$\sigma^2 = (m_2 - m_1^2) \cdot d^2, \quad (8.10)$$

где m_1 и m_2 — момент, соответственно первого и второго порядка, первый исчисляется по формуле (7.6), а последний — по формуле (8.11)

$$m_2 = \frac{\sum \left(\frac{x_i - A}{d} \right)^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (8.11)$$

Если принять $d = 1$, то формула 8.8 для расчета дисперсии примет следующий вид:

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 - (\bar{x} - A)^2, \quad (8.12)$$

где σ_A^2 — средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от произвольного числа A :

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum (x_i - A)^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (8.13)$$

Среднее квадратическое отклонение σ — это корень квадратный из дисперсии. Расчет среднего квадратического отклонения осуществляется по формулам:

— простое:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \quad (8.14)$$

— взвешенное:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} \quad (8.15)$$

На основе этого показателя исчисляется относительный показатель вариации — *коэффициент вариации*

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (8.16)$$

Величина среднего квадратического отклонения σ всегда больше среднего линейного отклонения $\bar{L}$ (по правилу мажорантности средних). Между ними в случае достаточно большого числа наблюдений, существует соотношение, близкое к 1,25, т.е.

$$\sigma \approx 1,25\bar{L}.$$

Квартильное отклонение Q применяется при оценке вариации значений признака на основании исчисленных структурных средних, а именно первого Q_1 и третьего Q_3 квартилей:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}. \quad (8.17)$$

Квартильный показатель вариации:

$$V_Q = \frac{Q}{Q_2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2Me}. \quad (8.18)$$

Абсолютные показатели вариации выражаются в единицах измерения изучаемого признака, относительные — как правило, в процентах.

Пример 1. По результатам выборочного обследования 32 организаций розничной торговли получены данные о цене на товар «Б». Исходные данные о стоимости указанного товара представлены в следующей таблице.

50	56	61	61	62	64	66	68
68	69	72	72	74	75	75	75
77	77	78	78	79	79	81	82
84	86	87	87	89	96	99	100

Определим:

- 1) среднюю цену товара $\bar{x}$;

- 2) вариационный размах R и коэффициент осцилляции V_R цены;
- 3) среднее линейное отклонение $\bar{L}$ и коэффициент линейного отклонения V_L ;
- 4) среднее квадратическое отклонение σ и коэффициент вариации V_σ ;
- 5) дисперсию σ^2 ;
- 6) квартильный показатель вариации V_Q .

Для проведения вычислений построим вариационный интервальный ряд, выделив пять групп с равными интервалами

Уровни цены, руб.	50—60	60—70	70—80	80—90	90—100	Всего
Частоты, f_i	2	8	12	7	3	32
Частоты, w_i	0,062	0,250	0,375	0,219	0,094	1,000
Середина интервала, x_i	55	65	75	85	95	
Накопленные частоты, S_i	2	10	22	29	32	—
$x_i w_i$	55 · 0,062	65 · 0,250	75 · 0,375	85 · 0,219	95 · 0,094	75,33

Вычислим среднюю цену товара:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \sum x_i w_i = 75,33 \text{ (руб.)}$$

Для того, чтобы в последующих вычислениях избежать погрешностей и расхождений в показателях из-за ошибок округлений, сохраним в полученной средней как минимум два знака после запятой.

Размах вариации $R = x_{\max} - x_{\min} = 100 - 50 = 50$ (руб.).

Коэффициент осцилляции равен:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{50}{75,33} = 0,664, \text{ или } 66,4 (\%).$$

Среднее линейное отклонение:

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} = \sum |x_i - \bar{x}| w_i = |55,0 - 75,3| \cdot 0,062 + |65,0 - 75,3| \cdot 0,250 + \\ &+ |85,0 - 75,3| \cdot 0,219 + |95,0 - 75,3| \cdot 0,094 = 7,81 \text{ (руб.)} \end{aligned}$$

Относительное линейное отклонение

$$V_L = \frac{7,81}{75,33} = 0,104 \text{ или } 10,4(\%).$$

Дисперсия признака равна:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \sum (x_i - \bar{x})^2 w_i = \\ &= (55,0 - 75,33)^2 \cdot 0,062 + (65,0 - 75,33)^2 \cdot 0,250 + (75,0 - 75,33)^2 \times \\ &\times 0,375 + (85,0 - 75,33)^2 \cdot 0,219 + (95,0 - 75,33)^2 \cdot 0,094 = 109,22. \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} = \sqrt{(x_i - \bar{x})^2 w_i} = \sqrt{109,22} = 10,45 \text{ (руб.)}.$$

Коэффициент вариации составляет:

$$V_\sigma = \frac{10,45}{75,33} = 0,139 \text{ или } 13,9(\%).$$

Значения первого, второго и третьего квартилей (см. формулы (7.8) и (7.9)):

$$\begin{aligned} Q_1 &= 60,00 + 10,00 \cdot \frac{8-2}{8} = 67,50 \text{ (руб.)}; \\ Q_2 &= Me = 70,00 + 10,00 \cdot \frac{16-10}{12} = 75,0 \text{ (руб.)}; \\ Q_3 &= 80,00 + 10,00 \cdot \frac{24-22}{7} = 82,86 \text{ (руб.)}. \end{aligned}$$

Квартильное отклонение будет равно:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{82,86 - 67,50}{2} = 7,68 \text{ (руб.)}.$$

Квартильный показатель вариации:

$$V_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2Me} = \frac{82,86 - 67,50}{2 \cdot 75,00} = 0,102 \text{ или } 10,2 (\%).$$

Рассмотрим показатели вариации качественных (альтернативных) признаков. Как уже отмечалось в теме 7, статистика наряду с количественными изучает и качественные альтернативные признаки, которыми одни единицы совокупности обладают, а другие нет (например, наличие или отсутствие высшего образования либо ученой степени, согласие или несогласие с предлагаемым решением, получение дохода выше или ниже определенной величины и т.д.).

Дисперсия альтернативного признака будет равна:

$$\sigma_p^2 = pq. \quad (8.19)$$

Среднее квадратическое отклонение альтернативного признака исчисляется по формуле

$$\sigma_p = \sqrt{pq}. \quad (8.20)$$

Коэффициент вариации альтернативного признака:

$$V_p = \sqrt{\frac{q}{p}}. \quad (8.21)$$

Правило сложения дисперсий (общая, внутригрупповая и межгрупповая дисперсии). Одно из направлений статистического анализа — оценка степени влияния какого-либо фактора на вариацию изучаемого признака. Такая оценка предполагает группировку исследуемой статистической совокупности по факторному признаку. По правилу сложения дисперсий общая дисперсия изучаемого результативного признака $\sigma_{\text{общ}}^2$ может быть разложена на две составляющие:

$$\sigma_{\text{общ}}^2 = \overline{\sigma_j^2} + \delta^2. \quad (8.22)$$

где $\overline{\sigma_j^2}$ — средняя из внутригрупповых дисперсий,
 δ^2 — межгрупповая дисперсия.

Средняя из внутригрупповых дисперсий $\overline{\sigma_j^2}$ определяется как средняя взвешенная из внутригрупповых дисперсий σ_j^2 результативного признака.

$$\overline{\sigma_j^2} = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j}. \quad (8.23)$$

где $n_j = \sum f_{ij}$ — число единиц совокупности в j -й группе,
 f_{ij} — число единиц совокупности в j -й группе, обладающих i -м значением признака,
 x_{ij} — i -е значение признака в j -й группе

При этом внутригрупповая дисперсия результативного признака в j -й группе вычисляется по формуле

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \cdot f_{ij}}{\sum f_{ij}}.$$

Межгрупповая дисперсия результативного признака δ^2 представляет собой дисперсию групповых средних

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x}_{\text{общ}})^2 \cdot n_j}{\sum n_j}, \quad (8.24)$$

где $\bar{x}_j = \frac{\sum x_{ij} f_{ij}}{\sum f_{ij}}$ — среднее значение результативного признака в j -ой группе;
 $\bar{x}_{\text{общ}}$ — среднее значение результативного признака по совокупности в целом

Она может быть исчислена как средняя из внутригрупповых средних

$$\bar{x}_{\text{общ}} = \frac{\sum \bar{x}_j \cdot n_j}{\sum n_j}. \quad (8.25)$$

Зная общую дисперсию $\sigma_{\text{общ}}^2$, межгрупповую σ^2 и среднюю из внутригрупповых дисперсий $\overline{\sigma_j^2}$, можно измерить влияние факторного признака, положенного в основу группировки, на результативный признак. Для этого предназначены эмпирический коэф-

коэффициент детерминации η^2 и эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}; \quad (8.26)$$

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}. \quad (8.27)$$

Пример 2. Проведем оценку влияния размера торговых предприятий на вариацию цены товара «Б». Данные о цене указанного товара представим по двум группам предприятий торговли — крупным и средним.

Группа предприятий	Цена на товар «Б»								$\sum x_v$	$\sum x_v^2$
	x_v									
Крупные	50	58	61	61	62	64	66	68	490	30266
	68	69	72	72	74	75	75	75		
Средние	77	77	78	78	79	79	81	82	1941	158813
	84	86	87	87	89	98	99	100		

Ниже представлен расчет ряда показателей.

1. Средняя цена для каждой группы торговых предприятий:
— для крупных:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{n1}}{n_1} = \frac{490}{8} = 61,25 \text{ (руб.)},$$

— для средних:

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{n2}}{n_2} = \frac{1941}{24} = 80,88 \text{ (руб.)}.$$

2. Общая средняя цена для всех торговых предприятий:

$$\bar{x}_{\text{общ}} = \frac{\sum \bar{x}_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{61,25 \cdot 8 + 80,88 \cdot 24}{32} = \frac{490 + 1941}{32} = 75,97 \text{ (руб.)}$$

$$\text{или } \bar{x} = \frac{\sum x_{nj}}{n} = \frac{490,0 + 1941,0}{32} = \frac{2431,0}{32} = 75,97 \text{ (руб.)}.$$

3. Средние квадраты значений признака, необходимые для вычисления внутригрупповых дисперсий по формуле (8.8):

– для крупных предприятий:

$$\overline{x_1^2} = \frac{\sum x_{1i}^2}{n_1} = \frac{30\,266}{8} = 3778,25,$$

— для средних предприятий:

$$\overline{x_2^2} = \frac{\sum x_{2i}^2}{n_2} = \frac{158\,813}{24} = 6617,21$$

4. Внутригрупповые дисперсии:

— для крупных предприятий:

$$\sigma_1^2 = \overline{x_1^2} - \bar{x}_1^2 = 3778,25 - 61,25^2 = 26,69,$$

— для средних предприятий:

$$\sigma_2^2 = \overline{x_2^2} - \bar{x}_2^2 = 6617,21 - 80,88^2 = 76,44.$$

5. Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_j^2 n_j}{\sum n_j} = \frac{26,69 \cdot 8 + 76,44 \cdot 24}{32} = 64,0.$$

6. Межгрупповая дисперсия:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x} - \bar{x}_{гк})^2 n_j}{\sum n_j} = \frac{(61,25 - 75,97)^2 \cdot 8 + (80,88 - 75,97)^2 \cdot 24}{32} = 72,25.$$

7. Общая дисперсия (по правилу сложения дисперсий):

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2 = 64,0 + 72,25 = 136,25.$$

Для оценки влияния изучаемого признака-фактора рассчитаем эмпирический коэффициент детерминации η^2 и эмпирическое корреляционное отношение η .

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} = \frac{72,25}{136,25} = 0,53, \text{ или } 53 (\%),$$

$$\eta = \sqrt{\eta^2} = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{72,25}{136,25}} = \sqrt{0,53} = 0,728.$$

Эмпирический коэффициент детерминации показывает, что удельный вес факторного признака в дисперсии цены товара «Б» весьма высок и составляет 53%, степень влияния этого фактора на дисперсию также значительна 0,728. То есть общий уровень цен и средние цены на данный товар во многом зависят от размера торгового предприятия.

Проверка данных на соответствие нормальному закону распределения. Для большинства методов статистики необходимо соответствие исходных данных нормальному закону распределения. Для этих целей используются различные критерии (критерий согласия Пирсона, критерий согласия Романовского, критерий согласия Колмогорова и др.), в основе которых лежат проверка данных на несущественность расхождений их эмпирических и теоретических частот. Если расхождение признается несущественным, то считается, что исходные данные не противоречат нормальному закону распределения.

Теоретические частоты нормального распределения вычисляются следующим образом:

1) по исходным (эмпирическим) данным находят среднее значение и среднеквадратическое отклонение;

2) для каждой варианты вычисляют величину t_i :

$$t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}, \quad (8.28)$$

называемую нормированным отклонением от средней;

3) для каждого t_i находят значение функции $\varphi(t)$:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad (8.29)$$

где $\pi = 3,1415$,

$e = 2,7182$,

можно воспользоваться табулированными значениями $\varphi(t)$ для нормированного нормального закона распределения (см. приложение 1);

4) определяют теоретические частоты по формуле

$$f_n = \varphi(t) \frac{Nd}{\sigma}, \quad (8.30)$$

где N — объем совокупности (сумма всех эмпирических частот),

d — длина интервала (если вариационный ряд построен с неравными интервалами, то d будет меняться при переходе от одного интервала к другому).

Пример 3. Рассчитаем теоретические частоты вариационного ряда по следующим данным

Таблица 8.1

Расчет теоретических частот для нормального распределения

Сумма затрат предприятий на производство, тыс. руб	Количество предприятий f_i	Середина интервала x_i	$t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$	$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$	$f_n = \varphi(t) \cdot \frac{Nd}{\sigma}$
А	1	2	3	4	5
30—40	2	35	-2,10	0,0440	2
40—50	4	45	-1,76	0,0848	3
50—60	6	55	-1,42	0,1456	5
60—70	8	65	-1,09	0,2203	8
70—80	11	75	-0,75	0,3011	11
80—90	14	85	-0,41	0,3668	13
90—100	15	95	-0,07	0,3980	14
100—110	13	105	0,26	0,3857	14
110—120	11	115	0,60	0,3332	12
120—130	8	125	0,94	0,2565	9
130—140	6	135	1,27	0,1781	6
140—150	5	145	1,61	0,1092	4
150—160	3	155	1,95	0,0596	2
150—170	2	165	2,29	0,0290	1
Итого	108	—	—	—	104

Среднее значение $\bar{x}$, определяемое по формуле средней арифметической взвешенной (7.3), получится равным 97,222.

Для вычисления среднего квадратического отклонения также используем взвешенную формулу (8.15). На ее основе получаем $\sigma = 29,637$. Проведем расчеты в графе 3 по формуле (8.28) и на основании полученных результатов с использованием таблицы приложения 1 запишем в графе 4 значения функции $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$.

Так как интервалы вариационного ряда равны между собой, определяем величину $\frac{Nd}{\sigma} = \frac{108 \cdot 10}{29,6377} = 36,44$, которая для всех вариантов ряда будет одинаковой. В графе 5 рассчитаем теоретические частоты по формуле (8.30) с округлением до целых чисел.

Как видим, исчисленные теоретические частоты достаточно близки к эмпирическим. Но близки ли они настолько, чтобы можно было считать наши данные распределенными по нормальному закону? Для ответа на этот вопрос применим **критерий Колмогорова**. Порядок вычислений представлен ниже.

1. Определим максимальное расхождение между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами ($D_{\max}$). Так, для данных нашего примера эта величина будет равна 4

Таблица 8.2

Применение критерия Колмогорова

Сумма затрат предприятий на производство, тыс. руб	Количество предприятий (эмпирические частоты)	Теоретические частоты	Накопленные эмпирические частоты	Накопленные теоретические частоты	$D_n = F_n - F_{\text{те}} $
	f_n	$f_{\text{те}}$	F_n	$F_{\text{те}}$	
30—40	2	2	2	2	0
40—50	4	3	6	5	1
50—60	6	5	12	10	2
60—70	8	8	20	18	2
70—80	11	11	31	29	2
80—90	14	13	45	42	3
90—100	15	14	60	56	4
100—110	13	14	73	70	3
110—120	11	12	84	82	2
120—130	8	9	92	91	1
130—140	6	6	98	97	1
140—150	5	4	103	101	2
150—160	3	2	106	103	3
160—170	2	1	108	104	4
Итого	106	104	—	—	

2. Рассчитаем величину λ по формуле

$$\lambda = \frac{D_{\max}}{\sqrt{N}}, \quad (8.31)$$

где N — объем совокупности.

Для данных нашего примера получим: $\lambda = \frac{D_{\max}}{\sqrt{N}} = \frac{4}{\sqrt{108}} = 0,38$.

3. По таблице Приложения 2 находим вероятность $P(i)$ того, что исследуемые данные имеют нормальный закон распределения. Вероятность изменяется от 0 до 1. Значение «0» говорит о полном несовпадении эмпирических и теоретических частот, значение «1» — о совпадении. Для данных нашего примера она равна 0,99. Таким образом, можем сделать вывод о том, что распределение исследуемых данных достаточно близко к нормальному закону

8.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВАРИАЦИИ СРЕДСТВАМИ EXCEL

Excel содержит большой набор функций для вычисления показателей вариации в случае, если исходные данные заданы в виде упорядоченных выборочных значений. Таковы данные, взятые из примера 8.1 и представленные на рис. 8.1 в диапазоне Xв[B4:I7]. В строках 10—22 рисунка приведены значения соответствующих показателей, а также функции или формулы, по которым они вычислены.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	Данные о цене на некий товар											
3	Xв											
4	50	58	61	61	62	64	66	68				
5	68	69	72	72	74	75	75	75				
6	77	77	78	78	79	79	81	82				
7	84	86	87	87	89	98	99	100				
8	Показатели, вычисляемые с помощью специальных функций											
9	Среднее арифметическое Xср									75,67	=СРЗНАЧ(Xв)	
10	Среднее линейное отклонение Lср									9,094	=СРОТЛ(Xв)	
11	Дисперсия D									136,22	=ДИСПГ(Xв)	
12	Среднее квадратичное отклонение σ									11,67	=СТАНДОТКЛОНГ(Xв)	
13	Первый квартиль Q1									68	=КВАРТИЛЬ.ВКЛ(Xв,1)	
14	Второй квартиль (медиана) Me									76	=КВАРТИЛЬ.ВКЛ(Xв,1)	
15	Третий квартиль Q3									82,5	=КВАРТИЛЬ.ВКЛ(Xв,3)	
16	Мода Mo									75	=МОДА.СДН(Xв)	
17	Показатели, вычисляемые по формулам											
18	Размах вариации R									50	=МАКС(Xв)-МИН(Xв)	
19	Коэффициент осцилляции Vк									65,82%	=R/Lср	
20	Относительное линейное отклонение Vл									11,97%	=Lср/Xср	
21	Коэффициент вариации Vв									15,36%	=σ/Xср	
22	Квартильный показатель вариации Vкв									9,54%	=(Q3-Q1)/2Me	

Рис. 8.1. Средства вычисления показателей вариации для выборки

Отметим также, что в Excel есть функция = ПЕРСЕНТИЛЬ(Xв;к), где Xв — массив с выборочными значениями показателя, а к — процент-

ное значение, для которого требуется найти структурный показатель. Так, при $k = 25\%$ будет найден первый квартиль Q_1 , при $k = 50\%$ — медиана, при $k = 30\%$ — третий дециль, а при $k = 65\%$ — 65%-й перцентиль.

Для исчисления показателей вариации вариационного ряда специальные функции в Excel отсутствуют. Однако большинство показателей легко вычисляется с помощью функции СУМПРОИЗВ, как это показано на рис. 8.2.

	В	С	Д	Е	Г	З	И	Л
2	Интервальные значения цены	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100		
3	Границы интервалов	G	60	70	80	90	100	
4	Средние интервальных цен	х	55	65	75	85	95	n
5	Частота	f	2	8	12	7	3	32
6	Частость	w	0	0,25	0,38	0,2168	0,094	
7	Кумулята частоты	Sf	2	10	22	29	32	
8	Кумулята частости	Sw	0,06	0,31	0,65	0,9063	1	
9	Показатели вариации, исчисленные по вариационному ряду							
10	Среднее арифметическое	Xcp	75,31	=СУММПРОИЗВ(х;f)/n				
11	Среднее линейное отклонение	Lcp	7,93	=СУММПРОИЗВ(ABS(х-Xcp);f)/n				
12	Дисперсия	D	109,28	=СУММПРОИЗВ(х-Xcp)^2;f)/n				
13			109,28	=СУММПРОИЗВ(х-Xcp)^2;f)/n-Xcp^2				
14	Среднее квадратичное отклонение	σ	10,45	=СУММПРОИЗВ(х-Xcp)^2;f)/n)^0,5				
15	Размах вариации	R	50,00	=МАКС(СУММИЗВ)				
16	Коэффициент вариации	VR	66,35%	=σ/Xcp				
17	Среднее линейное отклонение	VL	10,53%	=Lcp/Xcp				

Рис. 8.2. Вычисление показателей вариации для вариационного ряда

В таблице на рисунке созданы имена G[D3:I3], х[D4:I4], f[D5:I5], w[D6:I6], г[I5]. Кроме того, каждой ячейке диапазона G10:G17 назначено имя, указанное в ячейке, расположенной слева от нее. Так созданы имена Xcp[G10], Lcp[G11] и т.д.

При работе с интервальным вариационным рядом в Excel полезно задавать границы интервалов, как это сделано в диапазоне G[D3:I3]. В этом случае исходными значениями для интервального ряда будут только границы G и частоты f . Значения же $х$, w , Sf , Sw вычисляются по формулам, указанным в выносках на рисунке. Приведенные на рисунке формулы вводятся в ячейки, окаймленные двойной линией, и затем копируются в ячейки, обведенные пунктиром.

Различия между значениями показателей, исчисленных по выборке и вариационному ряду на рис. 8.1, 8.2, объясняются тем, что при построении вариационного ряда информация огрубляется, поскольку все значения каждого интервала заменяются их средним в интервале значением.

Дисперсионный анализ — метод, позволяющий установить, влияет ли анализируемый фактор на величину исследуемого показателя. Этот метод базируется на вычислении групповых дисперсий σ_i^2 , межгрупповой дисперсии δ^2 и эмпирического корреляционного отношения η . Продемонстрируем способ вычисления указанных показателей на данных примера 2.

	В	С	Д	Е	Г	Ж	З	И	К	Л	М	Н
2	Группы предприятий	Цены на товар X									Имя	Диапазон, который обозначает имя
3	Крупные	Хк	50	58	61	61	62	64	66	68	Хк	D3.K3
4			68	69	72	72	74	75	75	75	Хс	D4.K6
5	Средние	Хс	77	77	78	78	79	79	81	82	Х	D3.K6
6			84	86	87	87	89	98	99	100		
7	Дисперсионный анализ										Формулы	
8	Количество крупных предприятий									nk	8	=СЧЕТ(Хк)
9	Количество средних предприятий									nc	24	=СЧЕТ(Хс)
10	Количество предприятий всего									n	32	=СЧЕТ(Х)
11	Средняя цена в крупных предприятиях									Хсрк	61,25	=СРЗНАЧ(Хк)
12	Средняя цена в средних предприятиях									Хсрс	80,88	=СРЗНАЧ(Хс)
13	Средняя цена по всем предприятиям									Хср	75,97	=СРЗНАЧ(Х)
14	Дисперсия цены в крупных предприятиях									σ^2_k	26,69	=ДИСП Г(Хк)
15	Дисперсия цены в средних предприятиях									σ^2_c	76,44	=ДИСП Г(Хс)
	Средняя из дисперсий предприятий									$\sigma^2_{ср}$	64,00	=СУММПРОИЗВ(nk.nc, σ^2_k , σ^2_c)/n
17	Дисперсия цены по всем предприятиям									σ^2	136,22	=ДИСП Г(Х)
18	Межгрупповая дисперсия									δ^2	72,21	=СУММПРОИЗВ((Хсрк-Хсрс-Хср) ² , nk.nc)/n
19	Проверка правила разложения общей дисперсии										136,22	= $\delta^2 + \sigma^2_{ср}$
20	Эмпирический коэффициент детерминации									η^2	53,01%	= δ^2/σ^2
21	Эмпирическое корреляционное отношение									η	72,81%	= $\eta^2 \cdot 0,5$

Рис. В.3. Дисперсионный анализ

Проверка на нормальность распределения. Необходимые для этого вычисления, приведенные выше в двух таблицах, при расчетах в Excel можно выполнить в одной таблице, представленной на рис. 8.4.

	В	С	Д	Е	Г	Ж	З	И	К
2	Затраты	x	f	ft	Sf	Sft	Ячейка		Формулы в столбцах E:G
3	30-40	35	2	2	2	2			Вычисление ft
4	40-50	45	4	3	6	5	E3		ОКРУГЛ(НОРМ.РАСП((x-Xcp,σ,0)*N^0,5))
5	50-60	55	6	5	12	10			Вычисление накопленных частот Sf
6	60-70	65	8	8	20	18	F2		=ft
7	70-80	75	11	11	31	29	F3		=F3+ft
8	80-90	85	14	13	45	42			Вычисление накопленных теоретических частот Sft
9	90-100	85	15	14	60	56	G2		=ft
10	100-110	105	13	14	73	70	G3		=G3+ft
11	110-120	115	11	12	84	82			Сводные показатели
12	120-130	125	8	9	92	91	h		10/шаг интервального ряда
13	130-140	135	6	6	98	97	N		108=(СУММ(I))
14	140-150	145	5	4	103	101	Xcp		97,22=(СУММ(ПРОИЗВ((x-fj)/N
15	150-160	155	3	2	106	103	s		29,64)=(СУММ(ПРОИЗВ((x-Xcp)^2*fj)/N^0,5
16	160-170	165	2	1	108	104	Dmax		4/(=MAX(ABS(Sf-Sft)))
17	Итого	-	108	104	-	-	I		0,385=Dmax/N^0,5

Рис. 8.4. Проверка гипотезы о распределении значений показателя x по нормальному закону

В таблице задействованы имена x [C3:C16], f [D3:D16], ft [E3:E16], Sf [F3:F16], Sft [G3:G16]. Кроме того, ячейкам диапазона J12:J17 присвоены имена, указанные слева от них. В ft рассчитаны теоретические частоты, а в Sf и Sft — накопленные соответственно эмпирические и теоретические частоты. Ячейки таблицы, в которые введены формулы вычисления f , ft , Sf , Sft , обведены двойным контуром, а сами формулы приведены в правой части таблицы. Ячейки, в которые эти формулы были скопированы, обведены пунктиром.

Обратите внимание на то, что вычисление $D_{\max}$ выполнено с помощью формулы массива.

На рисунке 8.5 приводятся эмпирический и теоретический графики распределения частот. Близость графиков позволяет считать, что величины затрат распределены по нормальному закону (это подтверждается и критерием Колмогорова).

Эмпирическое f и теоретическое f_t
распределения

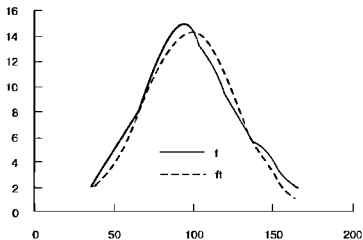


Рис. 8.5. Графики эмпирического и теоретического распределений

8.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Что такое вариация признака и чем объясняется необходимость ее изучения?
2. Расскажите об абсолютных показателях вариации.
3. Укажите способы расчета дисперсии и приведите соответствующие формулы.
4. В чем состоит недостаток показателя размаха вариации R по сравнению с другими показателями вариации?
5. Чем различаются общая и межгрупповая дисперсии? Как они связаны между собой?
6. Как определяется дисперсия альтернативного признака?
7. Что характеризуют эмпирический коэффициент детерминации η^2 и эмпирическое корреляционное отношение η ?
8. Какие показатели вариации используются для оценки степени однородности совокупности?
9. Проанализируйте, как изменится дисперсия, если все значения признака будут увеличены или уменьшены в n раз
10. Расскажите об относительных показателях вариации
11. Как проверить данные на их соответствие нормальному закону распределения?
12. Определите предельные значения дисперсии альтернативного признака.
13. Результаты выполнения сменной нормы выработки членами бригады следующие (в %): 121, 126, 123, 118, 120, 124, 127, 125, 140, 128, 110, 115, 118, 120, 150, 130, 132, 116, 127, 130.
Используя приведенные данные, вычислите размах вариации, среднее линейное отклонение, среднее квадратическое отклонение
14. На основании выписки из ведомости, по которой выплачена заработная плата рабочим цеха готового платья в июне, рассчитайте: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации

Выписка из платежной ведомости

ФИО	Зарботная плата, тыс. руб.	ФИО	Зарботная плата, тыс. руб.
Абремюв Ю. П.	20	Дронова Т. И.	23
Аненьев Л. И.	18	Дьяков В. А.	30
Бирюков В. И.	19	Евдокимов Е. И.	27
Боброва Т. С.	25	Кадиржанова Р. С.	55
Бровкин Н. А.	23	Мартынов Г. И.	29
Викторов В. И.	20	Мошкин А. А.	24
Ворошилов Н. А.	28	Нефедов В. К.	20
Гиршин У. К.	18	Прокина В. П.	23
Гудков И. Г.	22	Внукова О. В.	30

15. Персонал по стажу работы распределяется следующим образом.

Стаж работы, лет	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Число рабочих	40	25	20	20	25	30	35	40	45	50	55	50	45	40	35	35

Вычислите размах вариации, среднее линейной отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

16. Результаты группировки студентов по затратам на обед приведены в следующей таблице

Затраты на обед, руб.	Число студентов
96—110	1
110—124	2
124—138	50
138—152	100
152—166	39
166—180	4
180—194	3
194—208	1

Определите среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

17. Для определения нормы затрат времени на выполнение одной банковской операции было проведено обследование, результаты которого представлены ниже.

Время, затрачиваемое на одну банковскую операцию, мин	Число операций
До 22	6
22—24	13
24—26	22
26—28	36
28—30	10
30—32	7
32 и выше	6

Вычислите абсолютные и относительные показатели вариации

18. При анализе доходности акций получено следующее распределение

Процент дивиденда	Число акций
9—11	2
11—13	3
13—15	10
15—17	20
17—19	26
19—21	11
21—23	5
23—25	2

Вычислите относительные показатели вариации

19. Распределение рабочих сборочного цеха по норме выработки продукции за смену следующее

Процент выполнения норм выработки	Число рабочих
85—90	2
90—95	6
95—100	8
100—105	18
105—110	5
110—115	4
115—120	3
120—125	2
125—130	2

Определите дисперсию способом моментов

20. Получены следующие данные об урожайности нового сорта пшеницы

Урожайность, ц/га	Посевная площадь, га
12—14	15
14—16	20
16—18	50
18—20	10
20—22	5

Вычислите средний квадрат отклонений значений признака от средней величины способом моментов, коэффициент вариации

21. В результате группировки домохозяйств Одинцовского района Московской области по среднедушевым затратам на продукты питания получены следующие данные

Затраты на продукты питания, тыс. руб. в месяц	Число домохозяйств
15	10
18	15
20	45
24	50
28	30

Вычислите абсолютные и относительные показатели вариации.

22. Исчислите дисперсию, если известно, что средняя величина признака составляет 150 руб., а коэффициент вариации — 15%.
23. Средний квадрат индивидуальных значений признака — 625, а его дисперсия — 400. Определите величину средней
24. Определите среднюю величину, если известно, что коэффициент вариации составляет 30%, а дисперсия признака — 800
25. Среднее квадратическое отклонение равно 25, а средняя величина в совокупности — 15. Определите средний квадрат индивидуальных значений этого признака.
26. Известны следующие данные

Организация	Заработная плата служащих, тыс. руб.	Число служащих
Банк «Патриот»	До 45	3
	45—50	4
	50—55	6
	55—60	10
	60—65	15
	65—70	22
	70—75	30
	75—80	25
	80—85	12
	85—90	10
	90—95	9
Страховая компания «Защитник»	95—100	8
	100 и более	7
	30—40	30
	40—50	50
	50—60	45
	60—70	20
	70—80	3
	80 и более	2

По каждой организации определите абсолютные и относительные показатели вариации. Сравните результаты и сделайте выводы.

27. Имеем следующие данные по трем группам торговых организаций.

Группа торговых организаций	Издержки обращения на 100 руб. товарооборота	Число торговых организаций
Мелкие	Свыше 20	2
	20—19	5
	19—18	15
	18—17	14
	17—16	20
	16—15	15
Средние	15—14	21
	14—13	23
	13—12	50
	12—11	40
	11—10	30
	10—9	50
Крупные	9—8	28
	8—7	30
	7—6	19
	6—5	13
	5—4	9
	4—3	2
	3 и менее	1

Определите среднюю из внутригрупповых, межгрупповую и общую дисперсии. Рассчитайте коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Проанализируйте результаты расчетов.

28. В результате обследования работы банков получено следующее распределение по доходности активов.

Группа банков	Доходность, %	Число банков
С низким уровнем информационных технологий (IT)	10—15	10
	15—20	15
	20—25	20
С высоким уровнем информационных технологий (IT)	25—30	40
	30—35	10
	35—40	5

Рассчитайте дисперсии.

- внутригрупповые;
- среднюю из внутригрупповых;
- межгрупповую;
- общую, используя правило сложения дисперсий

Определите эмпирическое корреляционное отношение. Сделайте выводы.

29. По данным статистических органов за год в регионе обанкротилось 2% малых предприятий. Вычислите дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

30. В результате экзамена по статистике 96% студентов получили положительные оценки. Вычислите дисперсию и среднее квадратическое отклонение.
31. На складе готового платья при разбраковке полученной партии товара обнаружено десять бракованных изделий. Определите дисперсию и среднее квадратическое отклонение, если в полученной партии было 200 изделий.
32. Эмпирическое распределение организаций региона по уровню рентабельности производства следующее.

Уровень рентабельности, %	Число организаций
До 4	76
4—6	85
6—8	140
8—10	195
10—12	220
12—14	214
14—16	185
16—18	103
18—20	64
20 и более	18
Итого	1300

Определите

- среднее значение признака;
 - среднее квадратическое отклонение;
 - теоретические частоты нормального закона распределения;
 - накопленные эмпирические и теоретические частоты;
 - величину максимального расхождения между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами;
 - величину критерия Колмогорова (λ);
 - вероятность того, что показатель имеет нормальное распределение.
33. Известны следующие данные о размере месячной прибыли малых предприятий региона.

Группа малых предприятий по размеру месячной прибыли, тыс. руб.	Количество предприятий
До 50	60
50—70	78
70—90	65
90—110	102
110—130	125
130—150	137
150—170	95
170—190	100
190 и выше	64
Итого	846

Определите:

- а) среднее значение признака;
 - б) среднее квадратическое отклонение;
 - в) теоретические частоты нормального закона распределения;
 - г) накопленные эмпирические и теоретические частоты;
 - д) величину максимального расхождения между накопленными эмпирическими и теоретическими частотами;
 - е) величину критерия Колмогорова (n);
 - ж) вероятность того, что показатель имеет нормальное распределение.
34. Используя критерий Колмогорова, определите близость к нормальному распределению эмпирического распределения коммерческих банков России по проценту высоколиквидных активов в сумме текущих активов.

Уровень высоколиквидных активов на начало года, %	Количество банков
До 10	5
10—15	7
15—20	12
20—25	15
25—30	18
30—35	9
35—40	8
40 и выше	6
Итого	80

35. Можно ли считать, что показатель себестоимости продукции имеет нормальный закон распределения при наличии следующих данных по предприятиям, выпускающим единичную продукцию

Себестоимость единицы продукции, руб	Количество предприятий
100—102	10
102—104	21
104—106	43
106—108	65
108—110	84
110—112	66
112—114	45
114—116	19
116—118	12
Итого	365

36. Проверьте близость эмпирического и нормального распределений показателя среднемесячной заработной платы по следующим данным

Группа работников по размеру месячной заработной платы, тыс. руб.	Количество человек
До 35	118
35—40	184
40—45	411
45—50	530
50—55	405
55—60	142
60 и более	120
Итого	1 910

**9.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ**

В случае невозможности или нецелесообразности сплошного наблюдения статистические закономерности социально-экономических явлений могут быть с достаточной достоверностью выявлены в результате обследования лишь части их единиц, т.е. путем проведения несплошного наблюдения, в частности выборочным методом.

Выборочный метод наблюдения (выборка) — такая форма несплошного наблюдения, при которой отбор единиц для обследования осуществляется случайным образом. Это означает, что для всех единиц генеральной совокупности обеспечивается равная возможность оказаться в числе выборочной совокупности.

Теоретическая основа выборочного метода — теория вероятностей и закон больших чисел. Ей посвящены работы П.Л. Чебышева, А.М. Ляпунова, Я. Бернулли, П. Лапласа, А.А. Маркова, в которых доказывается, что при случайном отборе единиц совокупности среднее значение изучаемого признака (доли) в этой совокупности стремится к характеристикам генеральной совокупности, т.е. по величине среднего значения признака (доли) в выборочной совокупности можно судить о среднем значении данного признака (доли) в генеральной совокупности. Поскольку значения генеральной и выборочной средней (доли) различаются на величину ошибки выборки, то задача метода состоит в изучении и измерении случайных ошибок репрезентативности.

Существует несколько способов случайного отбора, различающихся схемой отбора единиц из генеральной совокупности и видом указанного метода. В каждом конкретном случае выбор того или иного способа зависит от сущности изучаемого явления, объема совокупности, вариации ее признаков, финансовых возможностей исследователей и т.д.

Возможны две схемы отбора: повторный и бесповторный отбор. По способу организации возможны следующие виды выборочного метода: собственно-случайный, механический, типический, серийный

и комбинированный. Каждый из указанных видов может осуществляться с применением различных схем отбора.

Важнейшие параметры генеральной и выборочной совокупности: **генеральная совокупность** (N) — совокупность единиц социально-экономического явления, обладающих изучаемым признаком;

генеральная средняя — среднее значение признака в генеральной совокупности ($\bar{x}$), а в случае наблюдения альтернативных признаков — генеральная доля (p);

генеральная дисперсия — $\sigma_{ген}^2$;

выборочная совокупность (n) — число отобранных для наблюдения единиц генеральной совокупности; по числу наблюдений различают большие и малые выборки;

выборочная средняя — среднее значение признака в выборочной совокупности ($\bar{x}$), а в случае наблюдения альтернативных признаков — выборочная доля (ω);

выборочная дисперсия — $\sigma_{выб}^2$.

Ошибка выборки — абсолютная величина разности между величиной параметра в выборочной и генеральной совокупности:

$$\begin{aligned} & \text{— для средней: } |\bar{x} - \bar{x}|, \\ & \text{— для доли: } |\omega - p|. \end{aligned} \quad (9.1)$$

В теории выборочного метода доказывается, что при достаточно большом объеме выборки (n) и ограниченной дисперсии генеральной совокупности ($\sigma_{ген}^2$) вероятность (P) того, что разность между выборочной средней ($\bar{x}$) и генеральной средней ($\bar{x}$) будет находиться в пределах: $\pm \Delta = F(t)$

$$P\{|\bar{x} - \bar{x}| < \Delta\} = F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (9.2)$$

где предельная ошибка выборки:

$$\Delta = t\mu, \quad (9.3)$$

μ — средняя (стандартная) ошибка выборки;

t — коэффициент доверия, стандартизированное и нормированное отклонение,

$F(t)$ — интеграл вероятностей

Если Δ представляет собой предел, величину которого не превосходит абсолютная величина ошибки выборки, то величина генеральной средней с вероятностью, равной $F(t)$, находится внутри интервала:

$$\begin{aligned} & \text{— для средней: } \bar{x} - D \leq \bar{x} \leq \bar{x} + D, \\ & \text{— для доли: } \omega - D \leq p \leq \omega + D. \end{aligned} \quad (9.4)$$

При практическом использовании данной теоремы генеральную дисперсию, которая неизвестна, заменяют выборочной дисперсией. Величина t связана с вероятностью P . Значения функции $F(t)$ табулированы (см. Приложение 3).

Значения вероятности, наиболее часто используемые в экономических исследованиях:

t	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$F(t)$	0,683	0,866	0,954	0,988	0,997	0,999

Средняя (стандартная) ошибка выборки (μ) представляет собой среднеквадратическое отклонение возможных значений генеральной средней (доли) от выборочной средней (доли) и зависит от численности выборки, вариации признака в генеральной совокупности (генеральной дисперсии) и способа отбора. Наиболее часто используемые формулы расчета μ для большой выборки представлены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Формулы расчета μ

Способ отбора	Для средней	Для доли
Собственно случайный повторный	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}$
Случайный и механический бесповторный	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Типичный бесповторный	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Серийный бесповторный равновеликими сериями	$\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$	$\sqrt{\frac{\omega_x^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$

Приведенные формулы содержат следующие обозначения: σ^2 — дисперсия средней в выборочной совокупности; ω — доля признака в выборочной совокупности; n — число единиц в выборочной совокупности; N — число единиц в генеральной совокупности; $\bar{\sigma}^2$ — средняя из выборочных дисперсий типических групп; $\omega(1-\omega)$ — средняя из выборочных дисперсий типических групп для доли; R — число серий в генеральной совокупности; r — число серий в выборочной совокупности; δ_x^2 — межсерийная (межгрупповая) дисперсия средних; δ_p^2 — межсерийная (межгрупповая) дисперсия доли.

Если численность выборочной совокупности меньше 30 единиц, то такая выборка называется малой. Средняя (стандартная) ошибка для нее определяется по формуле

$$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}. \quad (9.5)$$

Расхождение между выборочной средней и генеральной средней имеет особый закон распределения (распределение Стьюдента), согласно которому вероятность ошибки выборки зависит как от величины t , так и от объема выборки n . Уровни вероятности в малых выборках в зависимости от величины выборки и коэффициента доверия, наиболее часто используемые в экономике:

t	N		
	5	15	30
1,0	0,626	0,666	0,683
2,0	0,884	0,936	0,954
3,0	0,960	0,992	0,997

В теории выборочного метода рассматриваются во взаимосвязи три характеристики: предельная ошибка выборки, вероятность возникновения этой ошибки и численность выборки. Зная две из вышеназванных величин, всегда можно определить третью. Это позволяет решать задачу выборочного метода в трех вариантах или говорить о существовании трех задач выборочного метода, позволяющих осуществлять корректировку и контроль точности результатов наблюдения.

Задачи выборочного метода

1. Определение предельной ошибки выборки (или границ, в которых находится генеральная средняя (доля), на основе данных о численности и вероятности ошибки выборки;
2. Определение объема (численности) выборки, при котором пределы возможной ошибки не превысят некоторой наперед заданной величины с заданной вероятностью.
3. Определение вероятности того, что при наблюдении заданного числа единиц выборочной совокупности ошибка будет иметь заданный предел.

Алгоритмы решения задач выборочного метода

1. Определение величины предельной ошибки выборки

Дано:

- способ отбора;
- численность выборки (n);
- вероятность ошибки выборки (P);
- результаты выборочного наблюдения (распределение выборочной совокупности по изучаемому признаку).

Определить: предельную ошибку выборки для средней величины

Решение:

- 1) по результатам выборочного наблюдения производится расчет среднего значения (доли) признака в выборочной совокупности — $\bar{x}(\omega)$;
- 2) определяется дисперсия признака в выборочной совокупности. Расчет удобнее производить по формулам:
 - для средней: $\sigma^2 = \bar{x}^2 - \bar{x}^2$,
 - для доли: $\sigma^2 = \omega(1 - \omega)$;
- 3) в соответствии с использованным способом отбора по формулам табл. 9.1 исчисляется величина средней ошибки выборки μ ;
- 4) по таблице значений интеграла вероятностей нормального закона распределения (приложение 3) в соответствии с заданной величиной вероятности ошибки выборки определяется величина коэффициента доверия t ;
- 5) по формуле (9.3) исчисляется величина предельной ошибки выборки — Δ_x (или Δ_ω);

б) по формулам (9.4) для средней (или для доли) исчисляются границы, в которых находится величина генеральной средней (или генеральной доли).

Пример 1. На предприятиях города работает 15 000 рабочих определенной профессии. Необходимо провести обследование их месячной заработной платы и определить среднюю ее величину у одного рабочего данной профессии. Провести обследование всех рабочих не представляется возможным. По схеме случайного бесповторного отбора были получены данные о размерах заработной платы 150 человек (табл. 9.2). Необходимо при заданном уровне доверия (вероятности) определить границы, в которых находится средний уровень заработной платы в генеральной совокупности.

По условию задачи известно, что отбор — случайный бесповторный; $N = 15\,000$; $n = 150$. Рассмотрим два варианта допустимой вероятности ошибки выборочного наблюдения — 0,683 и 0,997.

Таблица 9.2

Результаты выборочного наблюдения уровня заработной платы

Результат наблюдения	Расчет показателей				
	численность работников	средний уровень заработной платы в группе	$\bar{x}f$	$\bar{x}^2$	$\bar{x}^2f$
	f	$\bar{x}$			
До 18	8	17	136	289	2 312
18—20	22	19	418	361	7 942
20—22	65	21	1 365	441	28 665
22—24	40	23	920	529	21 160
Свыше 24	15	25	375	625	9 375
Итого	150		3 214		69 454

Для нахождения границ доверительного интервала необходимо определить предельную ошибку величины среднего уровня заработной платы в выборочной совокупности.

Решение:

1) на основе выборочных данных определяем среднюю заработную плату обследованной совокупности рабочих (тыс. руб.):

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}f}{\sum f} = \frac{3214}{150} = 21,43;$$

2) определяем дисперсию признака в выборочной совокупности:

$$\sigma^2 = \frac{\sum \bar{x}^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2 = \frac{69\,454}{150} - 459,1 = 4,53;$$

3) в соответствии с формулами табл. 9.1 определяем величину средней ошибки m (тыс. руб.):

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{4,53}{150} \left(1 - \frac{150}{15\,000}\right)} = 0,173;$$

4) коэффициент доверия находим по таблице приложения 3, исходя из величины вероятности:

— в случае если $P = 0,683$, $t = 1$,

— в случае если $P = 0,997$, $t = 3$;

5) определяем величину предельной ошибки (тыс. руб.)

— в случае если $t = 1$, $\Delta = t\mu = 1 \cdot 0,173 = 0,173$

(т.е. с вероятностью 0,683 величина генеральной средней не более чем на ± 173 руб. будет отклоняться от выборочной средней),

— в случае если $t = 3$, $\Delta = t\mu = 3 \cdot 0,173 = 0,519$;

(т.е. с вероятностью 0,997 величина генеральной средней не более чем на ± 519 руб. будет отклоняться от выборочной средней);

6) доверительные границы для среднего уровня заработной платы в генеральной совокупности составляют (тыс. руб.)

— с вероятностью 0,683: $21,43 - 0,173 \leq \bar{x} \leq 21,43 + 0,173$,

или $21,257 \leq \bar{x} \leq 21,603$

(в 683 случаях из 1000 средний уровень заработной платы рабочих будет не ниже 21,257 тыс. руб. и не выше 21,603 тыс. руб.),

— с вероятностью 0,997: $21,43 - 0,519 \leq \bar{x} \leq 21,43 + 0,519$,

или $20,911 \leq \bar{x} \leq 21,949$

(в 997 случаях из 1000 средний уровень заработной платы рабочих будет не ниже 20,911 тыс. руб. и не выше 21,949 тыс. руб.).

Таким образом, при заданной численности выборки повышение точности оценки генеральной средней (уменьшение границ доверительного интервала) приводит к уменьшению вероятности получения неточного результата, и наоборот, увеличение границ доверительного интервала, в котором находится генеральная средняя, к повышению вероятности получения менее точного результата.

Пример 2. В отобранной методом случайной повторной выборки партии товаров 97% соответствовали требованиям ГОСТа. С вероятностью 0,997 необходимо определить границы, в которых заключена доля стандартной продукции, если контролю было подвергнуто 200 единиц товара.

Решение:

(при определении границ доверительного интервала для доли необходимо учесть, что метод отбора — случайный, повторный; численность выборки $n = 200$; выборочная доля $\omega = 0,97$, или 97%; заданная вероятность — 0,997)

1) средняя ошибка выборочной доли равна:

$$\mu = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}} = \frac{0,97(1-0,97)}{200} = 0,0121, \text{ или } 1,21 (\%);$$

2) при заданной вероятности 0,997 коэффициент доверия $t = 3$;

3) предельная ошибка выборки составляет:

$$D = \mu t = 3,63 (\%);$$

4) нижняя граница доли стандартной продукции в генеральной совокупности:

$$97 - 3,63 = 93,37 (\%).$$

Верхняя граница доли стандартной продукции в генеральной совокупности:

$$97 + 3,63 = 100,63 \approx 100 (\%).$$

Если судить по результатам выборки, то не менее 93,4% всей партии товаров соответствует стандарту.

Пример 3. В таблице 9.3 отражены данные о вкладах в филиалах Сбербанка России по результатам 5%-ного выборочного обследования. Типическая выборка осуществлялась по видам вкладов случай-

ным бесспорным методом пропорционально численности типических групп. Определить с вероятностью 0,683 границы, в которых находится средний размер вклада в генеральной совокупности.

Таблица 9.3

Результаты выборочного наблюдения размера вкладов

Вид вклада	Число вклав-дов	Средний размер вклада тыс. руб.	Численность выборки	Выборочная дисперсия	$x\bar{n}$	$\sigma^2 n$
	N	x	n	σ^2		
До востребования	11 200	1 360	560	7 225	761 600	4 046 000
Срочные	6 300	2 250	315	52 900	708 750	16 663 500
Итого	17 500	—	875	—	1 470 350	20 709 500

Решение:

- 1) средний размер вклада в выборочной совокупности:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1\,470\,350}{875} = 1680,4 \text{ (тыс. руб.)};$$

- 2) средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = 23\,668;$$

- 3) средняя ошибка выборочной средней при типической выборке:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{23\,668}{875} (1 - 0,05)} = 5,08 \text{ (тыс. руб.)};$$

- 4) предельная ошибка выборки с вероятностью 0,683 ($t = 1$):

$$\Delta = t_{\mu} = 1 \cdot 5,08 \text{ (тыс. руб.)};$$

- 5) доверительные границы для среднего размера вклада в генеральной совокупности

$$\bar{x} = 1680,4 \pm 5,08.$$

2. Определение численности выборки.

Дано:

- способ отбора;
- границы изменения генеральной средней (доли) — величина предельной ошибки выборки (Δ);
- вероятность ошибки выборки (P);
- дисперсия признака в генеральной (выборочной) совокупности.

Определить: необходимую численность выборки

Необходимая численность выборки при заданной величине допустимой ошибки выборки и ее вероятности определяется на основании формулы (9.3) и формул определения μ (см. табл. 9.1). Например, для собственно случайного повторного отбора имеем: $\Delta = t_{\alpha} \sigma$, или

$$D = t_{\alpha} \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \text{ откуда } n = \frac{t_{\alpha}^2 \sigma^2}{D^2}.$$

Для иных способов формирования выборочной совокупности формулы расчета численности выборки (доли) представлены в табл. 9.4.

Таблица 9.4

Формулы расчета численности выборки (n) при собственно случайном способе отбора

Схема отбора	Для средней	Для доли	Если выборочная доля неизвестна, то $\omega(1-\omega)$ принимается равным 0,25
Повторный	$\frac{t^2 \sigma^2}{D^2}$	$\frac{t^2 \omega(1-\omega)}{\Delta^2}$	
Бесповторный	$\frac{t^2 \sigma^2 N}{ND^2 + t^2 \sigma^2}$	$\frac{t^2 N \omega(1-\omega)}{N \Delta^2 + t^2 \omega(1-\omega)}$	

Решение:

- 1) по таблице закона нормального распределения определяем коэффициент доверия t , соответствующий заданной вероятности;
- 2) по формулам табл. 9.4 определяем численность выборочной совокупности, обеспечивающую получение заданной точности определения генеральной средней (доли) с заданной вероятностью.

Пример 4. Необходимо провести обследование уровня заработной платы 15 000 рабочих, занятых на территории области, выборочным методом. Отбор производится случайным бесповторным способом. Величина ошибки среднего уровня заработной платы в генеральной совокупности не должна превышать 100 руб. с вероятностью 0,954. Определить

необходимую численность выборки, если по результатам предыдущих аналогичных расчетов выборочная дисперсия была равна 0,41.

Решение:

По условию задачи отбор должен осуществляться случайным бесповторным способом; численность генеральной совокупности $N = 15\,000$ человек; предельная ошибка (Δ) — 0,100 тыс. руб.; вероятность, гарантирующая заданный результат P , — 0,954

- 1) по таблице приложения 3 определяем коэффициент доверия, соответствующий заданной вероятности, (0,954): $t = 2$;
- 2) по формуле $\Delta = t\mu$ определяем величину средней ошибки: $0,1 = 2\mu$, откуда $\mu = 0,1 : 2 = 0,05$ (тыс. руб.);
- 3) определяем величину дисперсии: $\sigma^2 = 0,41$;
- 4) численность выборки при заданных условиях должна составить не менее 164 человек:

$$n = \frac{\sigma^2 N}{N\mu^2 + \sigma^2} = \frac{0,41 \cdot 15\,000}{15\,000 \cdot 0,0025 + 0,41} = 164 \text{ (человека).}$$

Таким образом, средняя величина заработной платы, рассчитанная по результатам обследования 164 рабочих, будет отклоняться от средней величины заработной платы в генеральной совокупности не больше чем на 100 руб.

Пример 5. Городское управление государственной статистики планирует провести обследование рентабельности работы предприятий питания методом случайного бесповторного отбора. Какой должна быть численность выборочной совокупности, если на момент обследования в республике насчитывается 1230 предприятий питания, а предельная ошибка выборки не должна превышать 1% с вероятностью 0,954 при среднем квадратическом отклонении в 2,5%?

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{ND^2 + t^2 \sigma^2} = \frac{4 \cdot 6,25 \cdot 1230}{1230 \cdot 1 + 4 \cdot 6,25} = 24,5.$$

Следовательно, для решения поставленной задачи необходимо обследовать не менее 25 предприятий

3. Определение вероятности ошибки выборки

Дано:

- способ отбора;
- величина предельной ошибки выборки;
- численность выборки;
- дисперсия признака (или выборочная доля).

Определить: вероятность ошибки выборки.

Решение:

1) на основании данных о способе отбора, численности выборки и дисперсии признака определяем величину стандартной ошибки выборки μ ;

2) на основании данных о величине предельной и стандартной ошибки выборки исчисляем коэффициент доверия по формуле $t = \frac{D}{\mu}$;

3) по величине коэффициента доверия в таблице приложения 3 определяем соответствующее значение вероятности (P).

Пример 6. Необходимо провести обследование уровня заработной платы 15 000 рабочих выборочным методом. Отбор производится случайным бесповторным способом. По результатам предшествующих наблюдений дисперсия равна 0,41. Предполагаемая численность выборки — 100 человек. С какой вероятностью можно ожидать, что ошибка выборки не превысит 100 руб.?

Решение:

(по условию задачи предельная ошибка — Δ — 100 руб.; n = 100 человек; N = 15 000 человек; отбор случайный бесповторный, σ^2 = 0,41):

1) определяем величину стандартной ошибки выборки (тыс. руб.):

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,41}{100} \left(1 - \frac{100}{15\,000}\right)} = 0,06371 \text{ (тыс. руб.)};$$

2) из формулы предельной ошибки ($0,1 = t \cdot 0,06371$), коэффициент доверия $t = 1,57$. По таблице Приложения 3 этому значению коэффициента t соответствует вероятность 0,8836.

Отклонение величины средней заработной платы на 100 руб. от ее среднего уровня в выборочной совокупности выполнится только в 88 случаях из 100 при численности выборки в 100 человек. Если эта вероятность не устраивает организаторов наблюдения, то необходимо увеличить численность выборки либо повысить точность измерения генеральной средней.

Если увеличим численность до 150 человек, при предельной ошибке в 100 руб. получим: $\mu = 0,052$ тыс. руб.; $0,1 = t \cdot 0,052$; $t = 1,923$; вероятность возрастет до 0,945.

Если увеличим предельную ошибку до 150 руб., при численности в 100 человек $\Delta = 0,15$, коэффициент доверия $t = 2,35$ ($0,15 = t \cdot 0,06371$), вероятность возрастет до 0,9812

9.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение генеральной и выборочной совокупности
2. В каких случаях проводится сплошное наблюдение?
3. В чем особенность выборки как метода сплошного наблюдения?
4. Сформулируйте теоретические основы выборочного метода
5. Какая выборка называется репрезентативной?
6. Какие существуют виды ошибок выборки и каковы их причины?
7. Каковы характерные особенности собственно-случайного способа отбора?
8. Каковы характерные особенности механического способа отбора?
9. Каковы характерные особенности типического способа отбора?
10. Каковы характерные особенности серийного способа отбора?
11. Чем отличаются повторная и бесповторная выборка?
12. Опишите процедуру определения предельной ошибки выборки.
13. Опишите процедуру определения вероятности ошибки выборки.
14. Опишите процедуру определения численности выборки.
15. От каких факторов зависят границы доверительного интервала для генеральной средней величины (генеральной доли)?
16. С целью исследования показателя убыточности страховых компаний необходимо отобрать 20 из 250 страховых компаний, функционирующих в регионе. Проведите отбор методом механической выборки, используя таблицу случайных чисел и номера компаний из списка.
17. Для изучения рыночной стоимости 1 м² помещений, сдаваемых внаем, риэлторская фирма приняла решение провести 10%-ую выборку из 350 нежилых помещений, принадлежащих муниципальному образованию. Проведите отбор методом случайной бесповторной выборки номера помещения из списка
18. Проведено 3%-ное выборочное наблюдение заработной платы рабочих определенной специальности на разных предприятиях. В порядке случайной бесповторной выборки обследовано 810 рабочих. В результате установлено, что их средняя месячная заработная плата составляет 39 200 руб., среднее квадратическое отклонение — 500 руб. Определите:
 - 1) среднюю ошибку репрезентативности;
 - 2) возможные пределы средней заработной платы рабочих этой специальности при значении вероятности:
 - а) 0,683,
 - б) 0,954,
 - в) 0,997
19. Решите предыдущую задачу методом повторного отбора. Сравните результаты

20. По результатам 5%-ного выборочного обследования жилищных условий 200 семей города обеспеченность населения жилой площадью характеризуется следующими данными (способ отбора — случайный бесповторный)

Размер жилой площади на одного члена семьи, м ²	Число семей
До 5,0	5
5,0—7,0	26
7,0—9,0	44
9,0—11,0	50
11,0—13,0	16
13,0—15,0	27
15,0—17,0	13
17,0—19,0	10
Более 19,0	9

Определите:

- средний размер жилой площади на одного члена семьи;
- средний квадрат отклонений среднего размера жилой площади от средней величины;
- среднюю ошибку выборки при установлении среднего размера жилой площади;
- предельную ошибку выборки при значении вероятности 0,954;
- с той же вероятностью — пределы, в которых находится доля семей, имеющих размер жилой площади не более 9 м² на человека.

21. Методом случайной бесповторной выборки обследовали производительность труда 120 рабочих, что составляет 5% численности персонала предприятия. Получены следующие данные

Дневная выработка одного рабочего, тыс. руб	4—6	6—8	8—10	10—12	12—14	14—16
Количество рабочих	5	25	40	30	15	5

Определите:

- среднюю дневную выработку одного рабочего,
- среднюю ошибку выборки при определении производительности труда;
- предельную ошибку выборки при вероятности 0,954.

22. На предприятии 4000 рабочих. В порядке случайной бесповторной выборки обследовано 850 человек и установлено, что 800 из них выподняют и перевыполняют дневную норму выработки. На основании этих данных определите.

- а) удельный вес рабочих, выполняющих и перевыполняющих дневную норму выработки;
 - б) среднюю ошибку репрезентативности при установлении удельного веса рабочих, выполняющих и перевыполняющих дневную норму выработки;
 - в) предельную ошибку репрезентативности при значении вероятности 0,954
23. Для проверки качества продукции из партии в 500 штук деталей методом случайной бесповторной выборки было отобрано 10% деталей, из них 4,2% оказались бракованными. С вероятностью 0,866 определите, в каких пределах находится доля годных деталей в партии.
24. Для изучения распределения рабочих по размеру тарифной ставки проведено 20%-ное обследование методом случайной бесповторной выборки, в результате которого получены следующие данные.

Часовая тарифная ставка, руб.	1,6—3,6	3,6—5,6	5,6—7,6	7,6—9,6	9,6—11,6	11,6 и более
Число рабочих	18	32	86	38	12	14

Определите с вероятностью 0,9 пределы, в которых находится средний размер тарифной ставки в генеральной совокупности.

25. При исследовании форм выплаты заработной платы получены следующие данные о ее доле, начисленной в форме наличных выплат в кредитных организациях. Данные получены методом 10%-ного механического бесповторного отбора

Номер организации	Доля наличных выплат, %	Номер организации	Доля наличных выплат, %
1	34,8	10	26,0
2	30,5	11	37,2
3	30,0	12	33,2
4	49,9	13	50,3
5	22,3	14	32,0
6	24,1	15	26,0
7	18,7	16	26,0
8	35,5	17	40,9
9	34,8	18	65,3

С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится значение доли наличных выплат во всей совокупности кредитных организаций

26. Известны данные о результатах проверки исполнения местных бюджетов населенных пунктов на конец III квартала в трех регионах. В случайном бесповторном порядке в каждом из регионов было отобрано 10% населенных пунктов (серийный отбор).

Процент исполнения бюджета (%)		
регион № 1	регион № 2	регион № 3
62	55	65
53	59	52
51	67	63
68	53	64
63	65	56
49	64	51
56	53	59
55	54	60
64	65	—
60	—	—

Каковы пределы, в которых находится среднее значение процента исполнения бюджета, при значении вероятности 0,954?

27. Известны следующие данные опроса специалистов банковской сферы о состоянии условий труда, отобранных методом типической 10%-ной бесповторной выборки.

Номер группы	Число опрошенных служащих, человек	Число удовлетворенных состоянием условий труда человек
1	15	9
2	32	21
3	23	13
4	45	33
5	12	5

С вероятностью 0,954 определите границы, в которых находится средняя доля служащих, удовлетворенных условиями труда, по банковской сфере в целом. Расчет следует сделать пропорционально численности специалистов в типических группах.

28. Имеем следующие данные о численности рабочих трех специализированных строительных организаций, а также результаты проведенного ранее выборочного обследования выполнения норм выработки рабочими этих организаций.

Строительные организации	Численность рабочих, человек	Данные предыдущего выборочного обследования	
		дисперсия выполнения норм выработки	средний уровень выполнения норм выработки, %
1	560	25,0	106,3
2	480	27,5	103,5
3	720	16,5	108,5

Предлагается проверить выполнение норм выработки у 100 человек, отобранных пропорционально дифференциации выполнения норм выработки в организации. Определите.

- а) какое количество рабочих надо отобрать в каждой из организаций для измерения уровня выполнения норм выработки;
 - б) с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки для среднего уровня выполнения норм выработки в целом по всем организациям, если выборка проводится методом бесповторного типического отбора
29. Какое количество деталей из партии в 2000 штук необходимо обследовать в случае бесповторного отбора для определения их качества при условии, что предельная ошибка в оценке доли деталей, не соответствующих стандарту, не превышает 0,5% ($P = 0,683$), а доля такой продукции, по данным предыдущей проверки, составляет 1,5%?
30. По данным выборочного наблюдения, средняя продолжительность одного телефонного разговора составляет 5 мин при среднем квадратичном отклонении в 2 мин, а предельная ошибка выборки – 0,3 мин. Определите.
- а) сколько наблюдений необходимо произвести для определения продолжительности телефонного разговора, если вероятность составляет 0,954, при случайном повторном отборе;
 - б) какова вероятность того, что ошибка репрезентативности при определении продолжительности телефонного разговора не превысит 24 с (по результатам решения предыдущего пункта)
31. Ректорат ФА периодически проводит обследование затрат времени студентов на самостоятельную подготовку. В десяти институтах академии обучается 10 000 студентов. Какой должна быть численность типической выборки, осуществленной методом случайного бесповторного отбора, пропорционально численности студентов в типических группах, чтобы предельная ошибка не превышала 0,08 часа при значении вероятности 0,997? По данным предыдущего обследования средняя из внутригрупповых дисперсий (σ^2) равняется 0,09

32. Каким должен быть объем собственно-случайной повторной выборки при определении генеральной доли с предельной ошибкой, не превышающей 0,02, если дисперсия доли неизвестна, а вероятность составляет 0,954?
33. Для оценки состояния экологической ситуации в городе проведена проверка содержания токсичных веществ в выхлопных газах автотранспорта.
Всего по методу случайного повторного отбора проверено 500 автомобилей. У 180 из них содержание токсинов в выхлопе превышало установленную норму.
С вероятностью 0,954 определите, в каких пределах находится доля автомобилей, особенно интенсивно загрязняющих окружающую среду.
34. Для определения средней цены услуги риэлторской фирмы на рынке проводилось 10%-ное случайное выборочное наблюдение. Средняя цена, по данным наблюдения, составила 15 тыс. руб. при среднем квадратичном отклонении в 1,2 тыс. руб. Цены были зарегистрированы у 15 фирм. Какова вероятность того, что допущенная предельная ошибка выборки не превышает 962 руб.?
35. Какой должна быть численность собственно-случайной выборки, проводимой с целью определения доли единиц в генеральной совокупности, обладающих тем или иным признаком, чтобы с вероятностью 0,8664 можно было гарантировать ошибку доли не более 2,5%? Дисперсия выборки не известна. Предположим, что объем генеральной совокупности содержит:
 - а) 500 единиц,
 - б) 10 000 единиц,
 - в) численность не установлена.
36. Финансовые органы по способу механического бесповторного отбора предполагают обследовать на предмет правильности уплаты подоходного налога 100 малых предприятий. Предельная ошибка выборки не должна превышать 0,5% при среднем квадратичном отклонении в 2%. Является ли достаточной планируемая численность выборки, если на данной территории действует 1050 малых предприятий, а вероятность расхождений между выборочной и генеральной долями кооперативов, нарушающих налоговое законодательство, составляет 0,997?
37. При изучении мнений населения об эффективности деятельности правительства города позитивную оценку его работе дали 415 из 800 опрошенных в случайном порядке избирателей.
Можно ли с вероятностью 0,997 утверждать, что результаты данного опроса целесообразно распространить на всю совокупность избирателей, проживающих в данном районе (предельная ошибка выборки не должна превышать 5%).

38. Возьмем две выборки, проведенные одинаковым способом. Дисперсия у первой вдвое больше, чем у второй. При каких условиях средние и предельные ошибки данных выборок будут равны?
39. Во сколько раз изменится объем выборки, если ее средняя ошибка (случайный повторный отбор) при определении доли уменьшилась с 7 до 4%?
40. В порядке случайной повторной выборки обследовано 10% численности единиц генеральной совокупности. В какой мере изменилась бы средняя ошибка отбора, если бы он был случайным бесповторным?
41. Коэффициенты вариации равночисленных выборок, полученных методом случайного повторного отбора, равны соответственно 16.5% и 20%.
Определите:
 - а) величина средней ошибки какой из выборок будет больше, если выборочные средние у них равны;
 - б) во сколько раз средняя ошибка первой выборки будет отличаться от второй, если выборочные средние у них равны;
 - в) каким будет соотношение между средними ошибками выборок, если средняя величина ошибки в первой вдвое больше, чем во второй.
42. Даны две случайные повторные выборки, средние величины и коэффициенты вариации у которых равны между собой.
Определите, при каких условиях:
 - а) величина средней ошибки одной из выборок будет в 1,5 раза больше;
 - б) предельные ошибки выборок будут равны.
43. Численность одной из двух случайных повторных выборок втрое, а дисперсия в 1,4 раза меньше, чем другой. Определите, в каком соотношении находятся средние ошибки выборок.

10.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

10.1.1. Основные определения и решаемые задачи

Социально-экономические явления формируются в результате взаимодействия большого числа факторов и описываются посредством набора показателей $\{y, x_1, \dots, x_m\}$, характеризующих каждый из этих факторов. Пока будем считать, что все показатели $y, x_1, \dots, x_m$ *количественные*. При анализе рассматриваемого явления обычно предполагается, что значение одного из показателей, обозначаемого y , до некоторой степени определяется значением остальных показателей $x_1, \dots, x_m$. В таком случае говорят, что значение y *статистически зависит* от значений $x_1, \dots, x_m$, при этом m называют *количеством факторов*. Отметим, что при *функциональной зависимости* $y = y(x_1, \dots, x_m)$ значение y *однозначно* определяется значением аргументов $x_1, \dots, x_m$. Если же одному и тому же набору значений $x_1, \dots, x_m$ в статистических наблюдениях могут соответствовать различные значения y , то говорят о *статистической* (или *стохастической*) зависимости. Статистическая зависимость называется *сильной*, если существует такая функция $\hat{y} = \hat{y}(x_1, \dots, x_m)$, что вычисленные с ее помощью значения $\hat{y}(x_1, \dots, x_m)$ *незначительно отличаются* от эмпирических значений $y(x_1, \dots, x_m)$. Иначе говоря, разность $e = |y - \hat{y}|$ в большинстве случаев мала. Показатель y называют *независимой* (или *результативной*) переменной, $x_1, \dots, x_m$ — *зависимыми* (или *факторными*) переменными (*факторами, регрессорами*), функция $\hat{y} = \hat{y}(x_1, \dots, x_m)$ — *уравнением регрессии*, а $\hat{y}(x_1, \dots, x_m)$ — *теоретическим значением* для эмпирических y . Если

$$\hat{y}(x_1, \dots, x_m) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m \quad (10.1)$$

то это *линейная регрессия*. В дальнейшем функция $\hat{y}(x_1, \dots, x_m)$ будет для краткости обозначаться $\hat{y}$.

Зависимость, при которой результативная переменная y зависит только от одной факторной переменной x , называется *однофакторной* (или *парной*), а в противном случае — *многостепенной* (или *мно-*

факторной) Соответственно будут различаться однофакторное и множественное уравнения регрессии.

Методы корреляционного анализа позволяют решать следующие задачи.

С помощью *парного коэффициента корреляции* r_{x_1, x_2} (или просто *коэффициента корреляции*) — определять *силу* или *тесноту линейной связи* между факторами x_1 и x_2 . В краткой форме коэффициент корреляции обозначается r_{xy} (подразумевается, что вместо x и y могут указываться любые факторы, как это сделано в обозначении r_{x_1, x_2}).

Для многофакторной зависимости с помощью *множественного коэффициента корреляции* $R_{y(x_1, \dots, x_m)}$ — определять *силу линейной связи* между результативной переменной y и *всеми* факторными переменными $x_1, \dots, x_m$ одновременно. С помощью *частного коэффициента корреляции* охарактеризовать тесноту «чистой» связи между y и *любой одной* факторной переменной, исключив влияние на связь всех остальных факторов. При наличии только двух факторов x_1 и x_2 *частный коэффициент корреляции*, например между y и x_1 , обозначается r_{yx_1, x_2} .

Построить *линейное уравнение регрессии*, т.е. определить коэффициенты a , уравнения (10.1) и с помощью *множественного коэффициента корреляции* $R_{y(x_1, \dots, x_m)}$ оценить качество построенного уравнения (найденной регрессии).

В ряде случаев — найти аналитическое выражение для *нелинейной функции* ($x_1, \dots, x_m$) и оценить его качество с помощью *корреляционного отношения*.

Методами *непараметрического корреляционного анализа* — установить степень связи (взаимозависимости) значений показателей, среди которых имеются *качественные*, и в том числе *альтернативные признаки*.

Все это позволяет определить факторы, в наибольшей степени влияющие на исследуемую зависимую переменную, исключить из рассмотрения малозначимые факторы, использовать уравнение регрессии для прогнозирования.

10.1.2. Проверка гипотез и определение значимости вычисляемых значений

Поскольку объекты, попавшие в выборку, отобраны случайно, то и *любые значения*, вычисленные по данным выборки, в том числе различные коэффициенты корреляции, представляют собой конкрет-

ную реализацию некоторой случайной величины (напомним, что случайность отбора объектов из генеральной совокупности — непременное условие правильного формирования выборки). Это означает, что при другой выборке в нее могли попасть другие объекты с другими значениями показателей и вычисленные по ним величины (например, коэффициенты корреляции) имели бы другое значение. Поэтому для того, чтобы на основании вычисленного по выборке значения (условно обозначим его r) можно было делать обоснованные выводы, необходимо проверить значимость r . Использование вычисленных по выборке значений без проверки их значимости недопустимо, поскольку может привести к неверным выводам.

Методы проверки значимости вычисленной по выборке величины составляют часть большого и важного раздела математической статистики, называемого «Проверка гипотез». Речь здесь идет о статистических гипотезах, т.е. проверке справедливости некоторого утверждения путем обработки данных выборки. Проверка любой статистической гипотезы (в том числе значимости коэффициентов корреляции) выполняется с помощью следующей последовательности действий.

1. *Формирование основной и альтернативной гипотез.* Высказывание, подлежащая проверке гипотеза, которая называется *основной*, обозначается H_0 и *всегда* должна формулироваться в виде утверждения о равенстве значений двух или нескольких величин, среди которых обязательно присутствуют и значения, вычисленные по выборке. Далее проверяется значимость *всех* рассматриваемых коэффициентов, при этом гипотеза H_0 состоит в утверждении, что $r = 0$ (в соответствии с предположением, что коэффициент незначим).

Помимо основной формируется *альтернативная гипотеза* H_1 , которая всегда формулируется в виде неравенства. В частности, при определении значимости коэффициентов гипотеза H_1 имеет вид $r \neq 0$ (это означает, что r значимо).

Таким образом, при проверке гипотез *всегда* должна рассматриваться пара гипотез — основная H_0 и альтернативная H_1 .

2. *Вычисление фактического значения статистического критерия* $K_{\text{факт}}$. По проверяемому значению r вычисляется некоторая величина $K_{\text{факт}} = K(r)$ ¹. Вид функции $K(r)$, т.е. формула, по которой вы-

¹ Иногда $K_{\text{факт}}$ вычисляется непосредственно по выборке

числяется $K_{\text{факт}}$, определена в математической статистике для каждого вида проверяемой величины r и называется *статистическим критерием*, а само значение $K_{\text{факт}}$ — *фактическим значением статистического критерия*. Поскольку анализируемое значение r рассматривается как случайное, то и $K_{\text{факт}}$ — тоже случайное число. При этом статистический критерий $K(r)$ подобран таким образом, что в случае справедливости гипотезы H_0 известна функция распределения вероятностей для значений $K(r)$. С помощью этого распределения может быть вычислена вероятность $p(K_{\text{факт}})$, с которой $K_{\text{факт}}$ не находится в так называемой «критической области». Вероятность $p(K_{\text{факт}})$ в статистической литературе называется P -значением. Возможный вид функции распределения вероятностей для $K(r)$ и способ вычисления $p(K_{\text{факт}})$ описываются ниже.

3. Задание уровня значимости α . Поскольку гипотезы высказываются в результате наблюдений за значениями *случайных чисел*, то невозможно со 100%-ной уверенностью утверждать, какая из гипотез — H_0 или H_1 — верна. Поэтому экспертом задается некая, достаточно малая, вероятность α , которая называется *уровнем значимости*. Обычно принимаются значения $\alpha = 0,1$; $\alpha = 0,05$; $\alpha = 0,025$; $\alpha = 0,01$, из которых наибольшее распространение имеет $\alpha = 0,05$. Если вероятность $p(K_{\text{факт}}) < \alpha$, то гипотеза H_0 отвергается и принимается гипотеза H_1 . Конечно, возможна ситуация, при которой гипотеза H_0 верна, но $p(K_{\text{факт}}) < \alpha$. В таком случае отказ от гипотезы H_0 ошибочен, однако вероятность такой ошибки мала и равна α .

4. Выбор гипотезы. Это может быть сделано следующими двумя совершенно эквивалентными способами:

а) непосредственным нахождением P -значения $p(K_{\text{факт}})$ с помощью специальных таблиц, приведенных в Приложениях 6 и 8, или вычислением P -значения с помощью Excel (табл. 10.17). Гипотеза H_0 отклоняется, если $p(K_{\text{факт}}) < \alpha$;

б) вычислением *критических значений* статистического значения, или просто *критических значений (критических точек)*, при этом различают лево-, право- и двустороннюю критические точки, которые обозначаются соответственно $K_{\text{кр.л.}}$, $K_{\text{кр.п.}}$, $K_{\text{кр.д.}}$; тип используемой критической точки зависит от смысла анализируемого показателя r , пары рассматриваемых гипотез (H_0 , H_1) и обязательно указывается при описании способа проверки его значимости.

Гипотеза H_0 отклоняется, если выполняются условия, диктуемые типом критической точки (табл. 10.1).

Взаимосвязь гипотезы H_0 и типа критической точки

Тип критической точки	Условие отклонения гипотезы H_0
Левосторонняя	$K_{\text{крит}} < K_{\text{наб}}$
Правосторонняя	$K_{\text{крит}} > K_{\text{наб}}$
Двусторонняя	$ K_{\text{наб}} > K_{\text{крит}}$

Выполнение любого условия, приведенного в правом столбце таблицы, эквивалентно выполнению неравенства $p(K_{\text{наб}}) < \alpha$.

В некоторых случаях гипотеза H_0 отклоняется, если выполняется любое из условий, указанных в первых двух строках таблицы, однако в данном руководстве этот случай не рассматривается.

Критические точки $K_{\text{кр}}$ любого типа находятся с помощью специальных таблиц, в том числе приведенных в приложениях 5, 7, 9–13. Они также легко могут быть вычислены с помощью Excel (табл. 10.16).

Иллюстрация технологии проверки гипотез. Допустим, решение принимается в зависимости от того, выпадает подброшенная монета орлом или решкой. Поэтому требуется убедиться, что она симметрична, т.е. что ее центр тяжести не смещен ни к одной из сторон. В качестве H_0 и H_1 примем гипотезы, согласно которым монета соответственно либо симметрична, либо нет (чуть ниже формулировка гипотез будет уточнена). В случае справедливости H_0 вероятности p выпадения орла и решки должны быть одинаковы и составлять 0,5. Тогда при большом количестве N подбрасываний монеты (испытаний) числа a и b выпадений соответственно орла и решки будут приблизительно равны, хотя в силу случайности процесса точного их равенства может и не быть. Согласно описанной выше методике введем *статистический критерий* $K = |a - b|$, характеризующий различие между количеством выпадений орла и решки. В результате испытания получим для критерия K некоторое его фактическое значение $K_{\text{наб}}$. Очевидно, что если $K_{\text{наб}}$ невелико, то у нас не будет оснований считать монету несимметричной, но большие значения $K_{\text{наб}}$, т.е. сильное различие между количеством выпадений орла и решки, позволят нам подозревать, что она несимметрична. Как найти грань между «небольшим» и «большим» значением $K_{\text{наб}}$? Для этого отметим, что если признать справедливой гипотезу H_0 , то методы теории вероятностей для каждого возможного значения $K_{\text{наб}}$ позволяют подсчитать вероятность $p(K_{\text{наб}})$ того, что разность $|a - b|$ равна $K_{\text{наб}}$, при этом для больших $K_{\text{наб}}$ вероятность $p(K_{\text{наб}})$ уменьшается с ростом $K_{\text{наб}}$. Зададимся уровнем значимости, например, $\alpha = 0,05$, и если $p(K_{\text{наб}}) < \alpha$, то будем считать, что

вероятность симметричности монеты очень мала и потому гипотеза H_0 отвергается, а монета признается несимметричной.

Примечание 1. Очевидно, что большое значение $K_{\text{мод}}$ в принципе может возникнуть как «случай» и при симметричности монеты. В таком случае, отвергая гипотезу H_0 , мы совершим ошибку, вероятность которой равна α . Если мы хотим уменьшить вероятность подобной ошибки, то следует уменьшить α , задав, например $\alpha = 0,01$. Однако злоупотреблять этим нельзя, поскольку провести проверку существенности значения для малых α обычно возможно лишь при большом количестве испытаний (большом объеме выборки).

Примечание 2. Выше отмечалось, что гипотеза H_0 всегда формулируется в виде равенства, мы же пока формулировали ее словесно как «монета симметрична». Однако с помощью статистического критерия мы можем придать гипотезе H_0 виде $K = |a - b| = 0$, а $H_1 - K = |a - b| > 0$, что и соответствует описанным правилам формирования гипотез.

Виды функции распределения вероятностей для статистических критериев. Выше указывалось, что статистический критерий $K(x)$, используемый при проверке гипотез, всегда конструируется так, что функция распределения вероятностей его значений описывается одним из хорошо изученных в теории вероятностей законов распределения. Эти законы перечислены в табл. 10.2, где ξ обозначает случайное число, подчиняющееся соответствующему закону распределения вероятностей.

Таблица 10.2

**Законы распределения вероятностей,
используемые при установлении существенности значения**

Название функции распределения	Обозначение функции распределения	Что показывает функция распределения
Стандартное нормальное	$N(x)$	$N(x) = P\{\xi < x\}$
Стьюдента	$t(x, df)$	$t(x, df) = P\{\xi > x\}$
Фишера	$F(x, df_1, df_2)$	$F(x, df_1, df_2) = P\{\xi > x\}$
χ -квадрат	$\chi^2(x, df)$	$\chi^2(x, df) = P\{\xi > x\}$

Напомним, что выражение, например, $t(x, df) = P\{\xi > x\}$ означает, что $t(x, df)$ — это вероятность того, что случайное число ξ , подчиняющееся закону распределения Стьюдента, примет значение, *большее* заданного x . Запись же вида $N(x) - p = P\{\xi < x\}$ означает, что $N(x)$ возвращает вероятность того, что случайное число ξ , подчиняющееся стандартному нормальному закону распределения, примет значение, *меньшее* заданного x .

В соответствии с тем, какое распределение имеет статистический критерий, говорят, что проверка значимости выполняется по «нормальному критерию», «критерию Стьюдента», «критерию Фишера» или «критерию χ^2 ». Кроме того, обозначения всех используемых при проверке гипотез значений принято начинать с символа соответствующего распределения. Например, вместо $K_{\text{факт}}$ используются соответственно обозначения $N_{\text{факт}}$, $t_{\text{факт}}$, $F_{\text{факт}}$, $\chi^2_{\text{факт}}$. Параметры df , df_1 , df_2 в табл. 10.2 называются *степенями свободы*, и их значения зависят от объема выборки n и количества факторов m . В соответствии с этим для описания критических точек могут использоваться, например, следующие выражения

$$N_{\text{кр},\alpha}(\alpha), t_{\text{кр},\alpha}(\alpha; n-2), F_{\text{кр},\alpha}(\alpha; n-1; n-m-1), \chi^2_{\text{кр},\alpha}(\alpha; n-m). \quad (10.2)$$

Конкретные значения степеней свободы df определяются существом решаемой задачи и указываются при описании метода ее решения, однако в большинстве случаев $df = n - m - 1$, $df_1 = n - 1$, $df_2 = n - m$, где n и m — это соответственно объем выборки и количество факторов, причем в случае двух переменных $m = 1$.

Выше указывалось, что вид распределения статистического критерия и тип критических точек указываются при описании метода проверки значимости конкретного коэффициента r . Однако можно отметить и дополнительные закономерности

1. Если знак коэффициента r может быть любым, то статистический критерий обычно имеет стандартное нормальное распределение $N(x)$ или распределение Стьюдента $t(x; df)$. В этом случае для проверки значимости коэффициента находятся критические точки $K_{\text{кр},\alpha}$. Рассчитанное значение коэффициента r существенно, если вычисленное для него значение статистического критерия $K_{\text{факт}}$ удовлетворяет условию

$$|K_{\text{факт}}| > K_{\text{кр},\alpha} \quad (10.3)$$

2. Если коэффициент r может быть только положительным, то применяется F -критерий или критерий χ^2 , при этом ищется *правосторонняя критическая область*, а в расчетах используется заданное значение α . В таком случае значение коэффициента существенно, если

$$K_{\text{факт}} > K_{\text{кр},\alpha} \quad (10.4)$$

Если анализ показывает, что найденное значение показателя несущественно, никакие выводы на основании данного показателя делать недопустимо. Одно из средств обеспечения значимости показателя — увеличение объема выборки. Однако, если и при большом

объеме выборки показатель остается несущественным, это означает, что он никак не связан с остальными исследуемыми показателями.

В общем случае величина критического значения $K_{кр}$ зависит от следующих пяти факторов:

- а) заданного уровня значимости α ;
- б) размера выборки n ;
- в) количества факторов m ;
- г) вида распределения статистического критерия;
- д) вида критической точки (право-, лево-, двусторонняя).

Для каждого вида функции распределения статистического критерия значения критических точек $K_{кр}$ всех типов находятся из соответствующих таблиц, приведенных в приложениях 5, 7, 9 -13, в которых также содержатся инструкции и примеры их использования.

10.1.3. Определение тесноты связи между количественными признаками

Вычисление коэффициента корреляции (парного коэффициента корреляции) r_{xy} . Как уже говорилось, этот коэффициент характеризует тесноту *линейной* связи между количественными признаками x и y . Термин *линейная связь* указывает на то, что между значениями показателей y и x существует *стохастическая зависимость* вида

$$y \approx kx + b. \quad (10.5)$$

Коэффициент корреляции r_{xy} рассчитывается по любой из следующих формул:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}}, \quad (10.6)$$

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (10.7)$$

где $\bar{x}, \bar{y}$ – средние значения соответствующих признаков,

$\overline{xy} = \frac{\sum xy}{n}$ – среднее значение произведения признаков;

σ_x, σ_y – средние квадратические отклонения значений соответственно признаков x и y .

Величина r_{xy} изменяется от -1 до $+1$. При $r_{xy} > 0$ связь между показателями *прямая*, т.е. в соотношении (10.5) $k > 0$ и увеличение x статистически влечет и рост y . При $r_{xy} < 0$ – связь *обратная*, т.е. с увеличением x значение y статистически уменьшается. Чем $|r_{xy}|$ ближе

к единицы, тем точнее соотношение (10.5), т.е. тем *сильнее линейная связь*.

Значимость найденного значения r_{xy} проверяется с помощью t -критерия Стьюдента по таблице приложения 7 с количеством степеней свободы df (см. табл. 10.2), которое исчисляется по формуле

$$df = n - m - 1, \quad (10.8)$$

где n — объем выборки;
 m — количество факторов

В данном случае $m = 1$ и соответственно $df = n - 2$.

Фактическое значение $t_{\text{факт}}$ вычисляется по формуле

$$t_{\text{факт}} = r_{xy} \sqrt{\frac{df}{1 - r_{xy}^2}}. \quad (10.9)$$

Найденное значение r_{xy} значимо с заданным уровнем значимости α , если выполняется условие

$$|t_{\text{факт}}| > t_{\text{табл}}(\alpha; df) \quad (10.10)$$

В случае значимости r_{xy} качественная оценка силы связи в зависимости от $|r_{xy}|$ будет следующей (табл. 10.3).

Таблица 10.3

Качественная характеристика силы связи между факторами

Значение $ r_{xy} $	Характеристика связи
Меньше 0,3	Отсутствует
0,3—0,7	Средняя
0,7—0,9	Высокая
0,9—0,99	Весьма высокая
1	Связь не статистическая, а функциональная

Вычисление коэффициента корреляции и проверку его значимости проиллюстрируем на следующем примере

Пример 1. Анализ связи между объемом привлеченных банковом средств и его активами с помощью коэффициента корреляции. В первых трех столбцах табл. 10.4 приведены условные данные по банковскому сектору экономики для десяти регионов страны. В остальных столбцах и последних трех строках таблицы содержатся расчетные показатели, необходимые при решении рассматриваемых далее задач.

Расчет тесноты связи между объемом привлеченных банком средств и его активами

Относительный показатель банковского сектора региона (исходные данные)			Расчетный показатель					
регион	привлечение средств юридических лиц, % к ВВП	активы бан- ковского сектора, % к ВВП	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	xy
	x	y						
1	7,4	24,8	-4,32	18,66	-8,42	70,90	36,37	183,52
2	7,8	30,0	-3,92	15,37	-3,22	10,37	12,62	234,00
3	8,9	30,3	-2,62	7,95	-2,92	8,53	8,23	269,67
4	9,9	31,5	-1,62	3,31	-1,72	2,96	3,13	311,85
5	10,8	30,2	-0,92	0,85	-3,02	9,12	2,78	326,16
6	12,4	30,7	0,68	0,46	-2,52	6,35	-1,71	380,68
7	12,8	35,3	1,08	1,17	2,08	4,33	2,25	451,84
8	14,5	35,3	2,78	7,73	2,08	4,33	5,78	511,85
9	15,5	42,8	3,78	14,29	9,58	91,78	36,21	663,40
10	17,2	41,3	5,48	30,03	8,08	65,29	44,28	710,36
Итого	117,2	332,2	105,48	99,92	298,98	273,96	149,94	4 043,33
n	$\bar{x}$	$\bar{y}$		σ_x		σ_y		$\overline{xy}$
10	11,72	33,22		3,16		5,23		404,33

В последней строке таблицы по известным формулам рассчитаны простые средние значения и средние квадратические отклонения соответствующих показателей.

$$\text{Так, } \bar{x} = \frac{117,2}{10} = 11,72, \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{99,82}{10}} = 3,16.$$

В соответствии с данными таблицы коэффициент корреляции, вычисленный по формулам 10.16, 10.17, равен

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}} = \frac{149,94}{\sqrt{99,82 \cdot 298,98}} = \frac{149,94}{165,37} = 0,907;$$

$$r_{yx} = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_y \cdot \sigma_x} = \frac{404,33 - 11,72 \cdot 33,22}{5,23 \cdot 3,16} = 0,907. \quad (10.11)$$

Как и следовало ожидать, в обоих случаях получено одинаковое значение r_{xy} . Из формул вычисления коэффициента корреляции видно, что r_{xy} и r_{yx} равны и имеют одинаковый смысл.

В соответствии с формулами (10.8), (10.9) находим следующие значения: $df = 10 - 2 = 8$, $t_{факт} = 6,084$. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ и $df = 8$ из таблицы в Приложение 7 следует, что $t_{кр, \alpha} = 2,306$. Поскольку $|t_{факт}| > t_{кр, \alpha}$ то согласно формуле (10.10) найденное значение $r_{xy} = 0,907$ существенно и указывает на тесную связь между привлеченными средствами юридических лиц (x) и активами банковского сектора (y).

Множественный и частные коэффициенты корреляции. Эти коэффициенты используются для определения тесноты *линейной* связи при наличии нескольких факторных переменных, однако далее рассматривается случай лишь с двумя факторными переменными x_1 и x_2 . Проиллюстрируем вычисление названных выше коэффициентов на следующем примере.

Пример 2. Анализ взаимосвязи показателей денежного обращения по данным табл. 10.5, заданных для 12 регионов ($n = 12$).

Таблица 10.5

Показатели денежного обращения

регион	Исходные данные				Расчетные значения						
	денежная масса (агрегат M2), млрд. ед. на конец года	оборачиваемость денежной массы, количество оборотов	x_i	общая кредиторская задолженность, млрд. ед., на конец года	x_1	$y x_i$	$y x_1$	$(y - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}_1)^2$	$(x_i - \bar{x}_1) \cdot (y - \bar{y})$	
1	38,70	0,99			85,70	38,39	3 316,58	85,01	277,50	0,001	438,065
2	39,40	1,01			77,00	39,75	3 033,80	77,69	264,67	0,002	877,937
3	41,40	1,03			97,30	42,48	4 028,22	99,83	194,84	0,004	87,049
4	44,00	1,00			68,80	43,78	3 027,20	68,46	129,01	0,001	1 431,109
5	46,20	0,98			53,58	45,41	2 475,40	52,67	83,88	0,000	2 814,303
6	51,70	0,94			106,30	48,70	5 599,11	102,02	13,38	0,000	2 789
7	58,90	0,94			93,70	55,37	5 518,93	88,08	12,54	0,000	167,185
8	59,70	0,91			130,40	54,33	7 784,88	118,66	18,65	0,003	565,013
9	64,60	0,96			153,56	61,69	9 921,27	148,67	85,41	0,000	2 204,303
10	66,30	0,97			113,70	66,05	7 765,71	109,95	167,49	0,000	49,985
11	75,40	0,89			140,18	66,96	10 568,57	124,48	401,67	0,005	1 125,603
12	76,00	0,93			157,32	70,91	11 956,32	146,78	428,08	0,001	2 569,476
Итого	684,30	11,54			1 279,56	633,81	74 997,00	1 220,30	2 085,31	0,019	12 332,61
n	$\bar{y}$	$\bar{x}_1$			$\bar{x}_n$	$\bar{y} x_n$	$\bar{y} x_n$	σy	σx_1	σx_1	σx_2
12	55,358	0,9625			106,63	52,864	6 249,75	101,79	13,12	0,0402	32,058

Сначала с помощью коэффициента множественной корреляции $R_{y(x_1x_2)}$ оценим, насколько сильно оборачиваемость (x_1) и кредиторская задолженность (x_2) совместно влияют на объем денежной массы (y), т.е. определим тесноту линейной связи между y и парой показателей (x_1, x_2). В случае двух факторных переменных $R_{y(x_1x_2)}$ вычисляется по формуле

$$R_{y(x_1x_2)} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy} \cdot r_{yz} \cdot r_{xz}}{1 - r_{xz}^2}}, \quad (10.12)$$

где $r_{x_1y}, r_{x_2y}, r_{x_1x_2}$ — парные коэффициенты корреляции между соответствующими переменными, вычисляемые по любой из формул (10.6), (10.7).

Величина $R_{y(x_1x_2)}$ может изменяться в пределах от 0 до 1 и чем она больше, тем сильнее *линейная* зависимость значения результирующей переменной y от факторных переменных (x_1, x_2).

Расчетные значения, необходимые для вычисления $r_{x_1y}, r_{x_2y}, r_{x_1x_2}$, а затем и $R_{y(x_1x_2)}$, приведены в последней строке табл. 10.5. В соответствии с данными этой таблицы значения парных коэффициентов корреляции $r_{x_1y}, r_{x_2y}, r_{x_1x_2}$, исчисленных по формуле (10.7), равны:

$$r_{x_1} = \frac{\overline{x_1 y} - \bar{x}_1 \bar{y}}{\sigma_{x_1} \sigma_y} = \frac{52,8640 - 0,9625 \cdot 55,3580}{0,0402 \cdot 13,1200} = -0,793, \quad (10.13)$$

$$r_{x_2} = \frac{\overline{x_2 y} - \bar{x}_2 \bar{y}}{\sigma_{x_2} \sigma_y} = \frac{6249,7500 - 106,6300 \cdot 55,3580}{32,0580 \cdot 13,1200} = 0,825; \quad (10.14)$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \bar{x}_1 \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}} = \frac{101,7900 - 0,9625 \cdot 106,6300}{0,0402 \cdot 32,0580} = -0,652. \quad (10.15)$$

Подставляя найденные значения $r_{x_1x_2}, r_{x_1y}, r_{x_2y}$ в формулу (10.12), получим:

$$R_{y(x_1x_2)} = \sqrt{\frac{(-0,793)^2 + 0,825^2 - 2(-0,793) \cdot 0,825(-0,625)}{1 - (-0,625)^2}} = 0,891. \quad (10.16)$$

Квадрат коэффициента множественной корреляции называется коэффициентом детерминации и обозначается R^2 . В соответствии с формулой (10.16):

$$R^2 = R_{y(x_1, x_2)}^2 = 0,891^2 = 0,794. \quad (10.17)$$

Коэффициент детерминации R^2 показывает, в какой степени изменения зависимого признака у объясняются изменениями факторных переменных. Иными словами, R^2 — это доля дисперсии результирующей переменной, объясняемая факторными переменными. В данном случае дисперсия значения y на 79,4% обусловлена дисперсией факторных переменных.

При небольшом количестве наблюдений n , а точнее, в случае $n:m < 20$, вместо $R_{y(x_1, x_2)}$ используют показатель $R_{y(x_1, x_2)}^{\text{кор}}$, называемый скорректированный коэффициент множественной корреляции вычисляемый по формуле

$$\begin{aligned} R_{y(x_1, x_2)}^{\text{кор}} &= \sqrt{1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-m-1}} = \\ &= \sqrt{1 - (1 - 0,794) \frac{12-1}{12-2-1}} = 0,865. \end{aligned} \quad (10.18)$$

Квадрат коэффициента $R_{y(x_1, x_2)}^{\text{кор}}$ называется в Excel нормированным R^2 , обозначается R_n^2 , и в нашем примере $R_n^2 = 0,865^2 = 0,778$.

Значимость $R_{y(x_1, x_2)}$ устанавливается посредством F -критерия Фишера с $df_1 = m - 1$, $df_2 = n - m$, при этом:

$$F_{\text{факт}} = \frac{(n-m-1)R_{y(x_1, x_2)}^2}{m(1-R_{y(x_1, x_2)}^2)}. \quad (10.19)$$

Подставляя $R_{y(x_1, x_2)} = 0,891$, $n = 12$, $m = 2$, получим:

$$F_{\text{факт}} = \frac{(12-2-1)0,891^2}{2 \cdot (1 - 0,891^2)} = 17,332. \quad (10.20)$$

Коэффициент $R_{y(x_1, x_2)}$ значим, если:

$$F_{\text{факт}} > F_{\text{кр.д}}(\alpha; m; n-m-1). \quad (10.21)$$

При $\alpha = 0,05$, $df_1 = 2$, $df_2 = 9$ в соответствии с таблицей Приложения 10 имеем:

$$F_{кр,0.05}(\alpha; 2; 9) = 4,26. \quad (10.22)$$

Поскольку $F_{факт} > F_{кр,0.05}$ то коэффициент $R_{x_1x_2y}$, а также коэффициенты R^2 и R^2_{η} значимы, а их близкие к единице значения указывают на наличие сильной линейной связи между y и (x_1, x_2) .

Вычисление частных коэффициентов корреляции. Отметим, что в случае нескольких факторных переменных *парный* коэффициент корреляции, например r_{x_1y} , показывает тесноту линейной связи между x_1 и y так, будто фактора x_2 не существует. Однако на самом деле x_2 *опосредованно (неявно)* влияет на величину r_{x_1y} , поскольку с учетом связи между x_2 и x_1 значение x_2 влияет на x_1 , а следовательно, и на y . Поэтому, в случае нескольких факторных переменных, степень «чистой» связи между независимой переменной y и каким-либо одним фактором, например x_1 , при полном исключении влияния других факторов (x_2), определяется с помощью *частных коэффициентов корреляции*. При двух факторных переменных частные коэффициенты корреляции между x_1 и y , а также между x_2 и y обозначаются соответственно $r_{x_1(y, x_2)}$ и $r_{x_2(y, x_1)}$ и вычисляются по формулам:

$$r_{x_1(y, x_2)} = \frac{r_{x_1y} - r_{x_1x_2} \cdot r_{x_2y}}{\sqrt{(1 - r_{x_1x_2}^2)(1 - r_{x_2y}^2)}}; \quad (10.23)$$

$$r_{x_2(y, x_1)} = \frac{r_{x_2y} - r_{x_1x_2} \cdot r_{x_1y}}{\sqrt{(1 - r_{x_1x_2}^2)(1 - r_{x_1y}^2)}}.$$

Частный коэффициент корреляции изменяется в пределах от -1 до $+1$, а его знак и величина имеют тот же смысл, что и у парного коэффициента корреляции.

Подставляя в формулы (10.23) вычисленные выше значения парных коэффициентов корреляции (10.13—10.15), получим:

$$r_{x_1(y, x_2)} = \frac{-0,793 - 0,825 \cdot (-0,653)}{\sqrt{(1 - 0,824^2) \cdot (1 - (-0,653)^2)}} = -0,594;$$

$$r_{x_2, y_2} = \frac{0,825 - (-0,793) \cdot (-0,653)}{\sqrt{(1 - (-0,793)^2) \cdot (1 - (-0,653)^2)}} = 0,666.$$

Отметим, что *частные* коэффициенты корреляции по абсолютному значению оказались меньше, чем парные коэффициенты, а их знаки отражают тот известный факт экономической теории, что ускорение оборачиваемости денежных средств (x_1) ведет к уменьшению денежной массы (y), а рост задолженности (x_2) увеличивает денежную массу.

Вывод. При наличии нескольких факторных переменных для определения направления и тесноты линейной связи между независимой и какой-либо одной факторной переменной необходимо использовать *только частный* коэффициент корреляции.

Проверка значимости частных коэффициентов корреляции выполняется так же, как и проверка парных коэффициентов корреляции — по формулам (10.8—10.10), но при $m = 2$, т.е. при $df = n - 3$. Значения, необходимые для проверки значимости всех вычисленных в этом примере парных и частных коэффициентов корреляции, рассчитанные с помощью таблицы Приложения 7 при $\alpha = 0,05$, приведены в табл. 10.6.

Таблица 10.6

Оценка значимости парных и частных коэффициентов корреляции

Показатель	Парный коэффициент корреляции			Частный коэффициент корреляции	
	r_{yx_1}	r_{yx_2}	$r_{x_1x_2}$	$r_{x_1(yx_2)}$	$r_{x_2(yx_1)}$
Значение	-0,793	0,825	-0,653	-0,594	0,666
$t_{\text{выб}}$	-4,116	4,616	-2,727	-2,215	2,678
$t_{\text{крит}}$	2,228			2,262	

Анализ приведенной таблицы показывает, что коэффициент $r_{x_1(yx_2)}$ не значим, т.е. что не установлена частная корреляция x_1 и y .

Для качественной оценки силы связи с помощью множественного или частных коэффициентов корреляции можно использовать табл. 10.3.

Коэффициент корреляции знаков Фехнера. С помощью этого коэффициента (b) устанавливается наличие связи между двумя пере-

менными при небольшом количестве исходных данных. Он рассчитывается по формуле

$$i = \frac{u-v}{u+v}, \quad (10.24)$$

где u — число пар (x, y) , в которых x и y отклоняются от своих средних значений $\bar{x}$, $\bar{y}$ в одну и ту же сторону, т.е. разности $(x - \bar{x})$ и $(y - \bar{y})$ имеют одинаковые знаки,

v — число пар (x, y) , в которых разности $(x - \bar{x})$ и $(y - \bar{y})$ имеют разные знаки

Коэффициент i изменяется от -1 до $+1$, а его знак показывает направление связи. Однако поскольку этот коэффициент никак не учитывает величину отклонений $(x - \bar{x})$ и $(y - \bar{y})$, то он дает лишь приблизительную качественную оценку существования и направления связи между переменными.

Порядок вычисления коэффициента Фехнера демонстрируется в следующем примере.

Пример 3. Вычисление коэффициента Фехнера. Рассчитаем коэффициент Фехнера по данным табл. 10.4. Необходимые для этого вычисления приведены в табл. 10.7, в столбцах, обозначенных $\Delta+$, $\Delta-$ (содержимое правых столбцов таблицы для вычисления коэффициента Фехнера не требуется, оно будет использовано в других примерах). Единицы в столбце $\Delta+$ указывают на то, что соответствующие значения x и y отклонились от своих средних значений в одну сторону. Наличие же единицы в столбце $\Delta-$ означает, что значения x и y отклоняются от своих средних в разные стороны. Суммируя значения в каждом из столбцов $\Delta+$, $\Delta-$, получим соответственно значения $u = 9$ и $v = 1$, отраженные в последней строке таблицы.

Вычисление коэффициента Фехнера

Описательный показатель банковского сектора региона (исходные данные)			Расчет коэффициента Фехнера		Показатель, необходимый для построения уравнения регрессии		
регион	привлеченные средства юридических лиц, % к ВВП	активы банковского сектора % к ВВП	Δ+	Δ-	xy	x ²	y _x
	x	y					
1	7,4	24,8	1	0	183,52	54,76	26,73
2	7,8	30,0	1	0	234,00	60,84	27,33
3	8,9	30,3	1	0	269,67	79,21	28,98
4	9,9	31,5	1	0	311,85	98,01	30,49
5	10,8	30,2	1	0	326,16	116,64	31,84
6	12,4	30,7	0	1	380,68	153,76	34,24
7	12,8	35,3	1	0	451,84	163,84	34,84
8	14,5	35,3	1	0	511,85	210,25	37,40
9	15,5	43,8	1	0	663,40	240,25	38,50
10	17,2	41,3	1	0	710,36	295,84	41,45
Всего	117,2	332,2			4 043,33	1 473,40	
n	x	y	u	v	xy		
10 0	11,72	33,22	9	1	404,33		

*Э(x) — ласгинность (стр 186).

Подставляя вычисленные в последней строке таблицы значения u и v в формулу (10.24), получим.

$$i = \frac{u - v}{u + v} = \frac{9 - 1}{9 + 1} = 0,8.$$

Это значение i указывает, что связь между стоимостью основных фондов и выпуском продукции прямая и высокая.

10.1.4. Построение уравнений регрессии

Однофакторное (парное) линейное уравнение регрессии. Если значение $|r_{xy}|$ значимого коэффициента корреляции r_{xy} достаточно велико (см. табл. 10.3), значит, существует линейное уравнение регрессии:

$$\hat{y}_x = a_0 + a_1 x, \quad (10.25)$$

хорошо описывающее статическую зависимость y от x . Способ нахождения коэффициентов a_0 , a_1 этого уравнения демонстрируется в следующем примере.

Пример 4. Построение однофакторного линейного уравнения регрессии, описывающего связь между объемом привлеченных средств и активами банка. Высокое значение $r_{xy} = 0,907$, полученное по данным табл. 10.4 из примера 1, позволяет считать, что зависимость $y(x)$ величины активов банковского сектора (y) от размера привлеченных средств (x) хорошо описывается однофакторным линейным уравнением регрессии (10.25). Другое основание для построения уравнения регрессии того или иного вида — анализ *корреляционного поля*.

Корреляционное поле представляет собой диаграмму, на которой в виде точек с координатами (x, y) представлены все пары значений (x, y) , содержащиеся в исходных данных. Пример построения приведен на рис. 10.1.

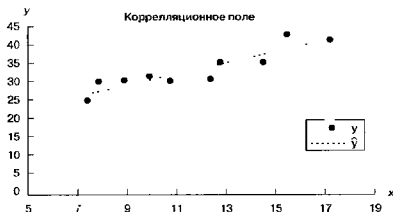


Рис. 10.1. Корреляционное поле для данных табл. 10.7

Визуальный анализ этого корреляционного поля показывает, что все точки (x_i, y_i) расположены вдоль некоторой прямой, показанной на рисунке пунктирной линией, незначительно отклоняясь от нее. Прямая, от которой точки отклоняются в наименьшей степени, и будет графиком линейного уравнения регрессии (10.25). Коэффициенты a_0, a_1 этого уравнения находятся *методом наименьших квадратов*, т.е. таким образом, чтобы сумма квадратов разностей между теоретическими и эмпирическими значениями $\sum(y(x) - \hat{y})^2$ была минимальна. Коэффициенты a_0, a_1 , удовлетворяющие этому условию, получают в результате решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} a_1 n + a_0 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy, \end{cases}$$

где n — количество наблюдений (в нашем примере $n = 10$)

Подставив сюда значения $\sum x = 117,1$; $\sum y = 332,2$; $\sum x^2 = 1469,75$; $\sum xy = 4038,55$, вычисленные в табл. 10.4, получим:

$$\begin{cases} 10a_0 + 117,2a_1 = 332,20, \\ 117,2a_0 + 1473,40a_1 = 4043,33. \end{cases} \quad (10.26)$$

Решив эту систему, найдем: $a_0 = 15,61$, $a_1 = 1,50$, и потому иско-
мое уравнение (10.25) примет вид:

$$\hat{y}_x = 15,61 + 1,50x. \quad (10.27)$$

Коэффициент уравнения a_1 показывает, что с увеличением привлеченных средств на 1% активы банков увеличиваются в среднем на 1,50%. Коэффициент a_0 – свободный член уравнения, и при $x = 0$ $x = 15,61$, что может трактоваться как минимально возможная величина активов.

Отметим, что если известны значения r_{xy} , σ_x , σ_y , то коэффициент a_1 можно сразу вычислить по формуле

$$a_1 = \frac{r_{xy} \sigma_y}{\sigma_x} = \frac{0,907 \cdot 5,23}{3,16} = 1,50. \quad (10.28)$$

В эту формулу подставлено значение r_{xy} , вычисленное в примере 10.1 по формуле (10.11), а значения σ_x и σ_y взяты из последней строки табл. 10.4. Подставив найденное значение a_1 в первое уравнение системы (10.26), можно легко определить a_0 .

В свою очередь из формулы (10.28) следует, что

$$r_{xy} = a_1 \sigma_x \cdot \sigma_y. \quad (10.29)$$

После построения уравнения регрессии необходимо удостовериться в его значимости и оценить его качество. Оба эти вопроса следующим образом решаются с помощью коэффициента r_{xy} : уравнение регрессии значимо, если значимо значение r_{xy} , а качество регрессии оценивается так же, как и сила связи по табл. 10.3. Поэтому, если коэффициент r_{xy} не был вычислен до построения уравнения регрессии, его следует найти по формуле (10.29) и определить его значимость рассмотренным выше способом с помощью формул (10.9), (10.10).

В предпоследнем столбце табл. 10.7 приведены *теоретические значения* ε_x , вычисленные для каждого x с помощью уравнения регрессии (10.27).

Величина, показывающая, на сколько процентов изменится теоретическое значение $\hat{y}$, если x изменится на 1%, называется эластичностью, обозначается $\varepsilon(x)$ и вычисляется по следующей формуле

$$\varepsilon(x) = a_1 x : \hat{y}_x. \quad (10.30)$$

Так, при $x = 6$ имеем:

$$\varepsilon(6) = 1,50 \frac{6}{15,61 + 1,50 \cdot 6} = \frac{1,50 \cdot 6}{26,41} = 27,57 (\%).$$

Из формулы (10.30) видно, что эластичность $\Xi(x)$ может изменяться при изменении x . В последнем столбце табл. 10.7 приведены значения $\Xi(x)$, рассчитанные для всех x .

Наряду с эластичностью, определяемой по формуле (10.30), часто рассчитывают *среднюю эластичность* Ξ , которая для нашего примера равна:

$$\Xi = a_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{1,50 \cdot 11,72}{33,22} = 53 (\%). \quad (10.31)$$

В этой формуле $\bar{x}$ и $\bar{y}$ — средние значения x и y , вычисленные в последней строке табл. 10.4.

Множественное линейное уравнение регрессии. Это уравнение вида (10.1), обычно используемое для описания зависимости результативной переменной y от нескольких факторов в случае, когда коэффициент множественной корреляции $R_{y, x_1, \dots, x_n}$ достаточно велик (больше 0,75—0,80). Нахождение коэффициентов такого уравнения регрессии иллюстрируется в следующем примере.

Пример 5. Построение множественного линейного уравнения регрессии. Поскольку в примере (10.2) коэффициент множественной корреляции R_{y, x_1, x_2} имеет достаточно большое значение (0,8930), то для описания зависимости объема денежной массы (y) от ее оборачиваемости (x_1) и величины кредиторской задолженности (x_2) можно использовать линейное уравнение регрессии:

$$\hat{y}(x_1, x_2) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2. \quad (10.32)$$

Коэффициенты этого уравнения находятся методом наименьших квадратов с помощью решения следующего нормального уравнения:

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 &= \sum y; \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1 x_2 &= \sum y x_1; \\ a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1 x_2 + a_2 \sum x_2^2 &= \sum y x_2. \end{aligned} \quad (10.33)$$

Исходные данные и расчетные показатели, необходимые для составления и решения этой системы уравнения, содержатся в табл. 10.8.

Таблица 10.8
Расчетные значения, необходимые для построения множественного линейного уравнения регрессии
для показателей денежного обращения

регион	Исходные данные			Расчетные показатели						
	денежная масса (агрегат М2) млрд ден. ед. на конец года	оборот денежной массы, количество оборотов	x_i	общая кредиторская задолженность, млрд ден. ед., на конец года	yx_i	x_ix_i	x_i^2	$\bar{y}_i$	$(y-\bar{y}_i)^2$	
1	36,70	0,99	85,70	36,39	3 316,59	85,01	0,98	7 344,49	46,86	66,56
2	39,40	1,01	77,00	39,75	3 093,80	77,69	1,02	5 929,00	42,06	7,05
3	41,40	1,03	87,30	42,46	4 028,22	99,83	1,05	9 467,29	43,63	4,99
4	44,00	1,00	68,80	43,78	3 027,20	68,46	0,99	4 733,44	41,70	5,31
5	46,20	0,98	53,58	45,41	2 475,40	52,67	0,97	2 870,82	41,24	24,64
6	51,70	0,94	108,30	48,70	5 596,11	102,02	0,89	11 728,89	59,05	54,05
7	58,90	0,94	93,70	55,37	5 518,93	86,08	0,88	8 779,69	55,64	9,36
8	59,70	0,91	130,40	54,33	7 784,86	118,66	0,83	17 004,16	68,25	73,05
9	64,80	0,96	153,58	61,89	9 921,27	146,67	0,91	23 586,82	86,12	2,33
10	68,30	0,97	113,70	66,05	7 765,71	109,95	0,94	12 927,69	55,91	153,59
11	75,40	0,89	140,18	66,96	10 569,57	124,46	0,79	19 650,43	73,29	4,47
12	76,00	0,93	157,32	70,91	11 956,32	146,78	0,87	24 749,56	71,28	22,27
Всего	664,30	11,54	1 275,56	634,71	74 957,00	1 221,48	11,12	148 772,00		427,66

После подстановки в систему уравнений (10.33) необходимых значений из последней строки табл. 10.8 система примет вид:

$$\begin{aligned} 12a_0 + 11,55a_1 + 1279,56a_2 &= 664,30; \\ 11,55a_0 + 11,12a_1 + 1220,30a_2 &= 634,47; \\ 1279,56a_0 + 1221,48a_1 + 148\,772,30a_2 &= 74\,997,00. \end{aligned} \quad (10.34)$$

Решая эту систему, получим: $a_0 = 55,11$, $a_1 = 44,80$, $a_2 = 0,44$, уравнение регрессии примет вид

$$\hat{y}(x_1, x_2) = 170,99 - 144,13x_1 + 0,22x_2. \quad (10.35)$$

Коэффициент a_1 показывает, что с ускорением количества оборотов на единицу денежная масса на конец года *уменьшается* на 144,43 млрд ден. ед., коэффициент a_2 — что с увеличением задолженности на 1 млрд ден. ед. денежная масса на конец года увеличивается на 0,22 млрд ден. ед.

Отметим, что знаки a_1 и a_2 совпадают со знаками ранее найденных частных коэффициентов корреляции $r_{xy(x_2)}$ и $r_{x_2y(x_1)}$. Такое совпадение всегда имеет место и в данном случае полностью согласуется с экономическим содержанием взаимосвязи показателей денежной массы (y), ее оборачиваемостью (x_1) и кредиторской задолженностью (x_2), которое было подробно рассмотрено при вычислении частных коэффициентов корреляции.

Построение множественного уравнения регрессии должно заканчиваться установлением его значимости и качества. И то, и другое делается на основании множественного коэффициента корреляции $R_{y(x_1, x_2)}$ или с помощью R^2 . Методы вычисления этих коэффициентов и оценка их значимости были подробно рассмотрены выше. Однако отметим, что, если данный коэффициент не был вычислен до построения уравнения регрессии, значимость и качество уравнения регрессии могут быть определены следующим образом.

Введем в рассмотрение дополнительные величины:

полная сумма квадратов — $SST = \sum(y - \bar{y})^2 = n\sigma_y^2$;

регрессионная сумма квадратов — $SSR = \sum(\hat{y}_x - \bar{y})^2$;

сумма квадратов ошибок,
или *сумма квадратов остатков* — $SSE = \sum(x - y)^2$.

Доказано, что для линейной регрессии имеет место равенство:

$$SST = SSR + SSE. \quad (10.36)$$

Очевидно, что $SST = n\sigma_y^2$ и характеризует вариацию исходных значений y , SSR — вариацию теоретических значений $\hat{y}$, показатель же SSE — степень отклонения исходных и теоретических значений.

Значение $SST = 2065,31$ вычислено в табл. 10.5, а $SSE = 427,66$ — в последней строке табл. 10.8. Из формулы 10.36 получаем:

$$SSR = SST - SSE = 2065,31 - 427,66 = 1637,65. \quad (10.37)$$

С помощью этих величин легко вычисляются R^2 и $F_{\text{факт}}$:

$$R^2 = SSR : SST = 1637,65 : 2065,31 = 0,793. \quad (10.38)$$

$$F_{\text{факт}} = \frac{SSR}{SSE} \cdot \frac{n-m-1}{m} = 17,23 \quad (10.39)$$

В итоге получены те же значения R^2 и $F_{\text{факт}}$, что и ранее при вычислении множественного коэффициента корреляции. Значимость R^2 устанавливается описанным там же способом.

Оценка значимости коэффициентов уравнения. Помимо оценки значимости всего уравнения регрессии в целом необходимо оценивать и значимость каждого его коэффициента a_i . Если при этом обнаруживаются незначимые коэффициенты, то факторная перменная, коэффициент которой наиболее незначим, исключается из рассмотрения и уравнение регрессии строится заново. Так продолжается до тех пор, пока в уравнении не останутся только значимые коэффициенты. Вычисление значимости коэффициентов «вручную» очень трудоемко и потому здесь не рассматривается. Однако средствами Excel такая оценка выполняется очень просто, и технология ее проведения рассматривается далее в настоящем разделе.

Нелинейная регрессия. Нелинейное уравнение регрессии строят после комплексного анализа взаимосвязи всех показателей, включая:

анализ значения коэффициента корреляции r_{xy} в случае однофакторной зависимости и коэффициента множественной корреляции $R_{y(x_1, \dots, x_n)}$ при многофакторной зависимости;

анализ корреляционного поля при однофакторной зависимости;

учет содержательных экономических предпосылок.

Способ построения нелинейного (*степенного*) уравнения регрессии демонстрируется в следующем примере.

Пример 6. Анализ зависимости расходов на питание от размера семейных доходов. В первых двух столбцах табл. 10.9 приведены результаты наблюдения за шестью группами ($n = 6$), содержащие сведения о среднедушевых доходах и расходах на продукты питания по региону. Смысл последующих столбцов с расчетными значениями поясняется ниже.

Таблица 10.9

Распределение семей по величине среднедушевого дохода

Группы семей в зависимости от среднедушевого совокупного дохода в месяц, тыс. ден.ед.	Расходы на питание, тыс. ден.ед. на чел.		$\ln(x)$	$\ln(y)$	$\ln(x) \cdot \ln(y)$	$\ln^2(x)$	$\hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	$(y - \bar{y})^2$
	x	y							
10-12	11	1,5	2,40	0,41	0,97	5,75	1,24	0,07	28,80
12-14	13	2,0	2,56	0,69	1,78	6,58	2,38	0,14	23,68
14-16	15	3,8	2,71	1,34	3,62	7,33	4,14	0,12	9,40
16-18	17	6,2	2,83	1,82	5,17	8,03	6,73	0,28	0,44
18-20	19	11,2	2,94	2,42	7,11	8,67	10,37	0,69	18,78
20-22	21	16,5	3,04	2,80	8,53	9,27	15,29	1,47	92,80
Всего	96	41,2	16,49	9,48	27,18	45,63		2,77	173,91
	$\bar{y}$	6,87						η^2	0,98

Расходы на питание будем считать результативным признаком y , а уровень среднедушевого совокупного дохода x — факторной переменной, влияющей на величину y . Как видно из таблицы, в качестве значений x принимаются середины группировочных интервалов.

Хотя коэффициент линейной корреляции $r_{xy} = 0,950$ достаточно высок (его вычисление опущено) и это позволяет предположить, что зависимость (x) линейная, тем не менее проанализируем вид (x), построив корреляционное поле (рис. 10.2).

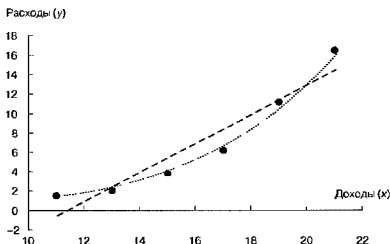


Рис. 10.2. Корреляционное поле и график уравнения регрессии построенные по данным о доходах и расходах на питание

Из рисунка видно, что дуга гораздо лучше описывает зависимость расходов от доходов, чем прямая линия (на рисунке показана прямая, наиболее тесно примыкающая к точкам корреляционного поля).

Допустим, (x) — степенная функция, т.е. имеет вид

$$\hat{y}(x) = a_0 x^{a_1}. \quad (10.40)$$

Коэффициенты a_0 и a_1 этой функции вычислим методом наименьших квадратов, для чего применим широко используемый прием, называемый *линеаризацией уравнения регрессии*. Суть метода линеаризации состоит в том, чтобы с помощью различных преобразований заменить (x) на эквивалентную ей линейную функцию. Так, если прологарифмировать обе части уравнения (10.40), например по натуральному основанию, получим:

$$\ln(\hat{y}(x)) = \ln a_0 + a_1 \ln x = \tilde{a}_0 + a_1 \ln x, \quad (10.41)$$

где $\tilde{a}_0 = \ln a_0$;

$$a_0 = e^{\tilde{a}_0}$$

$e = 2,7183$ — основание натурального логарифма.

Нетрудно видеть, что выражение (10.41) — не что иное, как линейное уравнение регрессии для пары переменных $\ln(y)$ и $\ln(x)$. Коэф-

коэффициенты Γ_0 и a_1 этого уравнения находятся решением следующей системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \tilde{a}_0 n + a_1 \sum \ln x = \sum \ln y, \\ \tilde{a}_0 \sum \ln x + a_1 \sum \ln^2 x = \sum (\ln x \cdot \ln y) \end{cases} \quad (10.42)$$

После подстановки в нее значений $\sum \ln x$, $\sum \ln y$, $\sum \ln^2 x$, $\sum (\ln x \cdot \ln y)$, вычисленных в табл. 10.9, система принимает вид:

$$\begin{aligned} 6\Gamma_0 + 16,49a_1 &= 9,48; \\ 16,49\Gamma_0 + 45,63a_1 &= 27,18. \end{aligned}$$

Результаты решения системы: $\Gamma_0 = -9,089$, $a_1 = 3,881$, откуда $a_0 = -\Gamma_0 = 9,089$. Таким образом, получаем следующее степенное уравнение регрессии:

$$\hat{f}(x) = 0,0001x^{3,881} \quad (10.43)$$

Теоретические значения $\hat{y}$, рассчитанные по этой формуле, для всех значений x , приведены в табл. 10.9.

Качество *нелинейного* уравнения регрессии определяется с помощью показателя η^2 , который называется *теоретическим коэффициентом детерминации* и исчисляется по формуле

$$\eta^2 = 1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2} \quad (10.44)$$

Теоретический коэффициент детерминации изменяется в пределах от 0 до 1 и уравнение регрессии считается качественным при $\eta^2 > 0,75 - 0,8$. Подставляя в (10.44) значения $\sum (y - \hat{y})^2$ и $\sum (y - \bar{y})^2$, вычисленные в табл. 10.9, получим $\eta^2 = 0,98$, что свидетельствует о высоком качестве построенного степенного уравнения регрессии.

Значимость нелинейного уравнения регрессии определяется значимостью линеаризованного уравнения (10.41), описанным в примере 4 способом.

10.1.5. Непараметрические методы корреляционного анализа

Непараметрическими называются методы оценки силы связи между показателями, не выполняющие с показателями никаких арифметических действий (сложения, вычитания и т.д.) и в том числе не использующие в вычислениях средние значения показателей. Такие методы чаще всего применяются для определения тесноты связи меж-

ду признаками, из которых один или все — качественные. Ряд непараметрических методов используется лишь в отношении *ранжируемых (порядковых)* качественных признаков.

Ранжируемым называется признак, значения которого могут быть *содержательно упорядочены* по возрастанию/убыванию в соответствии с такими качествами, как «больше-меньше», «лучше-хуже», «выше-ниже» и т.д. Например, виды учебных заведений, т.е. значения признака, характеризующего уровень образования, могут быть содержательно упорядочены по возрастанию следующим образом:

- 1) средняя школа (Сш);
- 2) колледж (Кл);
- 3) вуз (Вз);
- 4) аспирантура (Ас).

В этом списке в скобках указаны краткие обозначения каждого уровня образования, используемые в дальнейшем. Очевидно, что количественные признаки — ранжируемые.

Неранжируемыми называются качественные признаки, не поддающиеся никакому содержательному упорядочиванию (упорядочивание в алфавитном порядке содержательным не является). Примером таких признаков может служить вероисповедание, национальность, профессия и др.

Назначение рангов. Значениям ранжируемого признака могут соответствовать специальные числа, называемые *рангами*. Способ распределения рангов между значениями количественного и качественного признаков демонстрируется в табл. 10.10.

Таблица 10.10

Назначение простых и связанных рангов

№ строки	Количественный признак X									
	Порядковый номер N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	Значения X	4	7	8	7	4	2	7	5	6
3	Упорядоченные X	2	4	4	5	6	7	7	7	8
4	Связанные ранги $R_s(X)$	1	2,5	2,5	4	5	7	7	7	9
5	Мощности связей $k(X)$	1	2		1	1	3			1
№ строки	Качественный признак Y									
	Значения Y	Сш	Ас	Кл	Вз	Сш	Сш	Сш	Вз	Ас
7	Упорядоченные Y	Сш	Сш	Сш	Сш	Кл	Вз	Вз	Ас	Ас
8	Связанные ранги $R_s(Y)$	2,5	2,5	2,5	2,5	5	6,5	6,5	8,5	8,5
9	Мощности связей $k(Y)$	4				1	2		2	

В строках 2 и 6 таблицы приведены значения некоторого количественного и качественного признаков, полученных в результате статистического наблюдения, причем значения качественного признака — это рассмотренные выше уровни образования. Для установления рангов указанные значения необходимо упорядочить (мысленно или явно) по возрастанию, что и сделано соответственно в стр. 3 и 7. Далее ранги распределяются согласно следующим правилам:

1) ранг значения, наблюдаемого однократно, равен указанному в строке 1 порядковому номеру этого значения в упорядоченном списке в строках 2 или 6. Например, значения $X = 5$ и $Y = \text{Кл}$ встречаются лишь один раз, и поэтому ранг $X = 5$ равен 4, а ранг $Y = \text{Кл} = 5$; ранг, присвоенный соответствующему значению, будем кратко записывать в виде $R_i(X = 5) = 4$, $R_i(Y = \text{Кл}) = 5$. Ранг единственного значения называется *простым*;

2) если значение признака встречается несколько раз (как, скажем, в случае с $X = 7$ и $Y = \text{Сш}$), то его ранг равен среднему арифметическому значению порядковых номеров таких повторов; к примеру, ранги значений $X = 7$ и $Y = \text{Сш}$ равны соответственно $R_i(X = 7) = (6 + 7 + 8) : 3 = 7$, $R_i(Y = \text{Сш}) = (1 + 2 + 3 + 4) : 4 = 2,5$. Вычисленные таким образом ранги называются *связанными*, а использованные для их расчета ячейки обведены в табл. 10.10 жирным контуром. Как видно из таблицы, связанные ранги могут быть дробными числами, некоторые значения рангов при этом вовсе отсутствуют.

Связки и их мощность. Каждая группа значений с одинаковыми рангами называется *связкой*, а количество значений в каждой такой группе — *мощностью связки* и обозначается символом k . В таблице для значений X , Y имеется соответственно две и три связки. Мощности каждой из этих связок приведены в строках 6 и 9 таблицы.

В ряде случаев единственными значениями признака служат непосредственно ранги. Например, значением такого признака, как *приоритетность* сложного социально-экономического проекта, выступает его порядковый номер (ранг) в экспертно упорядоченном списке аналогичных проектов. С помощью рейтингов (синоним рангов) задаются значения разных признаков, вроде популярности различных политиков, социальных программ и т.д.

Показатели тесноты связи между признаками, вычисленные с использованием *только рангов* признаков, называются *ранговыми коэффициентами корреляции*.

В таблице 10.11 приводятся названия рассматриваемых далее коэффициентов корреляции, посредством которых определяется теснота связи между парой признаков различного типа.

Таблица 10.11

Коэффициенты, применяемые для характеристики тесноты связи между признаками разных типов

Тип признака X	Тип признака Y	Коэффициент
Ранжируемый	Ранжируемый	Спирмена, Кендала
Качественный неранжируемый	Качественный неранжируемый	Взаимной сопряженности Гирсона, Чупрова
Альтернативный	Альтернативный	Ассоциации, Контингенции
Альтернативный	Количественный	Бисериальный
Несколько ранжируемых		Конкордации

Коэффициент корреляции рангов Спирмена (ρ) вычисляется по формуле¹

$$\rho = \frac{n^3 - n - 6 \sum d^2 - 0,5(A + B)}{\sqrt{(n^3 - n - A)(n^3 - n - B)}}, \quad (10.45)$$

где n — количество наблюдений;

$$\sum d^2 = \sum (R_f(X) - R_f(Y))^2, \quad (10.46)$$

$R_f(X)$ и $R_f(Y)$ — связанные ранги соответственно для значений X и Y ,

$$A = \sum (k_f(X)^3 - k_f(X)), B = \sum (k_f(Y)^3 - k_f(Y)), \quad (10.47)$$

$k_f(X)$, $k_f(Y)$ — мощности f -й связи у X и Y .

Коэффициент Спирмена изменяется в пределах $-1 \leq \rho \leq 1$.

¹ Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Исследование зависимостей. М.: Финансы и статистика, 1995. С. 107, формулы 2.4, 2.5. Указанные формулы эквивалентными преобразованиями приведены авторами задачника к представленному здесь более простому виду

Если у X и Y отсутствуют связанные ранги, то $A = B = 0$ и формула (10.45) вычисления коэффициента Спирмена приобретает следующий более простой вид.

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad (10.48)$$

Примечание. При назначении рангов *непрерывному количественному* признаку его значения при необходимости следует незначительно скорректировать (изменить) таким образом, чтобы все они стали различными. Тогда вычисление коэффициента Спирмена для пары непрерывных количественных признаков можно выполнить по более простой формуле (10.48) без существенной потери точности. Значения же качественного или дискретного количественного признака скорректировать невозможно, и поэтому при наличии связей вычислять ρ необходимо по формуле (10.45).

Проверка значимости найденного значения ρ выполняется так же, как и для коэффициента корреляции r_{xy} по формулам (10.9), (10.10) при $df = n - 2$ по таблице Приложения 7.

Коэффициент корреляции рангов Кендалла (τ). Коэффициент вычисляется с помощью связанных рангов $R_i(X)$ и $R_i(Y)$, но *предварительно пары (x, y) исходных значений признаков должны быть упорядочены по возрастанию x* , при этом y , соответствующие одинаковым x , также должны быть расположены по возрастанию. После этого значение τ вычисляется по формуле¹

$$\tau = \frac{n(n-1) - 4Q - U_x - U_y}{\sqrt{(n(n-1) - U_x)(n(n-1) - U_y)}}, \quad (10.49)$$

в которой $Q = \sum_{i=1}^n q_i^n$, (10.50)

где q_i^n — это количество случаев, в которых при $j > i$ ранг $R_j(y_j)$ меньше, чем ранг $R_i(y_i)$

¹ Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Указ. соч. С. 111. Формулы (2.6'), (2.8). Указанные формулы эквивалентными преобразованиями приведены авторами задачника к представленному здесь более простому виду

Далее:

$$\begin{aligned} U_x &= \sum k_j(x)(k_j(x) - 1); \\ U_y &= \sum k_j(y)(k_j(y) - 1). \end{aligned} \quad (10.51)$$

Если у X и Y отсутствуют связанные ранги, то $U_x = U_y = 0$ и формула 10.49 вычисления коэффициента Кендалла приобретает следующий более простой вид:

$$\tau = 1 - \frac{4Q}{n(n-1)}. \quad (10.52)$$

Коэффициент Кендалла изменяется в пределах $-1 \leq \tau \leq 1$.

При вычислении коэффициента Кендалла справедливо примечание, сделанное к способу вычисления коэффициента Спирмена.

Значимость коэффициента τ для заданного уровня значимости α при $n < 10$ определяется по специальным таблицам¹, а при $n \geq 10$ значимость τ можно проверить с помощью нормального N -критерия. Для этого необходимо вычислить $N_{\text{факт}}$ по формуле

$$N_{\text{факт}} = \tau \sqrt{\frac{9n(n-1)}{2(2n+5)}}. \quad (10.53)$$

Величина τ значима, если выполняется условие

$$|N_{\text{факт}}| > N_{\text{кр.д.}} \quad (10.54)$$

В этой формуле $N_{\text{кр.д.}}$ — граница *двусторонней* критической области, которая может быть определена с помощью таблиц Приложения 5.

Примечание. Ранговые методы обычно применяют к числовым признакам в тех случаях, когда количество наблюдений невелико или когда значения переменных распределены не по нормальному закону.

Пример 7. Вычисление коэффициентов Спирмена и Кендалла для пары количественных признаков — стоимости основных фондов (x) и объема выпуска продукции (y), приведенных в табл. 10.12.

¹ Owen D.B. Handbook of Statistical Tables. Pergamon Press and Addison-Wesley 1962

Таблица 10.12

**Расчет коэффициентов корреляции рангов Спирмена и Кендала
для пары числовых признаков**

Исходные данные			Связанные ранги		Мощность связок k_x и k_y		Для коэф. Спирмена	Для коэф. Кендала
№ пред- прия- тия	стоимость основных фондов, млн руб.,	выпуск продук- ции, млн руб.,	RsX	RsY	k_x	k_y	$d^2 = (RsX - RsY)^2$	количество q_i^* наблюдений, лежащих ниже текущего и имеющих ранг RsY меньше, чем у текущего наблюдения
	x	y						
1	6	2,4	1	1	1	1	0	0
2	8	4,1	2	3,5	1	2	2,25	1
3	9	3,6	3	2	1	1	1	0
4	10	4,1	4,5	3,5	2	2	1	0
5	10	4,5	4,5	5	2	1	0,25	0
6	11	5,6	6	8	1	3	4	1
7	12	5,6	7	8	1	3	1	1
8	13	5,6	8	8	1	3	0	1
9	14	7	9	10	1	1	1	1
10	15	5	10	6	1	1	16	0
	ΣX	ΣY					Σd^2	Q
Всего	108	47,5					26,5	5

Количество наблюдений (n) в данном примере равно 10.

Пояснения к вычислению коэффициента Спирмена. В соответствии с данными таблицы $\Sigma d^2 = 26,5$. У значений X мощность одной связки — 2, а именно: $k(X=10) = 2$. У значений Y — две связки с мощностями 2 и 3, а именно: $k(Y=4,1) = 2$, $k(Y=5,6) = 3$. Поэтому согласно формуле (10.47) имеем: $A = (2^3 - 2) = 6$; $B = (2^3 - 2) + (3^3 - 3) = 30$. Подставляя эти значения в (10.45), получим:

$$\rho = \frac{10^3 - 10 - 6 \cdot 26,5 - 0,5(6 + 30)}{\sqrt{(10^3 - 10 - 6)(10^3 - 0 - 30)}} = 0,836.$$

Показатели, необходимые для проверки значимости ρ при уровне значимости $\alpha = 0,05$, имеют следующие значения:

$$t_{\text{факт}} = \rho \sqrt{\frac{n-2}{1-\rho^2}} = 0,836,$$

$$\sqrt{\frac{10-2}{0,836^2}} = 4,317;$$

$t_{\text{крит.д}} = t(0,05; df = 10 - 2) = 2,752$ (соответствующие данные – в таблице приложения 7).

Так как $|t_{\text{факт}}| > t_{\text{крит.д}}$, то при уровне значимости $\alpha = 0,05$ полученное значение $\rho = 0,836$ значимо и указывает на наличие сильной связи между x и y .

Пояснения к вычислению коэффициента Кендалла. Значения последнего столбца табл. 10.12 q_i^* получены следующим образом. В первой строке ($i = 1$) столбца $R_S Y$ стоит единица, т.е. $R_S Y_1 = 1$. В столбце $R_S Y$ ниже первой строки рангов менее $R_S Y_1 = 1$ нет, и потому $q_1^* = 0$. Во второй строке $R_S Y_2 = 3,5$, и ниже этой строки только $R_S Y_3 = 2$ меньше, чем $R_S Y_2 = 3,5$, поэтому $q_2^* = 1$. В третьей строке $R_S Y_3 = 2$, и ниже данной строки рангов меньше этого нет, а потому $q_3^* = 0$. Аналогичным образом вычисляются другие значения q_i^* , а затем и $\sum q_i^* = Q = 5$.

Поскольку для X есть только одна связка $k(X = 10) = 2$, а для Y — две связки $k(Y = 4,1) = 2$ и $k(Y = 5,6) = 3$, то согласно (10.51) имеем

$$U_x = 2(2 - 1) = 2; U_y = (2(2 - 1) + 3(3 - 1)) = (2 + 6) = 8.$$

Подставляя найденные значения n , Q , U_x , U_y в (10.49), получим:

$$\tau = \frac{10(10 - 4) - 4 \cdot 5 - 2 - 8}{\sqrt{(10(10 - 1) - 2)(10(10 - 1) - 8)}} = 0,706.$$

Сравнение найденных ρ и τ показывает, что $\tau < \rho$ и такое соотношение между коэффициентами имеет место всегда, поскольку метод Кендалла вычисляет тесноту связи более строго, чем способ Спирмена. В данном случае оба коэффициента показывают наличие тесной связи между рассматриваемыми переменными.

Значения $N_{\text{факт}}$ и $N_{\text{крит}}$, необходимые для проверки значимости коэффициента τ с уровнем значимости $\alpha = 0,05$, соответственно равны:

$$N_{\text{факт}} = 0,706 \sqrt{\frac{9 \cdot 10(10-1)}{2(2 \cdot 10 + 5)}} = 2,843;$$

$N_{\text{крит}} = 1,960$ (соответствующие данные в таблице приложения 5).

Поскольку $N_{\text{факт}} > N_{\text{крит}}$, то найденное значение $\tau = 0,706$ значимо с уровнем значимости $\alpha = 0,05$.

Пример 8. Вычисление коэффициентов Спирмена и Кендалла для установления тесноты связи между качественным и количественным признаками. В столбце «Образование» табл. 10.13 соответствующие показатели упорядочены в порядке старшинства, указанном выше при обсуждении ранжируемых признаков.

Таблица 10.13

Корреляция между уровнем образования и доходом

№ наблюдения	Исходные данные		Связанный ранг		Мощность связок		Для коэф. Спирмена	Для коэф. Кендалла
	образование, х	месячный доход, руб. у	$R_S X$	$R_S Y$	R_X	R_Y	$d^2 = (R_S X - R_S Y)^2$	количество Q^+ наблюдений, лежащих ниже текущего и имеющих ранг $R_S Y$, меньший, чем у текущего наблюдения
1	Ср. школа	12 000	2	1	3	1	1	0
2	Ср. школа	17 000	2	2	3	1	0	0
3	Ср. школа	18 000	2	3	3	1	1	0
4	Колледж	25 000	5	5	3	1	0	1
5	Колледж	27 000	5	6	3	1	1	1
6	Колледж	28 000	5	7	3	1	4	1
7	Вуз	22 000	7,5	4	2	1	12,25	0
8	Вуз	31 000	7,5	11	2	1	12,25	3
9	Аспирантура	29 000	10,5	6	4	1	6,25	0
10	Аспирантура	30 000	10,5	9,5	4	2	1	0
11	Аспирантура	30 000	10,5	9,5	4	2	1	0
12	Аспирантура	35 000	10,5	12	4	1	2,25	0
	ΣX	ΣY					Σd^2	Q
Всего	0	304 000				Всего	42	6

Значения x имеют четыре связи с мощностями соответственно $k(\text{Ср школа}) = k(\text{Колледж}) = 3$, $k(\text{Вуз}) = 2$, $k(\text{Аспирантура}) = 4$; показатель y имеет одну связь $k(30\ 000) = 2$. В соответствии с этим и формулами (10.47), (10.52) имеем:

$$A = (3^3 - 3) + (3^3 - 3) + (2^3 - 2) + (4^3 - 4) = 144;$$

$$B = (3^3 - 3) = 6;$$

$$U_x = (3(3^3 - 1) + 3(3^3 - 1) + 4(4^3 - 1) + 2(2^3 - 1)) = 26;$$

$$U_y = 2(2^3 - 1) = 2.$$

Из таблицы также следует, что $n = 12$, $\sum d^2 = 42$, $Q = 6$. В соответствии с этим в табл. 10.14 представлены значения коэффициентов Спирмена и Кендала, вычисленные по формулам (10.45), (10.49), а также фактические и критические значения, необходимые для проверки значимости при $\alpha = 0,05$.

Таблица 10 14

**Коэффициенты ρ и τ ,
фактические и критические значения
критериев их значимости**

Коэффициент	Спирмена	Кендала
Значение	0,848	0,661
$K_{\text{факт}}$	5,066	3,084
$K_{\text{крит}}$	2,634	1,960

Критические значения для коэффициента Спирмена и Кендала вычислены по таблице Приложения 7.

Из этой таблицы видно, что оба коэффициента значимы и указывают на наличие связи средней степени между уровнем образования и доходом, при этом, как обычно, коэффициент Кендала дает более осторожную оценку.

Определение силы связи между двумя признаками с помощью коэффициентов сопряженности Пирсона и Чупрова. Исходной информацией для их вычисления служит прямоугольная *таблица сопряженности*, которая имеет следующий вид (табл. 10.15).

Пример построения таблицы сопряженности

Значения признака X	Значения признака Y					Всего
	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	
x_1	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	m_1
x_2	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	f_{25}	m_2
x_3	f_{31}	f_{32}	f_{33}	f_{34}	f_{35}	m_3
Всего	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	nm

Верхняя строка таблицы содержит значения $y_j, j = 1..M$ одного признака Y, а первый столбец — значения $x_i, i = 1..N$ — второго признака X. Оба признака X и Y — обычно качественные. В клетках таблицы указываются частоты f_{ij} , с которыми сочетание значений признаков (x_i, y_j) наблюдалось в статистическом обследовании. В последних строках и столбцах содержатся суммы частот $m_i = \sum_j f_{ij}$ и $n_j = \sum_i f_{ij}$ соответственно по строкам и столбцам

Степень связи между качественными признаками X, Y может быть охарактеризована с помощью коэффициентов Пирсона или Чупрова, которые вычисляются по следующим формулам

$$\varphi^2 = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{f_{ij}^2}{m_i n_j} \right) - 1, \quad (10.55)$$

где N и M — количество различных значений соответственно у признаков X и Y.

$$K_{\text{Пирсона}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}; \quad (10.56)$$

$$K_{\text{Чупрова}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(N-1)(M-1)}}} \quad (10.57)$$

Пример 9. Анализ влияния размера предприятия на рентабельность его функционирования с помощью коэффициентов Пирсона и Чупрова. Исходной информацией для проведения указанного анализа служит следующая таблица сопряженности, сформированная по результатам статистического обследования различных предприятий.

Тип предприятия	Уровень рентабельности				Итого
	высокий	средний	низкий	предприятие убыточно	
Крупное	20	24	15	3	62
Среднее	24	32	18	7	81
Малое	41	45	38	20	144
Итого	85	101	71	30	267

В соответствии с данными таблицы и формулами (10.55) – (10.57) получим:

$$\varphi^2 = \frac{20^2}{85 \cdot 62} + \frac{24^2}{101 \cdot 62} + \frac{15^2}{71 \cdot 62} + \frac{3^2}{30 \cdot 62} + \frac{24^2}{85 \cdot 81} + \frac{32^2}{101 \cdot 81} +$$

$$+ \frac{18^2}{71 \cdot 81} + \frac{7^2}{30 \cdot 81} + \frac{41^2}{85 \cdot 144} + \frac{45^2}{101 \cdot 144} + \frac{38^2}{71 \cdot 144} + \frac{20^2}{30 \cdot 144} - 1 = 0,0196.$$

Отсюда:

$$K_{\text{Пирсона}} = \sqrt{\frac{0,0196}{1 + 0,0196}} = 0,139;$$

$$K_{\text{Чудрова}} = \sqrt{\frac{0,0196}{(3-1)(4-1)}} = 0,089.$$

Таким образом, оба коэффициента указывают на слабую связь между размером предприятия и его рентабельностью.

Анализ зависимости между двумя альтернативными признаками с помощью коэффициентов *конtingенции* и *ассоциации*. Исходной информацией для вычисления обоих коэффициентов служит сокращенная таблица сопряженности следующего вида

Значение признака X	Значение признака Y		Всего
	y_1	y_2	
x_1	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a + b</i>
x_2	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>c + d</i>
Всего	<i>a + c</i>	<i>b + d</i>	

Значения a, b, c, d — это частоты появления в выборке соответствующих пар значений $(x_i; y_i)$. По данным такой таблицы коэффициенты контингенции $K_{\text{конт}}$ и ассоциации $K_{\text{ас}}$ вычисляются следующим образом:

$$K_{\text{конт}} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}}; \quad (10.58)$$

$$K_{\text{ас}} = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

Значения обоих коэффициентов могут изменяться от -1 до $+1$. Связь считается существующей, если коэффициент ассоциации по модулю больше $0,5$, а коэффициент контингенции больше $0,3$.

Проиллюстрируем применение указанных коэффициентов для анализа зависимости между семейным положением и наличием отдельной квартиры. Сокращенная таблица сопряженности в этом случае может иметь следующий вид

Семейное положение	Наличие отдельной квартиры		Всего
	есть	нет	
Семейные	156	75	231
Одиноким	50	93	143
Всего	206	168	374

Подставляя данные таблицы в формулы (10.58), получим $K_{\text{конт}} = 0,540$, $K_{\text{ас}} = 0,589$, что подтверждает наличие связи средней силы между семейным положением и наличием отдельной квартиры

10.2. РЕАЛИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MICROSOFT EXCEL

10.2.1. Вычисление критических точек и Р-значений

Способ вычисления критических точек для различных статистических критериев и заданных параметров α , df , df_1 , df_2 приведен в табл. 10.16.

Таблица 10.16

Вычисление критических точек

Вид критической области	Вид распределения статистического критерия и формулы вычисления критической (критических) точек	Условие принятия гипотезы H_0
Стандартное нормальное распределение (N -распределение)		
Правосторонняя	$K_{кр.пр} = \text{НОРМ.СТ.ОБР}(\alpha)$	$K_{факт} < K_{кр.пр}$
Левосторонняя	$K_{кр.л} = \text{НОРМ.СТ.ОБР}(\alpha)$	$K_{факт} > K_{кр.л}$
Двусторонняя	$K_{кр.д} = \text{НОРМ.СТ.ОБР}(\alpha/2)$	$ K_{факт} > K_{кр.д}$
Распределение Стьюдента (t -распределение)		
Правосторонняя	$K_{кр.пр} = 1 - \text{СТЫОДЕНТ.ОБР}(\alpha; df)$	$K_{факт} < K_{кр.пр}$
Левосторонняя	$K_{кр.л} = \text{СТЫОДЕНТ.ОБР}(\alpha; df)$	$K_{факт} > K_{кр.л}$
Двусторонняя	$K_{кр.д} = \text{СТЫОДЕНТ.ОБР.2X}(\alpha; df)$	$ K_{факт} < K_{кр.д}$
Распределение Фишера (F -распределение)		
Правосторонняя	$K_{кр.пр} = F.\text{ОБР.ПХ}(\alpha; df1; df2)$	$K_{факт} < K_{кр.пр}$
Левосторонняя	$K_{кр.л} = F.\text{ОБР.}(\alpha; df1; df2)$	$K_{факт} > K_{кр.л}$
Двусторонняя	$K_{кр.л} = F.\text{ОБР.ПХ}(\alpha/2; df)$ $K_{кр.пр} = F.\text{ОБР}(\alpha/2; df)$	$K_{кр.л} < K_{факт} < K_{кр.пр}$
Распределение χ^2		
Правосторонняя	$K_{кр.пр} = \chi^2.\text{ОБР.ПХ}(\alpha; df)$	$K_{факт} < K_{кр.пр}$
Левосторонняя	$K_{кр.л} = \chi^2.\text{ОБР}(\alpha; df)$	$K_{факт} > K_{кр.л}$
Двусторонняя	$K_{кр.л} = \chi^2.\text{ОБР}(\alpha/2; df)$ $K_{кр.пр} = \chi^2.\text{ОБР.ПХ}(\alpha/2; df)$	$K_{кр.л} < K_{факт} < K_{кр.пр}$

В таблице в скобках после названий распределений указаны символы (N , t , F , χ^2), которые применяются для краткого указания вида используемого распределения.

Формулы вычисления P -значений ($P_{зн}$) показаны в табл. 10.17, в которой символом ξ обозначено случайное число, имеющее соответствующее распределение вероятностей.

Вычисление Р-значений

Вид критической области	Смысл Р-зн	Формулы вычисления Р-значения для соответствующей функции распределения вероятностей
Нормальное стандартное распределение		
Правосторонняя	$P\{\xi > K_{\text{факт}}\}$	=1-НОРМ.СТ.РАСП($K_{\text{факт}};1$)
Левосторонняя	$P\{\xi < K_{\text{факт}}\}$	=НОРМ.СТ.РАСП($K_{\text{факт}};1$)
Двусторонняя	$P\{ \xi > K_{\text{факт}} \}$	=2*НОРМ.СТ.РАСП(1-ABS($K_{\text{факт}}$),1)
Распределение Стюдента		
Правосторонняя	$P\{\xi > K_{\text{факт}}\}$	=СТЮДЕНТ.РАСП.ПХ($K_{\text{факт}};df$)
Левосторонняя	$P\{\xi < K_{\text{факт}}\}$	=СТЮДЕНТ.РАСП($K_{\text{факт}};df;1$)
Двусторонняя	$P\{ \xi > K_{\text{факт}} \}$	=СТЮДЕНТ.РАСП.2Х(ABS($K_{\text{факт}}$); df)
Распределение Фишера – Снедекора		
Правосторонняя	$P\{\xi > K_{\text{факт}}\}$	=F.РАСП.ПХ($K_{\text{факт}};df$)
Левосторонняя	$P\{\xi < K_{\text{факт}}\}$	=F.РАСП($K_{\text{факт}};df;1$)
Распределение Хи-квадрат		
Правосторонняя	$P\{\xi > K_{\text{факт}}\}$	=ХИ2.РАСП.ПХ($K_{\text{факт}};df$)
Левосторонняя	$P\{\xi < K_{\text{факт}}\}$	=ХИ2.РАСП($K_{\text{факт}};df;1$)

10.2.2. Вычисление различных характеристик переменных и коэффициентов корреляции

На рисунке 10.3 на примере данных табл. 10.5 показан способ вычисления средних значений переменных, их среднеквадратических отклонений, коэффициентов парной корреляции и коэффициента детерминации с помощью функций Excel. Представляется, что смысл переменных ясен из их обозначений и подписей к ним.

В	С	Д	Е	Г	Н	И
2	Р	Оборотная	Общая	а	0,05	Уровень значимости
3	е	масса	кредиторс			Средние значения
4	г	денежная	кая	уср	55,36	=СРЗНАЧ(у)
5	о	конца	задолжен	х1ср	0,96	=СРЗНАЧ(х1_)
6	н	оборотов	ность на	х2ср	106,83	=СРЗНАЧ(х2_)
7		млрд.д.е	конца			
8	у	х1_	года,			
9	1	36,70	млрд.д.е.			
10	2	39,40	х2_			
11	3	41,40	х1_			
12	4	44,00	х2_			
13	5	46,20	х1_			
14	6	51,70	х2_			
15	7	56,90	х1_			
16	8	59,70	х2_			
17	9	64,60	х1_			
18	10	68,30	х2_			
19	11	75,40	х1_			
20	12	76,00	х2_			
21	п	12	п			
22						
23						
24						

Рис. 10.3. Вычисление различных характеристик переменных и коэффициентов корреляции по данным табл. 10.5

Формулы Excel, по которым рассчитываются соответствующие значения, приведены справа от них и созданы с применением имен. Используемые при этом метки выделены полужирным шрифтом. В таблице присутствуют следующие имена: y [C8:C19], $x1$ [D8:D19], $x2$ [E8:E19], n [C20], m [D20], α [H2], g_{yx1} [H12], g_{yx2} [H13], g_{x1x2} [H14], R^2 [D22]. В квадратных скобках после имени указаны ячейки, которым эти имена соответствуют. Все вычисленные в таблице на рис. 10.3 значения совпадают со значениями, полученными ранее в разд. 10.1.3 по формулам (10.12)–(10.22), а также в графе «Парные коэффициенты корреляции» табл. 10.6. Вычисление частных коэффициентов корреляции на рис. 10.3 не показано, поскольку специальные функции, необходимые для их расчета, отсутствуют, а их значение определяется по (10.23) с помощью элементарных формул Excel.

Отметим, что ПАКЕТ АНАЛИЗА позволяет сразу построить корреляционную матрицу, содержащую коэффициенты парной корреляции между всевозможными парами заданных переменных. Такая матрица, созданная по данным диапазона C7:E19 рис 10.3, приведена на рис. 10.4 (диапазон K2:N5). Она получена по команде СЕРВИС/Анализ данных/Корреляция. На рисунке показан способ заполнения полей в окне этой команды.

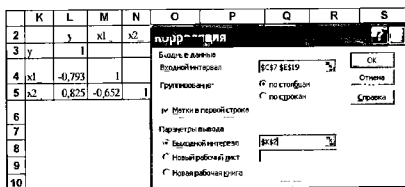


Рис. 10.4. Корреляционная матрица, построенная с помощью «Пакета анализа»

Из рисунка следует, что значения переменных должны располагаться в смежных строках или столбцах диапазона. В поле ВХОДНОЙ ИНТЕРВАЛ лучше всего выделять диапазон, содержащий как значения переменных, так и их названия (метки), как это показано на рис. 10.4.

При выделении меток необходимо пометить флажок **МЕТКИ**. В этом случае метки переменных будут выводиться сверху и слева от корреляционной матрицы, что облегчает ее анализ. На рисунке эти метки выведены в ячейках K3:K5 и L2:L2.

Необходимо иметь в виду, что *все выдачи Пакета Анализа — статистические*. Это означает, что при изменении исходных данных результат работы пакета *автоматически не изменяется* и для его обновления Пакет Анализа необходимо вызвать повторно. Этим Пакет Анализа отличается от формул и функций Excel, результаты вычисления по которым *динамические*, т.е. *автоматически изменяются* при изменении исходных данных.

10.2.3. Построение парного уравнения регрессии

На рисунке 10.5 на примере данных табл. 10.4 демонстрируется способ нахождения коэффициентов a_0 и a_1 линейного уравнения регрессии $\hat{y}_x = a_0 + a_1x$ и дается оценка значимости этого уравнения.

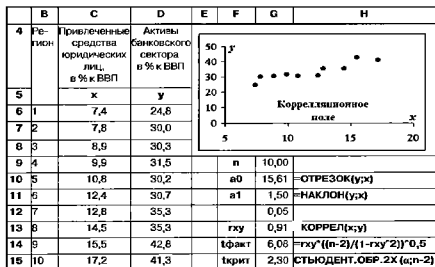


Рис. 10.5. Построение парного линейного уравнения регрессии

В таблице рис. 10.5 присутствуют следующие имена: x[C6:C10], y[C6:C10], n[G9], a[G12], гху[G13]. Для построения корреляционного ряда следует выделить диапазон C5:D15, затем командой **Вставка/Диаграмма** или щелчком на инструментальной кнопке **Добавить**

ДИАГРАММУ, вызвать МАСТЕРА ПОСТРОЕНИЯ ДИАГРАММ и в его окне выбрать диаграмму типа Точечная с одними маркерами. Затем дважды щелкнуть на построенной диаграмме, активизировать ее ось X и в окне форматирования оси, во вкладке ШКАЛА, в поле МИНИМАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ задать 5.

Как видно из рисунка, коэффициенты a_0 и a_1 вычисляются с помощью функций ОТРЕЗОК(y,x) и НАКЛОН(y,x) категории Статистические. Естественно, что полученные значения совпадают с результатами решения системы (10.26). Значимость парного уравнения определяется значимостью коэффициента корреляции r_{xy} . Способы его расчета и проверки на значимость показаны в ячейках G13:H15.

Вычисление коэффициентов парного линейного уравнения и проверка его значимости могут быть также выполнены с помощью рассмотренных в следующем разделе мощных средств построения множественного линейного уравнения регрессии.

10.2.4. Инструменты построения множественного линейного уравнения регрессии

Применение инструментов Excel для построения такого уравнения регрессии продемонстрируем на примере табл. 10.5, исходные данные которой представлены на рис. 10.3 в диапазоне B2:E19. Все приводимые ниже фрагменты таблиц Excel — продолжение таблицы рис. 10.3.

В Excel существует два способа построения множественного линейного уравнения регрессии:

- с помощью ПАКЕТА АНАЛИЗА по команде СЕРВИС/Анализ данных/РЕГРЕССИЯ (далее для краткости — просто РЕГРЕССИЯ),
- с помощью функции ЛИНЕЙН.

Решение задачи, полученное с помощью команды РЕГРЕССИЯ, статистическое, однако оно содержит больше данных для анализа уравнения регрессии, нежели функция ЛИНЕЙН.

На рисунке 10.6 в диапазоне G25:I29 представлены значения, возвращаемые функцией ЛИНЕЙН, а в J25:L29 — пояснения к этим значениям. Все остальные величины на рис. 10.6 получены по команде СЕРВИС/Анализ данных/РЕГРЕССИЯ. Поскольку результаты, выдавае-

мыс обоими инструментами, во многом пересекаются, размещение на одном рисунке позволит лучше их осмыслить и сопоставить.

	D	E	F	G	H	I	J	K	L
24	Регрессионная статистика			Результаты ЛИНЕЙН			Комментарий		
25	Множественный R	0,860		0,219	-144,426	170,887	Кэфф.ур. a2, a1, a0		
26	R-квадрат	0,733		0,082	65,258	68,856	Станд. ошиб.коэффиц.		
27	Нормированный R-квадрат	0,747		0,793	6,893	#N/D	R кв. Станд.ош.уровн.		
28	Стандартная ошибка	6,893		17,236	9,000	#N/D	Fфакт, t-тп, -1		
29	Наблюдения	12		1637,728	427,581	#N/D	SSR, SSE		
30									
31	Дисперсионный анализ								
32		df	SS	MS	F	Значи- мость F			
33	Регрессия	2,00	1637,728	818,864	17,236	0,000064			
34	Составок	9,00	427,581	47,509					
35	Итого	11,00	2065,309						
36									
37		Кэф- фициен- ты	Стандар- тная ошибка	t- статисти- ка	P-Значе- ние	Нижнее 95%	Верхнее 95%		
38	У-пересечение	170,89	68,856	2,483	0,035	15,223	326,750		
39	x1	-144,43	65,258	-2,213	0,064	-290,049	3,196		
40	x2	0,22	0,082	2,677	0,025	0,034	0,405		

Рис. 10.6. Построение и анализ множественного уравнения регрессии с помощью команды СЕРВИС/Анализ данных/Регрессия и функции ЛИНЕЙН

Использование функции ЛИНЕЙН. Эта функция из категории СТАТИСТИЧЕСКИЕ является *функцией формулы массива*, т.е. для ее применения необходимо выполнить следующий ряд последовательных действий.

1. В самом общем случае следует выделить диапазон ячеек, состоящий из пяти строк и $(m + 1)$ столбцов, где m — количество факторных переменных. В соответствии с этим на рис. 10.6 был выделен диапазон G25:J29 из пяти ячеек и трех столбцов.

2. Вызвать функцию ЛИНЕЙН и задать ее необходимые параметры. Так, для нашего случая были заданы параметры, показанные на рис. 10.7.

ЛИНЕЙН

Известные_значения_y	G9:G24	$\bar{y}_0 = 544,546,25 \ 46,79\%$
Известные_значения_x	D9:E20	$\bar{x}_0 = 38,8; 53,50-0,97; 79,$
Конст	1	$\bar{x}_0 = \text{ИСТИНА}$
Статистика	1	$\bar{x}_0 = \text{ИСТИНА}$

Рис. 10.7. Параметры заданные для функции ЛИНЕЙН

Заметим, что зависимая переменная может находиться отдельно от факторных, а факторные должны *обязательно* располагаться в смежных столбцах.

Если в поле Конст задать ноль, то будет построено уравнение регрессии с $a_0 = 0$. Если поле Статистика оставить пустым, то будут вычислены только коэффициенты уравнения регрессии (лишь значения диапазона G25:I25). В этом случае для работы ЛИНЕЙН достаточно выделить диапазон из одной строки и $(m + 1)$ столбца.

3. Ввод параметров ЛИНЕЙН необходимо закончить любым из следующих способов

- одновременно нажать клавиши Ctrl + Shift + Enter;
- держа нажатыми клавиши Ctrl + Shift, щелкнуть мышью по кнопке ОК в окне МАСТЕРА ФУНКЦИЙ или по зеленой галочке в строке формул.

Независимо от значения, заданного в поле Статистика, в первой строке выделенного диапазона в *обратном порядке* представляются коэффициенты уравнения, т.е. коэффициент a_0 окажется крайним справа, ему будет предшествовать a_1 и т.д. Так, на рис. 10.7 коэффициент a_0 выдан в ячейке I15, a_1 — в H25, a_2 — в G25. Смысл остальных значений диапазона G26:I29 кратко поясняется в строках диапазона J25:L29, а их подробное описание будет приведено при рассмотрении выдачи команды РЕГРЕССИЯ.

Использование команды СЕРВИС/АНАЛИЗ ДАННЫХ/РЕГРЕССИЯ.
Диалоговое окно этой команды с уже установленными параметрами задачи показано на рис. 10.8.

Регрессия

Базисные данные

Выходной интервал Y: \$C\$3:\$C\$20

Входной интервал X: \$D\$8:\$E\$20

☐ Метки

☐ Уровень надежности: 95 %

☐ Константа - ноль

Параметры вывода

Выходной интервал: \$O\$23

☒ Новый рабочий лист

Новая рабочая книга

от листа

☐ Остатки

☐ Стандартные значения остатков

☒ График остатков

☐ График нормализованной

☐ График нормализованной вероятности

OK

Отмена

Справка

Рис. 10.8. Диалоговое окно команды РЕГРЕССИЯ

Напомним, что адреса исходных данных на приведенном рисунке соответствуют их расположению в таблице на рис. 10.3. В полях диалогового окна задается следующая информация.

Имя поля	Смысл задаваемого значения
Выходной интервал Y	Диапазон ячеек, содержащий значения y. В идеале этот диапазон помимо значений y должен также включать метку y (ячейку C7 в таблице на рис. 10.3)
Входной интервал X	Диапазон, содержащий метки и значения всех факторных переменных
Флажок Метки	Если диапазоны, указанные в двух предыдущих полях, содержат метки переменных, то этот флажок должен быть помечен
Флажок Константа - ноль	Если пометить флажок, то будет построено уравнение с нулевым свободным членом, т.е. $\sigma_{\hat{a}_0} = 0$
Поле Уровень надежности	Задается значение, равное $(1 - \alpha)$, где α — уровень значимости. Таким образом, заданный на рисунке уровень надежности 0,95 означает, что $\alpha = 0,05$
Выходной интервал	Адрес ячейки, начиная с которой будет размещаться информация, выдаваемая командой РЕГРЕССИЯ
Новый рабочий лист, Новая рабочая книга	Информация, выдаваемая командой РЕГРЕССИЯ, будет размещаться начиная с ячейки A1 соответственно на новом созданном листе или книге

Смысл остальных полей этого диалогового окна будет пояснен ниже, в этом же разделе. Перейдем к рассмотрению результатов работы команды РЕГРЕССИЯ, приведенных на рис. 10.6.

Группа значений «Регрессионная статистика» В ячейках E25:E27 выдаются значения множественного коэффициента корреляции $R_{(y_1, x_2)} = 0,891$, коэффициента детерминации $R^2 = 0,793$ и нормированного коэффициента детерминации $R_n^2 = 0,747$, исчисленные соответственно по формулам (10.12), (10.16), (10.17), (10.8) и имеющие те же значения, что и ранее рассчитанные по этим формулам в разд. 10.1.3. Функция ЛИНЕЙН позволяет определить R^2 , значение которого отображается в первом столбце третьей строки результатов (ячейка G27 на рис. 10.6)

В ячейке E28 вычисляется так называемая *стандартная ошибка уравнения регрессии*, ее величина в статистической литературе обозначается S_y и используется при прогнозировании. Однако мы не станем описывать способы применения данной величины, отметим только, что она также рассчитывается функцией ЛИНЕЙН справа от R^2 в ячейке H27.

В ячейке E29 приводится значение $n = 12$, а в ячейке H28 функцией ЛИНЕЙН вычисляется $n - m - 1 = 9$.

Группа значений «Дисперсионный анализ» (строки 32—35). Из показателей этой группы отметим следующие.

В графе *df* сверху вниз указаны значения $m - 2$, $n - m - 1 = 9$, $n - 1 = 11$.

В графе *SS* выводятся соответственно значения *SSR*, *SSE* и *SST* (см. формулу (10.36) и предшествующее ей описание *SSR*, *SSE* и *SST*). *SSR* и *SSE* отражаются в G29:H29.

В ячейках H33 и G28 приведено значение $F_{\text{факт}} = 17,236$, рассчитанное по формуле (10.39) и необходимое для оценки значимости коэффициента детерминации R^2 (как, впрочем, и всего построенного уравнения). В ячейке I34 выдается *P*-значение для $F_{\text{факт}}$. Если значимость F меньше α (как в нашем случае), то коэффициент R^2 и все уравнение в целом значимы.

Из значений, отражаемых в строках 38,40, рассмотрим следующие.

В E38:E40 приводятся коэффициенты уравнения регрессии в последовательности a_0 , a_1 , a_2 . Если величина коэффициента в графе

R-значения больше, чем α , то этот коэффициент незначим. Это говорит о том, что соответствующая факторная переменная никак не влияет на значение y . В таком случае переменную с наибольшим *R*-значением следует исключить из рассмотрения и заново выполнить команду Регрессия без нее. Для этого, возможно, придется несколько реорганизовать расположение исходных данных на листе так, чтобы оставшиеся факторные переменные располагались в смежных столбцах. Описанный процесс исключения незначимых переменных необходимо повторять до тех пор, пока уравнение регрессии не будет состоять из одних значимых переменных. В нашем примере *R*-значения для x_1 больше $\alpha = 0,05$, и поэтому коэффициент a_1 незначим, т.е. следует считать, что $a_1 = 0$. Все вышесказанное относится и к коэффициенту a_0 . Если он оказывается незначимым, то следует повторить расчеты, пометив флажок Константа—нуль в диалоговом окне на рис. 10.8.

Выводы. В соответствии со сказанным оценка результатов, выдаваемых командой Регрессия, должна производиться в следующей последовательности.

1. Проверить значимость F . Если это значение больше α , то необходимо или увеличить количество наблюдений, или увеличить α , если последнее возможно.

2. По величине *R*-значения проверить значимость каждого коэффициента (переменной). Последовательно исключать переменную с наибольшим *R*-значением, превышающим α , и повторять расчеты до тех пор, пока все коэффициенты (переменные) не станут значимыми.

3. По значению R^2 оценить, насколько хорошо уравнение регрессии описывает зависимость результативной переменной y от факторных. Если $R^2 > 0,7$, то уравнение регрессии можно использовать в дальнейших расчетах, например для прогнозирования значения y для заданных значений факторных переменных.

4. *Дополнительные возможности команды «Регрессия»* Если в диалоговом окне рис. 10.8 пометить флажок ОСТАТКИ, то помимо уже рассмотренных на рис. 10.6 величин для всех наблюдавшихся пар факторов (x_1, x_2) будут выданы теоретические значения $\hat{y}(x_1, x_2)$, рассчитанные с помощью найденного уравнения регрессии, а также разности $y(x_1, x_2) - \hat{y}(x_1, x_2)$ между эмпирическими и теоретическими значениями y .

5. При пометке флажка ГРАФИК ОСТАТКОВ будут выданы графики, которые для рассматриваемого примера имеют следующий вид (рис. 10.9).

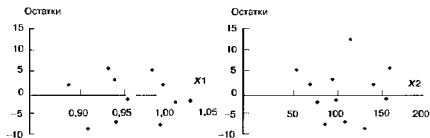


Рис. 10.9. Графики остатков

На этих диаграммах по оси X отложены значения соответствующей факторной переменной, а по оси Y — остатки $y - \hat{y}_x$. Точки на указанных диаграммах должны хаотически располагаться вокруг оси X , незначительно отклоняясь от нее. При нарушении данного условия уравнению регрессии доверять нельзя, несмотря ни на высокое значение R^2 , ни на его значимость. Для нашего примера можно считать, что это требование выполнено.

Если в окне команды РЕГРЕССИЯ поместить флажок ГРАФИК ПОДБОРА, то для каждой факторной переменной будет выдана диаграмма, типа приведенной на рис. 10.10.

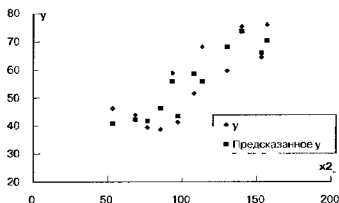


Рис. 10.10. График подбора для фактора x_2

По оси X на диаграмме откладываются значения фактора, а по оси Y — эмпирические и теоретические (предсказанные) значения y и $\hat{y}$. Диаграмма позволяет визуально оценить, насколько совпадают эмпирические и теоретические значения. Необходимо отметить, что вид диаграммы, создаваемой командой РЕГРЕССИИ, не очень удобен для обозрения. Однако построенные диаграммы можно отформатировать стандартными средствами Excel и привести их к желаемому виду, что и было сделано с диаграммой на рис. 10.10.

10.2.5. Выбор вида нелинейного уравнения регрессии и его построение

Применение рассматриваемых в разделе методов продемонстрируем на решении примера 6 средствами Excel. С этой целью разместим исходные и расчетные значения табл. 10.9 на рабочем листе программы (рис. 10.11) и создадим следующие имена: x [C5:C10], y [D5:D10], yx [G5:G10], $уср$ [D11], где $уср$ обозначает среднее значение $\bar{y}$, $\bar{a}_0$ [E14], a_1 [E15], a_0 [H5]. На рисунке также приводятся формулы Excel, по которым вычислены соответствующие значения.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
2	Исходные данные			Расчетные значения				
3	Группы семей со среднедушевым совокупным доходом в месяц, тыс. ден.ед.	Расходы на питание, тыс. ден.ед. на человека	$\ln(x)$	$\ln(y)$	Теоретические значения y_x	Вычисление коэффициента a_0 и теоретического коэффициента детерминации η^2		
4	х	у	у	u	u	y_x	a_0	
5	10-12	11	1,5	2,40	0,41	1,24	0,0001 =EXP ($\bar{a}_0$)	
6	12-14	13	2,0	2,56	0,69	2,38	$\Sigma(y_x - y)^2$	
7	14-16	15	3,8	2,71	1,34	4,14	=СУММПРОИЗВ ($y_x - y$)/2	
8	16-18	17	6,2	2,83	1,82	6,73	$\Sigma(y - y_x)^2$	
9	18-20	19	11,2	2,94	2,42	10,37	173,91 =КВАДРОТК(y_x)	
10	20-22	21	16,5	3,04	2,80	15,29	η^2	
11	Уср	6,87					0,98 =1- η^2	
12	Фрагменты выдачи команды Регрессия							
13	Значимость F	Р-значения коэф						
14	0,000156287	$\bar{a}_0$	-9,089	0,000298				
15	R-квадрат	0,9797	a1	3,8811	0,000156			

Рис. 10.11. Построение нелинейного уравнения регрессии

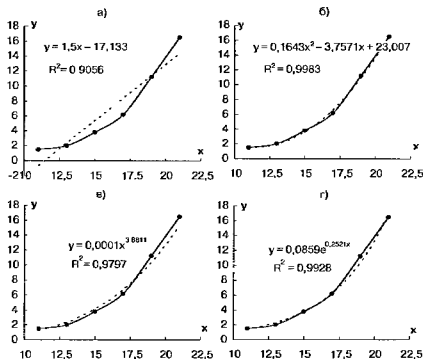


Рис. 10.12. Уравнения регрессии различного вида
а) линейное; б) полиномиальное; в) степенное; г) экспоненциальное

Корреляционное поле этих данных, приведенное на рис. 10.2, свидетельствует о том, что зависимость $y(x)$ нелинейная. Точное определение вида зависимости – сложная математическая задача. Однако в случае единственной факторной переменной в Excel можно легко построить графики уравнений регрессии различного вида и выбрать из них подходящий. Такие графики, построенные по данным рис. 10.11, приведены на рис. 10.12.

Сплошная линия на рисунке указывает на эмпирическую зависимость $y(x)$, а пунктирная — на теоретическую $y(x)$, т.е. график уравнения регрессии соответствующего вида. Для построения приведенных диаграмм необходимо выполнить следующий ряд действий.

1. В таблице на рис. 10.11. выделить диапазон ячеек C4:D10, содержащий и метки и переменные x , y .

2. Выполнить команду ВСТАВКА/Точечная и в выпадающем меню выбрать диаграмму с маркерами и сглаженной линией ряда.

3. Закончить построение диаграммы, на которой пока будет присутствовать только ряд y , изображающий эмпирическую зависимость $y(x)$.

4 Щелчком *правой* кнопки мыши на ряде *у* открыть контекстное меню, в котором выбрать команду **Добавить линию тренда**. После этого откроется окно, показанное на рисунке 10.13. В этом окне отметить селектор, соответствующий требуемой функции регрессии.

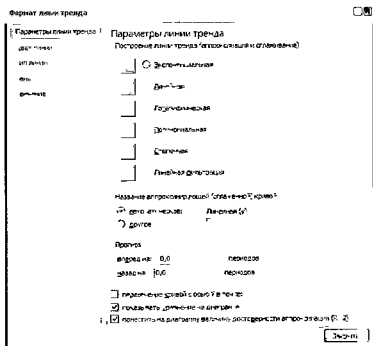


Рис. 10.13. Вкладка «Тип» команды построения тренда

5. Чтобы вывести на диаграмме коэффициенты уравнения регрессии и значение R^2 , необходимо в окне рис. 10.3 поместить галочкой два нижних квадратика (флага).

6. Щелчком на кнопке ЗАКРЫТЬ закончить построение тренда.

7. При необходимости щелкнуть *правой* кнопкой мыши на построенной линии тренда и в окне команды ФОРМАТ ЛИНИИ ТРЕНДА задать толщину и вид линии тренда (на рис. 10.12 была задана тонкая пунктирная линия). На этом построение тренда заканчивается.

Обратите внимание, что можно продолжить линию тренда вперед и (или) назад, задав в окне рис. 10.13 нужное количество прогнозных точек в группе полей Прогноз (см. рис. 10.14).

Прогноз

вперед на: 0,0 периодов

назад на: 0,0 периодов

пересечение с осью Y в точке: 1,0

Рис. 10.14. Группа полей Прогноз из рис. 10.13

Пометив в том же окне флажок ПЕРЕСЕЧЕНИЕ С ОСЬЮ Y В ТОЧКЕ и задав координату точки, можно управлять видом уравнения. В частности, таким способом можно обеспечить прохождение графика уравнения регрессии через начало координат.

При выборе вида нелинейной зависимости полезно иметь в виду следующее. Вид зависимости в значительной степени должен определяться качественными соображениями и содержанием задачи. Не стоит увлекаться применением полиномиальных уравнений регрессии высоких степеней. Дело в том, что чем выше степень полинома, тем выше у него будет R^2 . В частности, парабола второго порядка всегда будет лучше линейного уравнения регрессии, так как линейное уравнение — частный случай параболы с нулевым коэффициентом при x^2 . Поэтому эксперт должен определить, насколько введение дополнительных степеней x отражает существо задачи и будет оправданным.

Следует также иметь в виду, что выдаваемое на диаграмме значение R^2 лишь косвенно характеризует качество уравнения регрессии, поскольку этот показатель вычисляется *не для нелинейного уравнения*, а для его линеаризованной формы (способ линеаризации степенного уравнения регрессии рассмотрен в примере 6). Поэтому для правильной оценки качества соответствующего регрессионного уравнения необходимо по формуле (10.44) вычислить *теоретический коэффициент детерминации* η^2 . Автоматически η^2 в Excel не вычисляется, од-

нако его можно вычислить, а заодно установить значимость уравнения и его коэффициентов, с помощью команды РЕГРЕССИЯ, как это сделано на рис. 10.11. Поясним данные вычисления.

Как указывалось, с помощью команды РЕГРЕССИЯ может быть построено только линейное уравнение регрессии. Поэтому для использования этой команды нелинейное уравнение различными преобразованиями должно быть приведено к эквивалентному линейному уравнению (линеаризовано). Так, если нелинейное уравнение

$$y_x = a_0 x^{a_1} \quad (10.59)$$

прологарифмировать, например, по натуральному основанию, то получим:

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 \ln x. \quad (10.60)$$

Обозначив $u = \ln y$, $v = \ln x$, $b_0 = a_0$, получим следующее линейное уравнение вида

$$u = b_0 + a_1 v \quad (10.61)$$

Оценить значимость данного уравнения, а также найти его коэффициенты b_0 , a_1 можно с помощью команды РЕГРЕССИЯ. Для этого необходимо вычислить значения $u = \ln y$, $v = \ln x$ и команду РЕГРЕССИЯ применять уже к u и v . Вычисленные значения u и v и фрагменты задачи примененной к значениям u и v команды РЕГРЕССИЯ приведены на рис. 10.11. Поскольку значимость и F - и P -значения коэффициентов меньше $\alpha = 0.05$, то и уравнение 10.61 в целом и все его коэффициенты значимы с указанным уровнем значимости. Коэффициент $a_0 = e^{b_0}$, где e — основание натурального логарифма, а значение $a_0 = 0.00011$ вычислено в ячейке Н5 по формуле = EXP(b_0).

Для определения теоретического коэффициента детерминации η^2 в диапазоне $y \in [G5:G10]$ на рис. 10.11 по формуле 10.59 с найденными значениями коэффициентов $a_0 = 0.00011$, $a_1 = -9.089$ рассчитаны теоретические значения y_x . Сумма квадратов отклонений $\sum (y_x - y)^2 = 2.77$ и $\sum (y - \text{уср})^2 = 173.91$, необходимых для определения η^2 , вычислена соответственно в ячейках Н7 и Н9 по формулам, приведенным в Н7 и Н9. Окончательно, согласно (10.14), получаем следующее значение η^2 в ячейке Н11:

$$\eta^2 = 1 - \frac{\sum (y_x - y)^2}{\sum (y - \bar{y})^2} = 0.98. \quad (10.62)$$

Как можно видеть, значение η^2 практически равно R^2 и тоже подтверждает сильную связь между денежными доходами населения (x) и расходами на питание (y).

Заметим, что сумму $\sum (y_i - \bar{y})^2 = 2,77$ в ячейке Н7 можно определить, не вычисляя теоретические значения y_i в диапазоне G5:G10. Для этого в Н7 вместо формулы =СУММПРОИЗВ((yx - Y)^2) следует применить формулу =СУММПРОИЗВ((a0*x^a1 - Y)^2), возвращающую то же значение. Применение такой формулы сокращает размер таблицы и уменьшает количество вычислений.

Внимание! В качестве аргумента функции СУММПРОИЗВ может выступать массив, элементы которого формируются в результате различных арифметических вычислений, выполненных с использованием значений элементов одного или нескольких массивов непосредственно в процессе работы данной функции. Примером этого служат рассмотренная выше формула =СУММПРОИЗВ((a0*x^a1 - Y)^2) аргумент СУММПРОИЗВ здесь массив из шести элементов, полученный применением формулы (a0*x^a1 - Y)^2 к каждому значению x из диапазона C5:C10. Отметим также, что элементы такого массива создаются временно и нигде не сохраняются. Описанное свойство функции СУММПРОИЗВ позволяет значительно сократить объем вычислений, упростить вид таблиц и будет широко использоваться далее.

10.2.6. Вычисление коэффициента Фехнера

Вернемся к вычислениям примера 3 и продемонстрируем порядок расчета коэффициента Фехнера. Для этого исходные данные, взятые из табл. 10.7, разместим в диапазоне C5:D14 указанным на рис. 10.15 способом и создадим имена X[C5:C14] и Y[D5:D14], Xcp[F5], Ycp[F6], u[F8], v[F9].

Значения u и v , необходимые для определения коэффициента Фехнера i по формуле (10.24), вычислены соответственно в ячейках F8 и F9 с помощью *формул массива*, показанных в ячейках G8 и G9. На применение формул массива указывают фигурные скобки, окаймляющие формулы в ячейках G8 и G9. Напомним, что формула массива служит для выполнения операций с массивами значений; она создается, если ввод формулы заканчивается одновременным нажатием клавиш Ctrl + Shift + Enter или щелчком мышью на кнопке ОК при нажатых клавишах Ctrl + Shift.

	B	C	D	E	F	G
2		Исходные данные				
3	Регион	Привлеченные средства юридиче-ских лиц, в % к ВВП	Активы банков-ского сек-тора в % к ВВП			Расчетные значения и формулы Excel
		X	Y			
5	1	7,4	24,8	Xср	11,7	=СРЗНАЧ(Y)
6	2	7,8	30,0	Yср	33,2	=СРЗНАЧ(X)
7	3	8,9	30,3			
8	4	9,9	31,5	u	9,0	{=СУММ(ЕСЛИ((X-Xср)*(Y-Yср)>0,1,0))}
9	5	10,8	30,2	v	1,0	{=СУММ(ЕСЛИ((X-Xср)*(Y-Yср)<0,1,0))}
10	6	12,4	30,7			
11	7	12,8	35,3	i	0,8	=(U-V)/(U+V)
12	8	14,5	35,3			
13	9	15,5	42,8			
14	10	17,2	41,3			

Рис. 10.15. Вычисление коэффициента Фехнера

Поясним смысл формул, вычисляющих u и v . Очевидно, что X и Y одновременно отклоняются от своих средних значений $X_{ср}$, $Y_{ср}$ в одну сторону, если выполняется условие

$$(X - X_{ср}) \cdot (Y - Y_{ср}) > 0. \quad (10.63)$$

Функция ЕСЛИ, введенная как формула массива, проверяет выполнение этого условия для каждой пары значений из диапазона C5:D14. Парам $(x; y)$, для которых выполняется условие (10.63), функция ЕСЛИ возвращает единицу, а в противном случае ноль. Внешняя к ЕСЛИ функция СУММ суммирует сформированные единицы, вычисляя таким образом значение u . Величина v рассчитывается аналогичным образом, но для нее единицы формируются в случае, когда $(X - X_{ср}) \cdot (Y - Y_{ср}) < 0$. После этого коэффициент i вычисляется по формуле (10.24) в ячейке F11.

10.2.7. Вычисление коэффициентов Спирмена и Кендалла

Продемонстрируем вычисление указанных коэффициентов, используя данные табл. 10.13 (пример 8). Исходные данные таблицы располагаются на рис. 10.16 в диапазоне C5:D16. Данным столбцов C:K, размещенным в строках 5:16, присвоены имена, отраженные в строке 4. Так, в таблице назначены имена X[C5:C16], Y[D5:D16]

и т.д. Кроме того, каждой ячейке диапазона B18:K18 присвоено имя, расположенное над ней в строке 7. В ячейки строки 5 были введены формулы, показанные на рисунке в выносках, затем эти формулы были скопированы вниз вплоть до стр. 16

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2	Исходные данные			Простые ранги		Связанные ранги		Мощности связей		Количество наблюдений ниже текущего с меньшим значением R_sY , чем текущий R_sY
3	Номер наблюдения	Образование	Месячный доход, руб.	R_X	R_Y	R_{sX}	R_{sY}	k_x	k_y	
4	Null	X	Y	R_X	R_Y	R_{sX}	R_{sY}	k_x	k_y	
5		$=(2 \cdot R_X + \text{СЧЁТЕСЛИ}(R_X; R_X) - 1) / 2$				$=\text{ИЛЧТОТА}(\text{SH6:H516; H5-0.1})$				
		$=\text{ЕСЛИ}(C5=C4; E4; B5)$				$=\text{СЧЁТЕСЛИ}(R_{sX}; R_{sX})$				
	1	Ср. школа	12000	1	1	2	1	3	1	0
6		$=\text{РАНГ.PB}(Y; Y; 1)$				$=\text{СЧЁТЕСЛИ}(R_{sY}; R_{sY})$				
		$=\text{РАНГ.CP}(Y; Y; 1)$								
	2	Ср. школа	17000	1	2	2	2	3	1	0
7	3	Ср. школа	18000	1	3	2	3	3	1	0
8	4	Колледж	25000	4	5	5	5	3	1	1
9	5	Колледж	27000	4	6	5	6	3	1	1
10	6	Колледж	28000	4	7	5	7	3	1	1
11	7	Вуз	22000	7	4	7,5	4	2	1	0
12	8	Вуз	31000	7	11	7,5	11	2	1	3
13	9	Аспиранту	29000	9	8	10,5	8	4	1	0
14	10	Аспиранту	30000	9	9	10,5	9,5	4	2	0
15	11	Аспиранту	30000	9	9	10,5	9,5	4	2	0
16	12	Аспиранту	35000	9	12	10,5	12	4	1	0
17	Σd^2	A	B	U_x	U_y	n	m	α		Q
18	42	114	6	26	2	12	1	0,05		6

Рис. 10.16. Вычисление коэффициентов Спирмена и Кендала

Поясним кратко некоторые из приведенных на рисунке вычислений. Прежде всего напомним, что при расчете коэффициента Кендалла значения (X_i ; Y_i) должны быть упорядочены по возрастанию X . Для того чтобы данные можно было упорядочить по *качественному ранжируемому признаку*, необходимо указать в Excel порядок старшинства его значений. Для этого следует выполнить команду **Файл/Параметры/Дополнительно**, прокрутить открывшееся окно до конца вниз и щелкнуть на кнопке **Изменить списки**, расположенной справа от текста **Создать списки для сортировки и заполнения**.

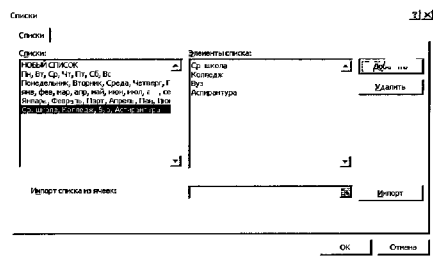


Рис. 10.17. Окно создания пользовательских списков

В поле **Элементы списка** задаются в порядке старшинства значения ранжируемого признака, в том виде, как это показано на рисунке. После щелчка на кнопке **Добавить** созданный список появляется в поле **Списки**, и его можно будет использовать до тех пор, пока его не удалит сам пользователь. Если элементы списка уже содержатся в возрастающем порядке в некоторых ячейках, то адрес этих ячеек можно указать в поле **Импорт списка из ячеек**, и после щелчка на кнопке **Импорт** список будет создан.

Для сортировки данных на основании созданного списка необходимо выполнить следующий ряд операций.

1. Выделить сортируемый диапазон данных вместе с метками. В нашем случае это диапазон C4:D16.

2. Выполнить команду ГЛАВНАЯ/СОРТИРОВКА и ФИЛЬТР/НАСТРАИВАЕМАЯ СОРТИРОВКА. Если появится окно, предлагающее распространить сортировку на другие столбцы, то не согласиться и щелкнуть на кнопку СОРТИРОВКА. В итоге появится окно, приведенное на рис. 10.18.

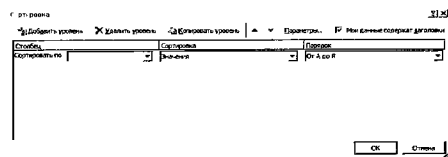


Рис. 10.18 Первоначальный вид окна управления сортировкой

В этом окне необходимо:

- 1) поместить флажок Мои данные содержат заголовки, если он окажется непомеченным;
- 2) раскрыть список в поле Сортировать по и в нем задать X;
- 3) раскрыть список в поле Порядок и в нем выбрать НАСТРАИВАЕМЫЙ список;
- 4) в появившемся окне, показанном на рис. 10.17, в поле Списки выбрать нужный список (в нашем случае последняя строка в поле) и щелкнуть ОК. Произойдет возврат в окно рис. 10.18;
- 5) в нем щелкнуть ДОБАВИТЬ УРОВЕНЬ, после чего появится еще одна строка, аналогичная первой. В ее первом поле указать Y, а в последнем — По возрастанию.

После этих операций окно рис. 10.18 должно преобразоваться к виду рис. 10.19.

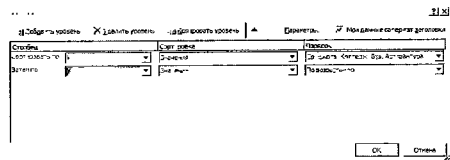


Рис. 10.19. Конечный вид окна управления сортировкой

После щелчка на ОК или по ENTER будет выполнена требуемое упорядочивание исходных данных, и соответственно изменятся значения в остальных столбцах таблицы, если в них были уже введены введенные на рис. 10.16 команды.

И только после указанной сортировки формулы рис. 10.16 будут правильно работать. Формулы вычисления значений в строке 8 приведены в табл. 10.18; в последнем столбце таблицы показан номер математической формулы в пособии, по которой вычислено соответствующее значение.

Таблица 10.18

Формулы вычисления значений в стр. 8 рис. 10.16

Обозначение, величина, расчетная формула Excel	Номер математической формулы
Σd^2 42 =СУММКВРАЗН(RSX;RSY)	10.46
A 114 =СУММПРОИЗВ(kx^2-1)	10.47
B 6 =СУММПРОИЗВ(ky^2-1)	10.47
U _k 26 =СУММПРОИЗВ(kx-1)	10.51
U _y 2 =СУММПРОИЗВ(ky-1)	10.51
Q 6 =СУММ(qM)	10.50

На рисунке 10.20 приведены формулы собственно вычисления коэффициентов Спирмена (ρ) и Кендалла (τ), фактических и критических значений критерия, проверяющего значимость коэффициентов.

	В	С	Д	Е	Г	Н	И	Ж	К	Л
21	Для коэффициента Спирмена, ρ									Номер формулы
22	ρ	0,848	$= (n^3 - n - 6 \cdot \sigma d^2 - 0,5 \cdot (A+B)) / ((n^3 - n - A) \cdot (n^3 - n - B))^{0,5}$							10.45
23	$\rho_{\text{факт}}$	5,066	$= \rho \cdot ((n-2) / (1 - \rho^2))^{0,5}$							10.9
24	$\rho_{\text{крит}}$	2,634	$= \text{СТЫОДРАСПОБР}(\alpha/2, n-2)$							
25	Для коэффициента Кондала τ									
26	τ	0,681	$= (n^3(n-1) - 4 \cdot \sum Q - U_x - U_y) / ((n^3(n-1) - U_x) \cdot (n^3(n-1) - U_y))^{0,5}$							10.49
27	$\tau_{\text{факт}}$	3,084	$= \tau(2 \cdot (n+5) / 9n(n-1))^{0,5}$							10.53
28	$\tau_{\text{крит}}$	1,960	$= \text{НОРМСТОБР}(\alpha/2)$							

Рис. 10.20. Формулы вычисления коэффициентов ρ и τ и проверки их значимости

Все показанные на рисунке значения совпадают с данными табл. 10.14, полученными при расчете показателей примера 8

10.2.8. Вычисление коэффициентов Пирсона и Чупрова

Обратимся к примеру 9 и продемонстрируем порядок вычисления указанных коэффициентов, для чего представим данные следующим образом (рис. 10.21).

	В	С	Д	Е	Г	Итого
2	Тип предприятия	Уровень рентабельности				
3		Высокий	Средний	Низкий	Предприятие убыточно	
4		F_{ij}				M_i
5		20	24	15	3	62
6	Среднее	24	32	18		81
7	Малое	41	45	38	20	144
8	N_{ij}					
9	Итого	85	101	71	30	
10	N	4	$= \text{СЧЕТ}(N_{ij})$			
11	M	3	$= \text{СЧЕТ}(M_i)$			
12	φ	0,0186	$= \text{СУММПРОИЗВ}(F_{ij}^2 / N_{ij} M_i) - 1$			
13	KПирсона	0,139	$= (\varphi / (1 + \varphi))^{0,5}$			
14	KЧупрова	0,089	$= (\varphi / ((N-1) \cdot (M-1)))^{0,5}$			

Рис. 10.21. Вычисление коэффициентов Пирсона и Чупрова

Собственно исходные данные содержатся в диапазоне F4J[C5:F7]. В диапазонах Nj[C9:F9] и Mi[G5:G7] вычислены суммы значений F_{ij} соответственно по столбцам и строкам. В строках 12—14 рассчитаны все необходимые значения, показаны соответствующие формулы Excel и номера математических формул в пособии, определяющих значение каждого показателя.

10.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение функциональной, стохастической и корреляционной связи.
2. Дайте определение факторного и результативного признаков.
3. Что означает прямая и обратная связь между признаками?
4. Какие задачи решаются с помощью корреляционно-регрессионного анализа?
5. В чем сущность метода наименьших квадратов?
6. В каких пределах изменяется парный (линейный) коэффициент корреляции? Что он показывает?
7. В каких пределах изменяется частный коэффициент регрессии? Что он показывает?
8. Какой экономический смысл несут свободный член уравнения регрессии и коэффициенты линейного регрессионного уравнения?
9. Что показывает коэффициент эластичности?
10. Какие коэффициенты используются для изучения связи качественных признаков?
11. Исследуйте графически с помощью поля корреляции связь фондовооруженности и производительности труда.

Показатель	Номер предприятия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность труда работающих, руб.	7 560	8 100	6 110	7 900	6 610	7 830	8 400	7 820	8 560	7 010
Фондовооруженность, руб.	3 930	4 200	2 800	4 100	3 500	4 010	4 600	4 030	4 730	3 110

12. В результате выборочного обследования 25 служащих компании получены следующие данные о размере заработной платы и стаже работы.

№ п/п	Общий стаж работы, лет	Зарплата, тыс. руб.	№ п/п	Общий стаж работы, лет	Зарплата, тыс. руб.
1	20	45	13	3	29
2	21	44	14	10	42
3	2	26	15	25	44
4	18	45	16	7	35
5	1	19	17	21	43
6	3	30	18	12	48
7	1	20	19	4	33
8	2	28	20	3	34

№ п/п	Общий стаж работы, лет	Зарботная плата, тыс. руб.	№ п/п	Общий стаж работы, лет	Зарботная плата, тыс. руб.
9	18	45	21	17	43
10	22	43	22	11	45
11	14	40	23	4	29
12	6	30	24	7	37
			25	8	39

Постройте поле корреляции средствами Excel. Определите визуально, с помощью какой функции (линейной, параболической, гиперболической или иной) можно описать зависимость изучаемых факторов?

Определите параметры выбранного уравнения регрессии. Проанализируйте полученные результаты.

13. При исследовании стоимости земельных участков в зависимости от их удаленности от Москвы получены следующие данные.

Показатель	Участок									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Удаленность от Москвы, км	145	140	132	125	120	110	90	90	60	30
Стоимость одной сотки, ден. ед.	400	600	800	900	1 000	1 000	1 200	1 350	1 450	1 500

Определите визуально, с помощью какой функции (линейной, параболической, гиперболической или иной) можно описать зависимость изучаемых факторов? Каковы параметры выбранного уравнения регрессии? Средствами Excel рассчитайте коэффициент корреляции, корреляционное отношение, коэффициент корреляции знаков, коэффициент корреляции рангов.

14. Данные по организациям региона следующие

Показатель	Номер организации									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Основные фонды, млн руб.	10	13	15	19	22	26	27	30	34	35
Прибыль, млн руб.	4	5	6	8	9	12	13	15	16	17

Найдите параметры уравнения регрессии, выражающего зависимость прибыли предприятий от объема основных фондов. Объясните экономический смысл параметра a_1 . Определите коэффициент корреляции. Постройте график, выражающий зависимость прибыли от объема основных фондов по эмпирическим и теоретическим данным.

15. По предприятиям, осуществляющим однородный вид деятельности, представлены следующие данные

Показатель	Номер предприятия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Материальные затраты, млн руб.	2 050	2 300	2 440	2 700	2 950	2 960	3 000	3 010	3 200	3 210
Прибыль, млн руб.	150	200	230	340	400	420	500	540	600	620

Определите параметры уравнения регрессии. Дайте экономическую интерпретацию параметра α_1 . Исчислите корреляционное отношение

16. При изучении зависимости среднего размера вклада в учреждениях банка от среднемесячной заработной платы получены следующие данные по населенным пунктам региона

Показатель	Населенный пункт								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Среднемесячная заработная плата, тыс. руб.	25	28	29	36	30	36	40	52	45
Средний размер вклада, тыс. руб.	90,9	108,0	110,2	136,1	129,3	142,4	154,0	171,0	160,0

Средствами Excel установите, с помощью какой функции (линейной, параболической, гиперболической) можно описать данную зависимость. Определите параметры выбранного уравнения регрессии, проанализируйте их.

17. При изучении зависимости расходов на товары длительного пользования и уровня среднедушевого дохода получены следующие данные.

Показатель	Номер группы по доходу									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Среднедушевой доход, тыс. руб.	14	15	16	16	17	18	20	22	23	25
Доля расходов на товары длительного пользования в совокупном доходе семьи, %	13,2	14,0	15,1	14,8	15,6	16,4	17,1	18,5	19,0	19,7

Определите параметры выбранного уравнения регрессии. Какой будет доля расходов на товары длительного пользования, если среднедушевой доход семьи составит 35 тыс. руб.?

18. При изучении зависимости текучести кадров от уровня оплаты труда получены следующие данные.

Показатель	Номер предприятия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Средняя заработная плата, тыс. руб.	44	38	40	42	36	30	24	24	28	25
Коэффициент текучести кадров, %	1,2 0	1,3 0	1,2 6	1,2 8	1,3 7	1,3 7	1,5 2	1,5 3	1,4 2	1,5 4

Определите:

- 1) линейный коэффициент корреляции;
- 2) коэффициент корреляции рангов Спирмена;
- 3) коэффициент корреляции знаков Фехнера;
- 4) корреляционное отношение.

19. В результате обследования организаций получены следующие данные.

Показатель	Коэффициент износа основных фондов, %						
	до 10	10—20	20—30	30—40	40—50	50—60	60 и более
Число предприятий	10	11	15	20	30	8	6
Производительность труда, тыс. шт. в год	8,5	10,0	7,9	7,0	6,5	6,0	5,8

Определите параметры уравнения линейной регрессии. Дайте экономическую интерпретацию параметров уравнения. Рассчитайте коэффициент корреляции. По уравнению регрессии исчислите теоретические значения результативного признака по каждой группе организаций.

20. Распределение предприятий по годовому уровню капитальных вложений (млн руб., x) и годовому объему продукции (млн руб., y) следующее.

$y \backslash x$	10	12	13	14	15	17	19	Итого
7	2	3	5	6	4	—	—	20
12	—	2	8	10	7	3	—	30
17	—	—	4	6	10	7	3	30
22	—	—	—	—	2	8	10	20
Итого	2	5	17	22	23	18	13	100

С помощью Excel найдите параметры уравнения регрессии, выражающего зависимость объема продукции предприятия от объема капитальных вложений. Вычислите линейный коэффициент корреляции. Изобразите графически эмпирическую и теоретическую зависимость объема продукции от объема капитальных вложений.

21. По десяти организациям известны следующие данные за год.

Показатель	Номер организации									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Производительность труда, шт	14	15	18	16	14	15	17	20	19	22
Энерговооруженность труда, кВт ·ч	11,6	12,3	12,4	12,6	12,8	13,2	13,7	14,0	14,3	14,7
Фондовооруженность, тыс. руб	800	820	810	850	830	880	870	910	950	930

Используя Excel, выполните следующее задание.

- 1) найдите параметры уравнения парной линейной корреляционной зависимости между производительностью труда и одним из факторов:
 - а) энерговооруженностью труда,
 - б) фондовооруженностью труда;
- 2) определите параметры множественного линейного уравнения регрессии;
- 3) вычислите:
 - а) парные коэффициенты корреляции между производительностью труда и одним из указанных выше факторов (энерговооруженностью, фондовооруженностью труда),
 - б) множественный коэффициент корреляции между производительностью труда и приведенными факторами,
 - в) частные коэффициенты корреляции между производительностью труда и каждым из двух факторов,
 - г) множественный коэффициент детерминации

Проанализируйте полученные результаты и сформулируйте выводы

22. При исследовании влияния фондоотдачи и уровня материальных затрат на прибыль организаций получены следующие данные

Показатель	Номер организации									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Прибыль от реализации, млн руб	15	20	24	27	29	40	45	60	73	80
Фондоотдача, руб	0,80	0,82	0,85	0,90	0,91	0,95	0,98	1,05	1,08	1,12
Материальные затраты, млн руб	200	215	230	340	400	510	540	590	598	505

Постройте уравнение множественной линейной регрессии. Рассчитайте множественный и частные коэффициенты корреляции, коэффициенты эластичности. Проанализируйте полученные результаты.

23. Линейные коэффициенты корреляции между результативным признаком y и факторами x_1, x_2 следующие: $r_{y1} = -0,78, r_{y2} = 0,81, r_{x1x2} = -0,60$.

Определите

- множественный коэффициент корреляции между y и двумя определяющими его факторами;
- частные коэффициенты корреляции между y и определяющими его факторами;
- множественный коэффициент детерминации.

Сделайте выводы!

11.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

11.1.1. Характеристики динамического ряда

Ряд динамики характеризует изменение значения статистического показателя во времени. В зависимости от качественных особенностей изучаемого показателя ряды динамики подразделяют на ряды абсолютных, относительных и средних величин. По признаку времени различают моментные и интервальные ряды динамики.

В *моментном* ряду динамики представлены значения статистического показателя по состоянию на определенные последовательные моменты времени (например, на начало каждого рассматриваемого года, квартала, месяца). *Интервальный* ряд динамики значения статистического показателя, относящиеся к последовательным периодам времени (к ряду лет, кварталов, месяцев).

Конкретное числовое значение статистического показателя, относящееся к моменту или периоду времени, называется *уровнем ряда динамики*. Уровни ряда динамики должны быть сопоставимы с точки зрения единиц измерения, объекта и единицы наблюдения, методологии расчета изучаемого показателя, территории, к которой относится показатель, продолжительности периодов, которые характеризуют уровни ряда.

Анализ ряда динамики начинается с расчета среднего уровня и показателей изменения его уровней.

Проанализируем следующий ряд динамики, отражающий объем платных услуг населению города за четыре года (табл. 11.1).

Таблица 11.1

Динамика объема платных услуг населению

Показатель	Год			
	2007	2008	2009	2010
Объем платных услуг, млн руб.	294,5	391,0	463,5	562,3

Средний уровень данного интервального ряда динамики вычисляется по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}, \quad (11.1)$$

где $y_1, y_2, \dots, y_n$ — уровни ряда,
 n — число уровней ряда.

В нашем примере этот показатель составит (млрд руб.):

$$\bar{y} = \frac{294,5 + 391,0 + 463,5 + 562,3}{4} = \frac{1711,3}{4} = 427,8.$$

В моментных рядах динамики средний уровень ряда рассчитывается иначе. Допустим, известны следующие данные о числе вкладчиков в отделениях банка на начало каждого квартала.

Дата	Численность, человек
01.01.2011	500 000
01.04.2011	500 100
01.07.2011	500 300
01.10.2011	500 600
01.01.2012	500 800

Приближенную оценку среднего числа вкладчиков в отделениях банка в 2011 г. можно получить, используя только данные на начало и конц года:

$$\bar{y} = \frac{500\,000 + 500\,800}{2} = 500\,400 \text{ (человек)}.$$

Более точную оценку этого показателя даст обращение ко всей представленной информации. Поскольку промежутки времени между соседними датами равны, необходимо воспользоваться формулой *средней хронологической простой*:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}. \quad (11.2)$$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 500\,000 + 500\,100 + 500\,300 + 500\,600 + \frac{1}{2} \cdot 500\,800}{4} = \\ &= 500\,350 \text{ (человек)} \end{aligned}$$

В моментных рядах динамики с неравными интервалами средний уровень исчисляется по формуле *средней хронологической взвешенной*:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_n + y_{n+1})t_{n-1}}{2 \sum t_i}, \quad (11.3)$$

где t_i — длина периода между двумя соседними датами, к которым относятся уровни y_i и y_{i+1} .

Основные показатели, характеризующие изменение уровней ряда динамики, — абсолютные приросты, темпы роста и прироста. При этом различают цепные, базисные и средние показатели. Если цепные и базисные показатели отражают изменение уровней между двумя сравнимыми периодами (моментами), то средние дают обобщающее представление о характере изменений за весь период при переходе от одного периода (момента) времени к другому (т.е. о том, как изменялось изучаемое явление в среднем ежегодно, ежеквартально или ежемесечно и т.д.). Проведем расчет цепных и базисных показателей в табл. 11.2 по данным об объеме платных услуг населению города за четыре года (табл. 11.1) на основе следующих формул:

1) цепные абсолютные приросты ($\Delta_{i,u}$):

$$\Delta_{i,u} = y_i - y_{i-1}; \quad (11.4)$$

2) базисные абсолютные приросты ($\Delta_{i,e}$):

$$\Delta_{i,e} = y_i - y_1 \quad (11.5)$$

(если первый уровень ряда принят в качестве базисного);

3) цепные темпы роста:

$$T_{i,u} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%, \quad (11.6)$$

4) базисные темпы роста:

$$T_{i,e} = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100\% \quad (11.7)$$

(если первый уровень ряда принят в качестве базисного);

5) цепные темпы прироста:

$$T_{пр, u} = T_{i,u} - 100\%, \quad (11.8)$$

6) базисные темпы прироста:

$$T_{\text{баз}} = T_{i6} - 100\%; \quad (11.9)$$

7) абсолютное значение одного процента прироста

$$|\%|_i = \frac{y_i - 1}{100}. \quad (11.10)$$

Таблица 11.2

Характеристика изменений уровня ряда динамики

Показатель	Год		
	2008	2009	2010
Цепные абсолютные приросты, млн руб.	391,0 - 294,5 = = 96,5	463,5 - 391,0 = = 72,5	562,3 - 463,5 = = 98,8
Базисные абсолютные приросты, млн руб.	391,0 - 294,5 = = 96,5	463,5 - 294,5 = = 169,0	562,3 - 294,5 = = 267,8
Цепные темпы роста	391,0 : 294,5 = = 1,328 или 132,8%	463,5 : 391,0 = = 1,185 или 118,5%	562,3 : 463,5 = = 1,213 или 121,3%
Базисные темпы роста	391,0 : 294,5 = = 1,328 или 132,8%	463,5 : 294,5 = = 1,574 или 157,4%	562,3 : 294,5 = = 1,909 или 190,9%
Цепные темпы прироста, %	132,8% - 100% = = 32,8%	118,5% - 100% = = 18,5%	121,3% - 100% = = 21,3%
Базисные темпы прироста, %	132,8% - 100% = = 32,8%	157,4% - 100% = = 57,4%	190,9% - 100% = = 90,9%
Абсолютное значение одного процента прироста, млн руб	294,5 : 100 = = 2,945	391,0 : 100 = = 3,910	463,5 : 100 = = 4,635

Рассчитаем средние показатели изменения уровней ряда динамики.

1. Средний абсолютный прирост ($\bar{\Delta}$) (млн руб.):

$$\text{а) } \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}, \quad (11.11)$$

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{562,3 - 294,5}{4 - 1} = 89,3;$$

$$\text{б) } \bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{i,n}}{m}, \quad (11.12)$$

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{i,n}}{m} = \frac{96,5 + 72,5 + 98,8}{3} = 89,3,$$

где m — число цепных абсолютных приростов ($m = n - 1$)

Таким образом, ежегодно объем платных услуг населению города в среднем увеличивался на 89,3 млн руб.

2. Средний темп роста ($\bar{T}$):

$$a) \quad \bar{T} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\%, \quad (11.13)$$

$$\bar{T} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\% = \sqrt[10]{\frac{562,3}{294,5}} \cdot 100\% = 124,1 (\%),$$

$$б) \quad \bar{T} = \sqrt[m]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_m} \cdot 100\%, \quad (11.14)$$

$$\bar{T} = \sqrt[10]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_m} \cdot 100\% = \sqrt[10]{1,328 \cdot 1,185 \cdot 1,213} \cdot 100\% = 124,1 (\%),$$

где m — число цепных темпов (или коэффициентов) роста ($m = n - 1$).

3. Средний темп прироста ($\bar{T}_{np}$):

$$\bar{T}_{np} = \bar{T} - 100\%, \quad (11.15)$$

$$\bar{T}_{np} = \bar{T} - 100\% = 124,1\% - 100\% = 24,1 (\%).$$

Согласно расчетам объем платных услуг населению города в среднем ежегодно увеличивался в 1,241 раза, или на 24,1%

11.1.2. Анализ закономерностей изменения уровней ряда

Одно из направлений анализа ряда динамики — изучение закономерности изменения его уровней во времени. Для описания ряда динамики применяют следующую модель:

$$\hat{y}_t = f(T_t, S_t, \epsilon_t), \quad (11.16)$$

где T_t — основная тенденция ряда (тренд),

S_t — циклические (в частности, сезонные) колебания;

ϵ_t — случайные колебания

В аддитивной модели ряд динамики представлен как сумма нерасчисленных компонент:

$$y_t = T_t + S_t + \epsilon_t, \quad (11.17)$$

а в мультипликативной модели — как их произведение:

$$y_t = T_t \cdot S_t \cdot \epsilon_t. \quad (11.18)$$

В дальнейшем будем исходить из предположения мультипликативной формы связи между компонентами ряда динамики. Последние могут определяться различными способами

Для выявления *основной тенденции развития* (T_t) изучаемого явления во времени применяются следующие методы преобразования динамических рядов

- механическое сглаживание по скользящим средним ($\bar{y}_t$);
- аналитическое выравнивание ($\bar{y}_t$).

Сглаживание уровней ряда методом скользящей средней.

Пусть известно распределение объема транспортных услуг населению города за рассматриваемый период по месяцам каждого года. Проведем *механическое сглаживание способом скользящей средней* по трем членам следующего ряда динамики, отражающего изменение объема транспортных услуг населению одного из городов региона по месяцам года (табл. 11.3).

Таблица 11.3

Механическое сглаживание ряда динамики (по трем членам)

Исходные данные		Расчетные данные	
месяц	объем транспортных услуг населению города, млн руб	скользящая сумма трех членов	скользящая средняя по трем членам (расчетные уровни ряда), $\bar{y}_t$
1	2	3	4
Январь	18,4	—	—
Февраль	15,2	$18,4 + 15,2 + 17,2 = 50,8$	$50,8 : 3 = 16,9$
Март	17,2	$15,2 + 17,2 + 14,9 = 47,3$	$47,3 : 3 = 15,8$
Апрель	14,9	$17,2 + 14,9 + 16,8 = 48,9$	$48,9 : 3 = 16,3$
Май	16,8	$14,9 + 16,8 + 18,5 = 50,2$	$50,2 : 3 = 16,7$
Июнь	18,5	$16,8 + 18,5 + 17,7 = 53,0$	$53,0 : 3 = 17,7$
Июль	17,7	$18,5 + 17,7 + 17,9 = 54,1$	$54,1 : 3 = 18,0$
Август	17,9	$17,7 + 17,9 + 16,9 = 52,5$	$52,5 : 3 = 17,5$
Сентябрь	16,9	$17,9 + 16,9 + 16,3 = 51,1$	$51,1 : 3 = 17,0$
Октябрь	16,3	$16,9 + 16,3 + 17,9 = 51,1$	$51,1 : 3 = 17,0$
Ноябрь	17,9	$16,3 + 17,9 + 19,1 = 53,3$	$53,3 : 3 = 17,8$
Декабрь	19,1	—	—

В тех случаях, когда механическое сглаживание проводится по четному числу уровней ряда динамики, возникает необходимость центрирования полученных результатов для отнесения сглаженных значений показателя к соответствующим периодам или моментам времени. Расчет центрированных скользящих средних может проводиться в два этапа:

- определение скользящих сумм и нецентрированных скользящих средних по четному числу уровней ряда динамики,
- исчисление центрированных скользящих средних из двух смежных ранее исчисленных нецентрированных скользящих средних и отнесение их к соответствующим периодам или моментам времени.

Методика расчета центрированных скользящих средних показана ниже (табл. 11.4).

Таблица 11.4

Механическое сглаживание ряда динамики (по четырем членам)

Месяц	Объем транспортных услуг населению города, млн руб.	Нецентрированные скользящие средние по четырем членам, млн руб.	Центрированные скользящие средние по четырем членам, млн руб.
I	2	3	4
Январь	18,4	—	—
Февраль	15,2	—	—
Март	17,2	—	$\frac{16,4 + 16,0}{2} = 16,2$
Апрель	14,9	$\frac{18,4 + 15,2 + 17,2 + 14,9}{4} = 16,4$	$\frac{16,0 + 16,9}{2} = 16,5$
Май	16,8	$\frac{15,2 + 17,2 + 14,9 + 16,8}{4} = 16,0$	$\frac{16,9 + 17,0}{2} = 17,0$
Июнь	18,5	$\frac{17,2 + 14,9 + 16,8 + 18,5}{4} = 16,9$	$\frac{17,0 + 17,7}{2} = 17,4$
Июль	17,7	$\frac{14,9 + 16,8 + 18,5 + 17,7}{4} = 17,0$	$\frac{17,7 + 17,8}{2} = 17,8$
Август	17,9	$\frac{16,8 + 18,5 + 17,7 + 17,9}{4} = 17,7$	$\frac{17,8 + 17,2}{2} = 17,5$
Сентябрь	16,9	$\frac{18,5 + 17,7 + 17,9 + 16,9}{4} = 17,8$	$\frac{17,2 + 17,3}{2} = 17,3$
Октябрь	16,3	$\frac{17,7 + 17,9 + 16,9 + 16,3}{4} = 17,2$	$\frac{17,3 + 17,6}{2} = 17,5$

Месяц	Объем транспортных услуг населению города, млн руб	Нецентрированные скользящие средние по четырем членам, млн руб.	Центрированные скользящие средние по четырем членам, млн руб.
Ноябрь	17,9	$\frac{17,9+16,9+16,3+17,9}{4} = 17,3$	—
Декабрь	19,1	$\frac{16,9+16,3+17,9+19,1}{4} = 17,6$	—

Аналитическое выравнивание рядов динамики. Рассмотрим теперь метод аналитического выравнивания по прямой для выявления тенденции изменения объема транспортных услуг населению города. В отличие от предыдущего способа изучения тренда метод аналитического выравнивания позволяет получить математическое выражение закономерности развития явления во времени. Для выравнивания ряда по прямой используют уравнение

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t, \quad (11.19)$$

параметры которого a_1 и a_2 находятся на основании метода наименьших квадратов путем решения системы нормальных линейных уравнений

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y, \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad (11.20)$$

Для упрощения расчетов показателем времени t придают такие значения, чтобы их сумма была равна нулю ($\sum t = 0$). В этом случае система уравнений примет вид

$$\begin{cases} na_0 = \sum y, \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad (11.21)$$

Отсюда:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n},$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

Проведем расчет необходимых промежуточных показателей (Σy , Σt^2 , Σyt) для нашего примера (табл. 11.5).

Таблица 11.5

Аналитическое выравнивание ряда динамики

Месяц	Условное обозначение времени	Объем транспортных услуг населению города, млн руб.	t^2	yt	$\bar{y}_t = 17,2 + 0,067t$
	t	y			
Январь	-11	18,4	121	-202,4	16,5
Февраль	-9	15,2	81	-136,8	16,6
Март	-7	17,2	49	-120,4	16,7
Апрель	-5	14,9	25	-74,5	16,9
Май	-3	16,8	9	-50,4	17,0
Июнь	-1	18,5	1	-18,5	17,1
Июль	+1	17,7	1	+17,7	17,3
Август	+3	17,9	9	+53,7	17,4
Сентябрь	+5	16,9	25	+84,5	17,5
Октябрь	+7	16,3	49	+114,1	17,7
Ноябрь	+9	17,9	81	+161,1	17,8
Декабрь	+11	19,1	121	+210,1	17,9
Итого	$\Sigma t = 0$	$\Sigma y = 206,8$	$\Sigma t^2 = 572$	$\Sigma yt = 38,2$	

Определим параметры уравнения:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{206,8}{12} = 17,2,$$

$$a_1 = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2} = \frac{38,2}{572} = 0,067.$$

Таким образом, получаем следующее математическое выражение общей тенденции ряда динамики:

$$\bar{y}_t = 17,2 + 0,067t.$$

Подставляя в это уравнение принятые обозначения времени t , определим выравненные уровни ряда динамики (последняя графа табл. 11.5).

Используя это уравнение, можно провести экстраполяцию ряда динамики (установить значения, соответствующие основной тенденции развития явления в последующие периоды или моменты времени). Так, например, определим прогнозное значение объема транспортных услуг населению города в январе следующего года (млн руб.):

$$\bar{y}_{t+11} = 17,2 + 0,067 \cdot 11 = 18,07$$

Учет сезонных колебаний при аналитическом выравнивании. Одна из важнейших задач при анализе рядов внутригодовой динамики — измерение «сезонной волны». Для количественной оценки сезонных колебаний тех или иных показателей обычно используются индексы сезонности. Простейший метод их построения — метод постоянной средней. Дополним наш пример месячными данными за предыдущие три года. Прежде всего для каждого месяца i исчисляется средний уровень $\bar{y}_i$ по данным за несколько лет. Индексы сезонности для i -го месяца (S_i) определяются как процентное отношение этих среднемесячных уровней к общему среднему уровню $\bar{y}$, исчисленному для всего ряда динамики в целом:

$$S_i = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%. \quad (11.22)$$

Исходные данные и результаты расчетов приведены в табл. 11.6.

Таблица 11.6

Расчет индексов сезонности

Месяц	Объем транспортных услуг населению города, млн руб					Индекс сезонности $S_i = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%$
	I год	II год	III год	IV год	в среднем за четыре года $\bar{y}_i$	
Январь	17,2	17,5	17,3	18,4	17,6	106,0
Февраль	16,1	16,6	16,2	15,2	16,0	96,4
Март	16,4	16,7	16,3	17,2	16,6	100,0
Апрель	15,6	16,0	16,8	14,9	15,8	95,2
Май	15,8	16,0	16,0	16,8	16,1	97,0
Июнь	15,5	15,6	16,3	18,5	17,0	102,4
Июль	15,1	15,6	17,1	17,7	16,4	98,8
Август	15,8	16,0	16,6	17,9	16,6	100,0
Сентябрь	15,0	15,3	15,5	16,9	15,7	94,6
Октябрь	15,5	15,8	16,4	16,3	16,0	96,4
Ноябрь	16,8	17,0	17,9	17,9	17,4	104,8
Декабрь	18,0	18,4	18,7	19,1	19,5	111,4
Средний уровень ряда	16,1	16,4	16,9	17,2	16,6	

В тех случаях, когда в ряду динамики наблюдается достаточно ярко выраженная тенденция роста его уровней (т.е. ряд содержит тренд), более правильно рассчитывать индексы сезонности методом перменной средней по следующей формуле

$$\bar{S}_i = \frac{\sum S_{it}}{n} = \frac{\sum y'_{it}}{n} \cdot 100\%, \quad (11.23)$$

где y_{it} — фактическое значение показателя для i -го периода t -го года,
 y'_{it} — значение показателя для i -го периода внутри t -го года, определенное методом скользящей средней ($\bar{y}_t$) или методом аналитического выравнивания ($\bar{y}_t$).

$$S_i = \frac{y_i}{y_{\bar{i}}} 100\% \text{ — частные индексы сезонности для } i\text{-го периода каждого года } t_i,$$

$$n \text{ — число лет,}$$

$$\bar{S}_i \text{ — средний индекс сезонности для } i\text{-го периода внутри года (месяца или квартала)}^1.$$

Решение некоторых аналитических задач предполагает использование значений уровней рядов динамики с устраненным влиянием сезонных факторов. Исчисленные с помощью специальных компьютерных программ значения рядов динамики с исключенной сезонностью публикуют многие российские и международные статистические сборники (например, сборник «Национальные счета России»).

Основная цель построения и анализа рядов динамики — прогнозирование развития явления, которое может проводиться на основе рассмотренных выше показателей и методов выявления тренда и циклических колебаний. Отметим основные этапы стандартной процедуры анализа рядов динамики, содержащих тренд и сезонные колебания, с целью построения мультипликативной модели и прогнозирования на ее основе (реализация этой процедуры с использованием Microsoft Excel будет показана ниже):

- 1) определение основной тенденции развития методом скользящей средней ($y_{\bar{i}}$);
- 2) выявление сезонной компоненты (S_i) и средних индексов сезонности ($\bar{S}_i$), образующих в совокупности сезонную волну;
- 3) исключение сезонной компоненты из фактических уровней ряда динамики $\left(y_{\text{испр}} = \frac{y_i}{\bar{S}_i} \cdot 100\% \right)$;
- 4) определение параметров уравнения тренда по скорректированным на сезонность уровням ряда динамики ($\bar{y}_i = f(t)$);

¹ Сумма средних индексов сезонности должна равняться 400 (если они исчисляются по кварталам) или 1200 (если они исчисляются по месяцам). Для этих целей проводят их корректировку $\bar{S}_i = \bar{S}_i \cdot \frac{400}{\sum \bar{S}_i}$ или $\bar{S}_i = \bar{S}_i \cdot \frac{1200}{\sum \bar{S}_i}$.

- 5) расчет теоретических уровней ряда динамики на основе уравнения тренда ($\bar{y}_t$);
- 6) определение теоретических уровней ряда динамики по мультипликативной модели ($\bar{y}_t = \bar{y}_t \cdot \bar{S}_t$) и оценка качества модели, расчет ошибки модели проводится по формуле¹

$$v = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{\sum (y_t - \bar{y})^2}. \quad (11.25)$$

- 7) построение прогноза с учетом внутригодовой динамики (определение на базе уравнения тренда прогнозных уровней, соответствующих основной тенденции ряда, и их корректировка исходя из средних индексов сезонности — $\bar{y}_{\text{прогноз}} = \bar{y}_{\text{прогноз}} \cdot \bar{S}_t$).

11.1.3. Анализ структурных изменений

Важнейшее направление статистического исследования — изучение структуры статистической совокупности и ее изменений во времени. Для этих целей используются ряды динамики относительных показателей структуры, которые позволяют проанализировать структурные сдвиги в экономике.

Для количественной характеристики изменений в структуре совокупности во временном аспекте наиболее часто применяют следующие показатели:

- 1) абсолютные приросты удельного веса (доли) j -й части совокупности (Δd_{ij})

— цепные: $\Delta d_{ij} = d_{ij} - d_{(i-1)j}$,

— базисные: $\Delta d_{ij} = d_{ij} - d_{1j}$,

где d_{ij} — удельный вес j -й части совокупности в i -й момент или период времени,

d_{1j} — удельный вес j -й части совокупности в момент или период времени 1 (если первый рассматриваемый период принят в качестве базисного),

¹ Ошибка модели v представляет собой долю общей вариации уровней ряда динамики, не объясненную моделью

- 2) темпы роста удельного веса (доли) j -й части совокупности (T_{d_j}):

— цепные: $T_{d_j} = \frac{d_{jt}}{d_{j(t-1)}} \cdot 100\%$,

— базисные: $T_{d_j} = \frac{d_{jt}}{d_{j1}} \cdot 100\%$.

Для получения представления о характере и величине изменений доли каждой части совокупности за ряд лет рассчитывают средний абсолютный прирост ($\bar{\Delta d}_j$) и средний темп роста ($\bar{T}_{d_j}$) доли каждой j -й части совокупности по формулам:

$$\bar{\Delta d}_j = \frac{\sum_{t=2}^n \Delta d_{jt}}{n-1} = \frac{d_{jn} - d_{j1}}{n-1}; \quad (11.26)$$

$$\bar{T}_{d_j} = \sqrt[n]{T_{d_{j1}} \cdot T_{d_{j2}} \cdot \dots \cdot T_{d_{jn}}} \cdot 100\% = \sqrt[n]{\frac{d_{jn}}{d_{j1}}} \cdot 100\%, \quad (11.27)$$

где Δd_{jt} — цепной абсолютный прирост удельного веса j -й части совокупности для t -го момента или периода времени,

$T_{d_{jt}}$ — цепной темп роста удельного веса (доли) j -й части совокупности для t -го момента или периода времени

Обобщающую характеристику структурных изменений в изучаемой совокупности наиболее часто получают с помощью легко интерпретируемого показателя линейного коэффициента абсолютных структурных сдвигов, рассчитываемого по следующей формуле:

$$\bar{\Delta}_d^* = \frac{\sum_{j=1}^k |d_{vj} - d_{1j}|}{k(n-1)}, \quad (11.28)$$

где k — число структурных частей в статистической совокупности

Проанализируем изменение структуры использованного ВВП за четыре года (табл. 11.7).

Таблица 11 7

Использование ВВП (в текущих ценах, в процентах к итогу)

Показатель, %	Год			
	1	2	3	4
ВВП, в том числе:	100	100	100	100
расходы на конечное потребление	61,3	65,5	69,0	67,7
валовое накопление	18,6	21,9	20,3	20,8
чистый экспорт	20,1	12,6	10,7	11,5

Рассчитаем по этим данным показатели абсолютных приростов и темпов роста удельных весов элементов ВВП для каждого года рассматриваемого периода. Результаты расчетов представлены в табл. 11.8.

Таблица 11 8

Показатели изменения структуры использованного ВВП

Элемент ВВП	Абсолютный прирост удельных весов к предыдущему году, процентные пункты			Темп роста удельных весов, % к предыдущему году		
	2	3	4	2	3	4
Расходы на конечное потребление	+4,2	+3,5	-1,3	106,9	105,3	96,1
Валовое накопление	+3,3	-1,6	+0,5	117,7	92,7	102,5
Чистый экспорт	-7,5	-1,9	+0,8	62,7	84,9	107,5

Анализ статистических показателей структурных сдвигов, приведенных в таблице, позволяет сделать вывод, что во втором году наблюдались наибольшее положительное абсолютное изменение (удельного веса расходов на конечное потребление +4,2 процентного пункта), наибольшее отрицательное абсолютное изменение (удельного веса чистого экспорта -7,5 процентного пункта), а также наибольший темп роста (удельного веса валового накопления 117,7%).

Для получения обобщающей характеристики структурных изменений по отдельным элементам структуры ВВП рассчитаем средние

абсолютные приросты и средние темпы роста удельных весов за весь рассматриваемый период:

1) средние абсолютные приросты удельных весов:

— расходов на конечное потребление:

$$\overline{\Delta d_1} = \frac{+4,2 + 3,5 - 1,3}{3} = +2,1 \text{ (п.п.)},$$

— валового накопления:

$$\overline{\Delta d_2} = \frac{+3,3 - 1,6 + 0,5}{3} = +0,7 \text{ (п.п.)},$$

— чистого экспорта:

$$\overline{\Delta d_3} = \frac{-7,5 - 1,9 + 0,8}{3} = -2,9 \text{ (п.п.)};$$

2) средние темпы роста удельных весов.

— расходов на конечное потребление:

$$\overline{T}_{d_1} = \sqrt[3]{\frac{67,7}{61,3}} \cdot 100\% = \sqrt[3]{1,104} \cdot 100\% = 103,4 \text{ (\%)},$$

— валового накопления

$$\overline{T}_{d_2} = \sqrt[3]{\frac{20,8}{18,6}} \cdot 100\% = \sqrt[3]{1,118} \cdot 100\% = 103,8 \text{ (\%)},$$

— чистого экспорта:

$$\overline{T}_{d_3} = \sqrt[3]{\frac{11,5}{20,1}} \cdot 100\% = \sqrt[3]{0,572} \cdot 100\% = 83,0 \text{ (\%)}. \quad \square$$

Таким образом, наибольшее среднее абсолютное положительное изменение удельного веса имеют расходы на конечное потребление (+2,1 процентного пункта); а наибольшее отрицательное изменение удельного веса наблюдалось у чистого экспорта (в среднем ежегодно он уменьшался на 2,9 процентного пункта); наибольший средний темп роста удельного веса характерен для валового накопления (103,8%), в то время как удельный вес чистого экспорта уменьшался в среднем за год на 17%.

Рассчитаем обобщающие показатели, характеризующие изменение всех структурных элементов ВВП за каждый год по формуле

$$\overline{\Delta d_i} = \frac{\sum_{j=1}^k |\Delta d_{ij}|}{k},$$

где i — номер года ($i = 2, 3 \dots n$);
 j — номер структурного элемента,
 k — число структурных частей (элементов) в статистической совокупности.

Этот показатель составил:

— во втором году:

$$\bar{\Delta}d_{2001} = \frac{4,2 + 3,3 + 7,5}{3} = 5,0 \text{ (п.п.)};$$

— в третьем году:

$$\bar{\Delta}d_{2002} = \frac{3,5 + 1,6 + 1,9}{3} = 2,3 \text{ (п.п.)};$$

— в четвертом году:

$$\bar{\Delta}d_{2003} = \frac{1,3 + 0,5 + 0,8}{3} = 0,9 \text{ (п.п.)}.$$

Следовательно, удельный вес элементов структуры ВВП во втором году в среднем изменился на 5 процентных пунктов, в третьем году — на 2,3 процентного пункта, в четвертом — на 0,9 процентного пункта. Таким образом, наибольшая скорость структурных изменений в ВВП наблюдалась во втором, а наименьшая — в четвертом году.

Рассчитаем показатель, характеризующий изменение всех элементов структуры ВВП в целом за весь рассматриваемый период:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_n^t &= \frac{\sum_{i=1}^k |d_{ni} - d_{1i}|}{k(n-1)} = \frac{|67,7 - 61,3| + |20,8 - 18,6| + |11,5 - 20,1|}{3 \cdot (4-1)} = \\ &= \frac{6,4 + 2,2 + 8,6}{9} = 1,9 \text{ (п.п.)} \end{aligned}$$

Таким образом, среднее годовое абсолютное изменение структурных элементов ВВП за весь рассматриваемый период составило 1,9 процентного пункта.

11.2. РЕАЛИЗАЦИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НА КОМПЬЮТЕРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MICROSOFT EXCEL

11.2.1. Прогноз годовой динамики с помощью уравнения регрессии

Постановка задачи, исходные данные, графическая иллюстрация решения. В таблице 11.9 приведены данные об обороте организаций оптовой торговли Российской Федерации за 2001–2010 гг. (в фактически действовавших ценах).

Таблица 11.9

Оборот организаций оптовой торговли, млрд руб.

Годы	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Оборот организаций оптовой торговли	4221,7	5465,6	7249,6	9170,5	11007,5	14758,0	19604,6	25549,6	23514,8	25769,6

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 20.30.

График зависимости оборота организаций оптовой торговли $Y(t)$ от времени t (график динамики оборота организаций оптовой торговли) изображен на рис. 11.1 жирной линией Y .

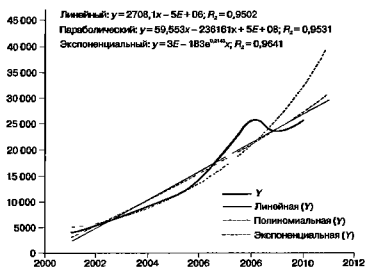


Рис. 11.1. График динамики оборота организаций оптовой торговли и его тренды различного вида, млрд руб.

Одновременно с фактической кривой $Y(t)$ на диаграмме представлено и три ее приближения — трендов $\hat{Y}(t)$, полученных с помощью линейного, параболического (полиномиального степени 2) и экспоненциального уравнений регрессий. С помощью каждого из указанных трендов на диаграмме графически сделан прогноз объемов торговли на «шаг вперед», т.е. на 2011 г. Способ построения указанных трендов подробно описан в разд. 10.2.5.

Кривые, соответствующие линейному и параболическому трендам за период 2001–2010 гг., практически сливаются, и их различие становится заметным только при пронозировании на 2011 г. Введенные на диаграмме коэффициенты детерминации R^2 показывают, на сколько процентов значения $Y(t)$ описываются соответствующим уравнением регрессии (т.е. в какой степени значения $Y(t)$ определяются фактором t), в то время как $(1 - R^2)$ процентов значения $Y(t)$ объясняется воздействием на него неизвестных случайных факторов.

Рассмотренные графические средства Excel позволяют только выбрать вид уравнения регрессии. После чего необходимо провести оценку значимости этого уравнения регрессии и каждого из его коэффициентов, что и делается ниже.

Задание исходных данных для регрессионного анализа. Хотя из рис. 11.1 и вытекает, что параболическое уравнение регрессии наилучшим образом описывает динамику грузооборота, в учебных целях проанализируем и более детально, чем на указанном рисунке, сравним линейное и параболическое уравнения регрессии. С этой целью в соответствии с правилами формирования исходных данных для регрессионного анализа, описанными в теме 10, представим значения табл. 11.9 в виде, приведенном на рис. 11.2 в диапазоне B4:E13. Смысл остальных содержащихся на рисунке значений поясняется далее. Единицы в диапазоне C4:C13 необходимы лишь для построения прогнозных значений грузооборота с помощью параболического уравнения регрессии. Для построения же линейного уравнения регрессии было бы достаточно задать только значения t и Y_t , разместив их в соседних столбцах. Тем не менее далее будем работать с данными диапазона B4:E13, а матрицу значений диапазона Z[C4:E13] назовем *расширенной матрицей Z-значений факторных переменных*.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
2	Объем оптовой торговли, млрд.руб	Еди ницы	Го ды	Годы в квадра те	Теоретические значения Yt		Регрессионные остатки e-Yt	
3	Y		t	txv	Yt лин	Yt пар	Линей. ур.рег.	Параб. ур.рег.
4				$=t^2$	$=a1*t+a1$	$=Y-Yt_{лин}$	$=Y-Yt_{пар}$	
5	4221,7	1	2001	4004001	3790,0	3588,9	431,7	632,8
6	5465,6	1	2002	4008004	3947,2	3796,3	1518,4	1669,3
7	7249,6	1	2003	4012009	4104,3	4054,1	3145,3	3195,5
8	9170,5	1	2004	4016016	4261,5	4362,1	4909,0	4808,4
9	11007,5	1	2005	4020025	4418,7	4720,3	6588,8	6287,2
10	14758,0	1	2006	4024036	4575,9	5128,9	10182,1	9629,1
11	19604,6	1	2007	4028049	4733,0	5587,7	14871,6	14016,9
12	25549,6	1	2008	4032064	4890,2	6096,8	20659,4	19452,6
13	23514,8	1	2009	4036081	5047,4	6656,1	18467,4	18858,7
14	25769,6	1	2010	4040100	5204,6	7265,6	20565,0	18503,6
15	Z2011	1	2011	4044121	5361,7	7925,7		
16	Z2012	1	2012	4048144	5518,9	8635,8		
16	Корреляция (Y;t)				0,97	=КОРРЕЛ(Y;t)		

Рис. 11.2. Регрессионный анализ динамики оборота организаций оптовой торговли с помощью линейного и параболического уравнений регрессии

На этом и приводимых далее фрагментах рабочего листа Excel созданы имена, перечисленные в табл. 11.10 и используемые в формулах Excel.

Таблица 11.10

Имена, созданные на рабочем листе

Имя	Адрес	Имя	Адрес	Имя	Адрес
Y	=H\$55	txv	=D\$14:D\$15		
Дли	=G\$59:G\$60	X	=D\$5:D\$16	an0	=C\$32
Дис	=D\$59:D\$60	Y	=B\$4:B\$13	an1	=C\$33
N	=C\$55	Yt_лин	=F\$4:F\$13	an0	=C\$48

Имя	Адрес	Имя	Адрес	Имя	Адрес
SYn	\$H\$56	Y1_пар	\$C\$4.\$G\$13	an1	\$C\$49
t	\$D\$4:\$D\$13	Yn	\$C\$59-\$C\$60	an2	\$C\$50
тзнач	\$C\$56	Z	\$C\$4:\$E\$13	Xn	\$C\$31
tn	\$B\$59:\$B\$60	Z2011_	\$C\$14.\$E\$14	Z2012_	\$C\$15:\$E\$15

Построение и анализ линейного и параболического уравнений регрессии с помощью «Пакета анализа». Оба уравнения строятся по команде Данные/Анализ данных/Регрессия, различие состоит только в параметрах, задаваемых в окне этой команды. При построении *линейной регрессии*

$$\hat{y}(t) = a_1 t + a_0 \quad (11.29)$$

эти параметры имеют вид, приведенный на рис. 11.3.

Входные данные:

Входной интервал Y:

Входной интервал X:

☒ Метки

☒ Уровень надежности: %

Параметры вывода:

☒ Выходной интервал:

☐ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

Остатки

☐ Остатки ☐ График остатков

☐ Стандартизованные остатки ☐ График подбора

Нормальная вероятность:

☐ График нормальной вероятности

OK Отмена Справка

Рис. 11.3. Параметры, задаваемые при построении линейного уравнения регрессии

Результаты работы команды в этом случае представлены на рис. 11.4.

	B	C	D	E	F	G	H	
19	ВЫВОД ИТОГОВ (линейное уравнение регрессии)							
20	Регрессионная статистика							
21	Множественный R			0,9747642				
22	R-квадрат			0,9501653				
23	Нормированный R-квадрат			0,943936				
24	Стандартная ошибка			1991,6127				
25	Наблюдения			10				
26	Дисперсионный анализ							
27		df	SS	MS	F	Значим ость F		
28	Регрессия	1	605016756,6	605016757	152,53	1,7E-06		
29	Остаток	8	31732169,6	3966521,2				
30	Итого	9	636748926,2					
31	ал1	ал0	Кэф фици нты	Стандартн ая ошибка	t- статист ика	P- Значен ие	Нижние 95%	Верхние 95%
32	Y-пересеч	-5E+06	439745,1187	-12,31705	2E-06	-6E+06	-4E+06	
33	t	2708,1	219,2683431	12,350337	2E-06	2202,41	3213,69	

Рис. 11.4. Результаты, выдаваемые командой Регрессия при построении линейного уравнения регрессии

Построение *параболического* уравнения регрессии

$$\hat{y}(t) = a_{12} t^2 + a_{11} t + a_{10} \quad (11.30)$$

отличается только тем, что на рис. 11.4 в поле Выходной интервал X задается диапазон D3:E13, а в поле Выходной интервал — ячейка B35. Выдаваемые при этом командой Регрессия значения приведены на рис. 11.5.

По найденным коэффициентам уравнений регрессии на рис. 11.2 в диапазонах F4:F13 и G4:G13 для каждого t вычислены теоретические значения $Y_{t_лин}$, $Y_{t_пар}$, соответствующие линейному и параболическому уравнениям регрессии, а в диапазонах H4:H13 и I4:I13 — *остатки*, т.е. соответственно разности $Y - Y_{t_лин}$, $Y - Y_{t_пар}$ (вычислительные формулы показаны на том же рисунке). Заметим, что все указанные значения могут автоматически вычисляться по команде Регрессия, если в окле этой команды на рис. 11.4 пометить флажок Остатки.

	B	C	D	E	F	G	H
35	ВЫХОД ИТОГОВ (параболическое уравнение регрессии)						
36	Регрессионная статистика				SYN		
37	Множественный R						
38	R-квадрат						
39	Нормированный R-квадрат						
40	Стандартная ошибка				2065,34536		
41	Наблюдения				10		
42	Дисперсионный анализ						
43		df	SS	MS	F	Значимость F	
44	Регрессия	2	608889365,9	303444683	71,136774	2,23E-05	
45	Остаток	7	79859560,29	4265651,47			
46	Итого	9	688748926,2				
47		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
48	Y-пересечение	2,34E+08	361510162,3	0,64758555	0,5379043	-6,2E+08	1,09E+09
49	ln a1	-236161	3605192601	-0,6558057	0,5333578	-1088653	61633,9
50	ln v	59,55141	89,8826199	0,66256868	0,5246611	-152,985	272,172

Рис. 11.5. Результаты, выдаваемые командой РЕГРЕССИЯ при построении параболического уравнения регрессии

Отметим, что найденные коэффициенты обоих уравнений регрессии и значения коэффициента детерминации R^2 совпадают с приведенными на диаграмме рис. 11.1. Анализ данных рис. 11.4 и 11.5 показывает, что оба уравнения статистически значимы (и в том, и в другом случае F -значения меньше $\alpha = 0,05$). Значимы также и все коэффициенты обоих уравнений (P -значения всех коэффициентов меньше $\alpha = 0,05$). Однако, отметим, что стандартная ошибка S_y у линейного уравнения регрессии (ячейка E24 на рис. 11.4) гораздо выше, чем у параболического (ячейка E40 на рис. 11.5). Между тем, как будет показано ниже, значение S_y существенно влияет на качество прогноза.

Анализ остатков. В разделе 10.2.4 указывалось, что один из способов визуальной проверки качества уравнения регрессии заключается в анализе графиков остатков, которые можно получить с помощью команды РЕГРЕССИЯ, если пометить флажок График остатков. В результате для каждой факторной переменной строится диаграмма с графиком остатков. Такие графики для линейного и параболического уравнений регрессии приведены на диаграммах рис. 11.6. По оси абсцисс на этих диаграммах заданы значения t , а по оси ординат — величины остатков.

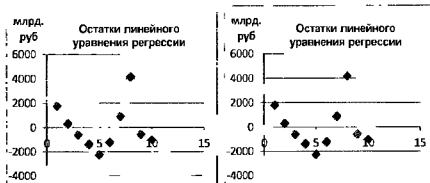


Рис. 11.6. Графики остатков:
а) линейное уравнение регрессии; б) параболическое уравнение регрессии

Очевидно, что на втором графике (б) отсутствует какая-либо закономерность в расположении точек, с большой степенью уверенности тут можно говорить о качестве построенного уравнения регрессии. Остатки же на первом графике (а) явно располагаются вдоль некоторой параболы, что указывает на неприемлемость подобного уравнения регрессии.

Прогнозирование с помощью уравнения регрессии. Напомним, что уравнение регрессии описывает *теоретическую* зависимость результирующей переменной от факторных, однако связь между этими переменными все равно остается *стохастической*. Поэтому никакие средства, в том числе уравнение регрессии, не позволяют для прогнозного значения фактора (факторов) X_n однозначно указать прогнозное значение $Y_n(X_n)$. Однако всегда можно задать вероятность γ по этому значению построить величину $\Delta(\gamma)$ — такую, что с вероятностью γ прогнозное значение $Y_n(X_n)$ будет находиться в пределах:

$$Y_{n_{\text{ниж}}} < Y_n(X_n) < Y_{n_{\text{верх}}} \quad (11.31)$$

где $Y_{n_{\text{ниж}}} = \hat{y}_n(X_n) - \Delta(\gamma)$, $Y_{n_{\text{верх}}} = \hat{y}_n(X_n) + \Delta(\gamma)$. (11.32)

В этих формулах $\hat{y}_n(X_n)$ — это теоретическое значение, полученное с помощью уравнения регрессии для прогнозного значения фактора (факторов) X_n . В рассматриваемой задаче в качестве прогнозного значения фактора выступает время t_n . Прогнозирование с помощью

указания интервала (11.31), в котором с заданной вероятностью Γ будет находиться прогнозируемое значение, называется *интервальным прогнозом*.

Различают следующие два вида интервального прогноза:

- а) прогнозирование *среднего* значения $Y_{\text{ус}}$, т.е. среднего значения среди всех возможных прогнозных значений $Y_{\text{пр}}$, соответствующих $X_{\text{пр}}$;
- б) прогнозирование *индивидуального* значения $Y_{\text{пр}}$, т.е. одного значения $Y_{\text{пр}}$, соответствующего $X_{\text{пр}}$.

Каждому из этих прогнозов соответствуют свои значения $\Delta_c(t)$ и $\Delta_{\text{пр}}(t)$. Поэтому в первом случае строится интервал $Y_{\text{ус}_{\text{min}}} < Y_{\text{ус}} < Y_{\text{ус}_{\text{max}}}$ для значения $Y_{\text{ус}}$, а во втором интервал $Y_{\text{пр}_{\text{min}}} < Y_{\text{пр}} < Y_{\text{пр}_{\text{max}}}$ для $Y_{\text{пр}}$.

В случае однофакторного линейного уравнения регрессии значения $\Delta_c(t)$ и $\Delta_{\text{пр}}(t)$ вычисляются по следующим формулам:

$$\Delta_c(y) = t(y) \cdot SY \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(t_{\text{пр}} - t_{\text{ср}})^2}{\sum_{i=1}^N (t_i - t_{\text{ср}})^2}}; \quad (11.33)$$

$$\Delta_{\text{пр}}(y) = t(y) \cdot SY \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(t_{\text{пр}} - t_{\text{ср}})^2}{\sum_{i=1}^N (t_i - t_{\text{ср}})^2} + 1}. \quad (11.34)$$

Коэффициент t в этих формулах зависит от Γ и является двусторонней критической точкой t -критерия Стьюдента для $\alpha = 1 - \Gamma$ и $df = N - 2$ (см. раз. 10.1.2). В соответствии с табл. 10.16 значение t в Excel определяется по формуле

$$t \Rightarrow \text{СТЮДЕНТ.ОБР.2X}(\alpha; N - 1), \quad (11.35)$$

где N — количество наблюдений в выборке

Сомножитель SY в формулах (11.33) и (11.34) — величина стандартной ошибки, которая вычисляется командой РЕГРЕССИЯ на рис. 11.5 в ячейке E40 и только для наглядности дублируется на рис. 11.7 в ячейке H56.

Если речь идет о множественном линейном уравнении регрессии или нелинейном уравнении регрессии, приведенном к множест-

венному линейному (например, параболическом), значения $\Delta_c()$ и $\Delta_n()$ рассчитываются следующим образом:

$$\Delta_c(\gamma) = t(\gamma) \cdot SY \sqrt{Z_n' (Z'Z)^{-1} Z_n'}, \quad (11.36)$$

$$\Delta_n(\gamma) = t(\gamma) \cdot SY \sqrt{1 + Z_n' (Z'Z)^{-1} Z_n'}. \quad (11.37)$$

Величина t вычисляется по формуле (11.35).

Матрица Z в последних формулах вычисления $\Delta_c()$ и $\Delta_n()$ — это уже упоминавшаяся расширенная матрица факторных переменных, которая на рис. 11.2 содержится в диапазоне **Zн[C4:E13]**. Вектор Z_n — вектор, первая компонента которого равна единице, а остальные компоненты — значениям факторных переменных, для которых строится прогноз. Так, при прогнозировании на 2011 г. с помощью параболического уравнения регрессии вектор Z_n имеет вид $Z\ 2011\{1; 2011; 2011^2\} = Z_n\{1; 2011; 4044121\}$ а его компоненты заданы на рис. 11.2 в диапазоне **C14:E14**. Аналогичным образом для построения прогноза на 2012 г. в диапазоне **C15:E15** сформированы компоненты вектора $Z_n = Z\ 2012\{1; 2012; 2012^2\} = Z\ 2012\{1; 2012; 4048144\}$

Апострофы, проставленные в формулах (11.36), (11.37) у вектора Z_n' и матрицы Z' обозначают операцию транспонирования, выражение $(Z'Z)^{-1}$ — нахождение матрицы, обратной к произведению матриц $Z'Z$. Напомним, что транспонирование, умножение и обращение матриц в Excel выполняются с помощью функций соответственно **ТРАНСП**, **МУМНОЖ** и **МОБР**, являющихся формулами массива. Поэтому ввод формул, содержащих такие функции, необходимо заканчивать одновременным нажатием клавиш **CTRL + SHIFT + ENTER**. В результате формула массива оказывается заключенной в фигурные скобки, как это показано в строках 62:65 на рис. 11.7. Следует также иметь в виду, что если Z_n' задать в виде вектора-столбца (а не вектора-строки, как на рис. 11.2), то в формулах (11.36), (11.37) выражение $Z_n' (Z'Z)^{-1} Z_n'$ необходимо заменить на $Z_n' (Z'Z)^{-1} Z_n$.

Способ построения интервального прогноза величины грузооборота на 2011/2012 гг. с помощью параболического уравнения регрессии приведен на рис. 11.7.

	B	C	D	E	F	G	H	I
52	Интервальный прогноз итоговой торговли (значения Y) по параболическому уравнению регрессии							
53	Параметры, необходимые для интервального прогноза							S Yn = яч
54	γ	10	=СЧЕТ(γ)		t		0.95	E40 на
55	знач	2,31	=СТЫОДЕНТ.ОБР(2X(1-γ/2))		S Yn		2065,35	рис. 11.5
56	Прогноз среднего				Прогноз индивидуального			
57	tn	Yn	Δс	Ync min	Ync max	Δn	Ynn min	Ynn max
58	γ=1	30836	547	25234	36	7353	23483	38189
59	Δс	24258	112	26286	42236	9,86	24972	43545
60	α=2*tn^2+αn1*tn+αn0			Yn-Δс	=Yn-Δс		Yn-Δn	=Yn+Δn
61	{=СЧЕТ(S Yn*КОРЕНЬ(МУМНОЖ(Z2011;МУМНОЖ(							
62	МОБР(МУМНОЖ(ТРАНСЦ(Z);Z);ТРАНСЦ(Z2011)))}							
63	{=СЧЕТ(S Yn*КОРЕНЬ(1+МУМНОЖ(Z2011;МУМНОЖ(							
64	МОБР(МУМНОЖ(ТРАНСЦ(Z);Z);ТРАНСЦ(Z2011)))}							

Рис. 11.7. Интервальный прогноз грузооборота на 2006–2007 гг. по параболическому уравнению регрессии

Напомним, что существует прогноз среднего из всех возможных прогнозных значений и прогноз одного (индивидуального) значения. Интервальный прогноз среднего и индивидуальных значений строится с помощью приведенных ниже вычислений

1. Для значений времени t_n , для которых строятся прогнозы, с помощью уравнения регрессии находятся теоретические значения $Y_n = (t_n)$. На рисунке 11.7 значения t_n заданы в диапазоне In[B59:B60], а соответствующие им значения Y_n — в диапазоне Yn[C59:C60].

2. задается достоверность $0 < \gamma < 1$ и вычисляется такое *минимальное* значение Δ_n , что с вероятностью γ искомое прогнозное значение содержится в интервале $[Y_n - \Delta_n; Y_n + \Delta_n]$, где $Y_n - \Delta_n$, $Y_n + \Delta_n$. Значения Δ_n , используемые при прогнозе среднего и индивидуальных значений, различаются и будут обозначаться соответственно Δ_c и Δ_n . Напомним, что Δ_c и Δ_n вычисляются по формулам (11.36), (11.37).

3. По заданному значению γ рассчитывается $\alpha = 1 - \gamma$, по которому с помощью обратного распределения Стюдента с $(N - 2)$ степенями свободы (N — это количество наблюдений) определяется коэффициент доверия $t_{\text{знач}}$. Величина $t_{\text{знач}}$ вычисленное по ней $t_{\text{знач}}$ и используемая для этого формула Excel на рис. 11.7 содержится соответственно в ячейках H55, C56, D56

4. Для каждого значения t_n строится вектор Z_n , состоящий из $(K + 1)$ компоненты, где K — количество факторных переменных

(в нашем примере $K = 2$). Как указывалось выше, первая компонента Z_n равна единице, а последующие — значениям факторных переменных, для которых строится прогноз. В нашем случае вектора Z_n для $t = 2011$ и $t = 2012$ сформированы на рис. 11.2 в диапазонах C14:E14 и C15:E15, которым присвоены имена Z2011_ и Z2012_. Как видно из приводимых там же формул, вторая компонента Z_n равна t , а третья — t^2 .

5. Для каждого значения t_n (точнее, для каждого Z_n , соответствующего t_n) по формулам (11.36), (11.37) в диапазонах D59:D60 и G59:G60 вычисляются соответственно Δ_c и Δ_c . Формулы Excel вычисления этих значений приведены в строках 62:65.

6. Значения Y_{nc_min} , Y_{nc_max} , Y_{ni_min} , Y_{ni_max} определены в ячейках E59:F59 и H59:I59 по формулам, показанным в E61:F61 и H61:I61.

Графическая интерпретация прогноза. На рисунке 11.8 приведена графическая иллюстрация полученных результатов.

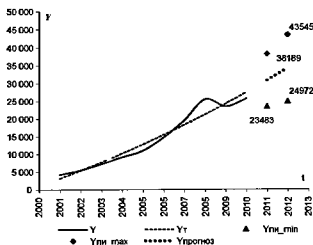


Рис. 11.8. Графическая интерпретация индивидуального интервального прогноза оборота организаций оптовой торговли

Приведенный график был получен следующим образом.

1. Создана копия диаграммы рис. 11.1, из которой было удалено все, кроме ряда Y и параболического тренда.

2. Щелчком правой кнопки на диаграмме было вызвано ее контекстное меню, из которого выполняется команда **Выбрать данные**, открывающая окно, аналогичное приведенному на рис. 11.9.

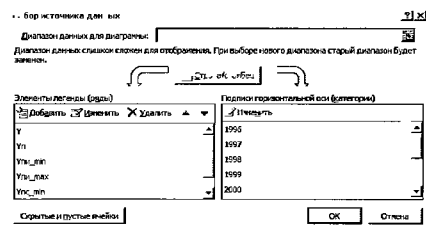


Рис. 11.9. Окно команды **Выбрать данные**

3. Последовательными щелчками на кнопке **Добавить** в этом окне каждый раз заново открывалось следующее окно (рис. 11.9а), посредством которого и создавался очередной ряд

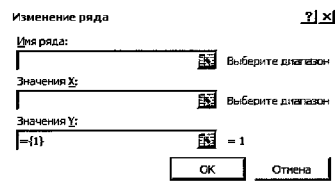


Рис. 11.9а. Окно задания параметров ряда

Для этого в поле **Значения X** (см. рис. 11.9а) для всех создаваемых рядов указывался диапазон **B59:B60** из рис. 11.7 (т.е. значения **1**). В поле же **Значения Y** для соответствующих рядов задавались

диапазоны Yп[C59:C60], Yпimin[H59:H60], Yпimax[I59:I60], а в поле Имя указывались соответственно Yп, Yпimin, Yпimax. Создание каждого ряда заканчивалось щелчком на ОК, после чего происходил возврат в окно рис. 11.9.

4. Щелчком левой кнопки мыши последовательно выделялся каждый созданный ряд, и при этом в Ленте появлялась группа команд Работа с Диаграммами. С помощью команды Работа с Диаграммами/Формат/Формат выделенного задавались вид линии ряда (или удалялся его отрезок) и его маркеры, а по команде Работа с Диаграммами/Макет/Подписи данных создавались подписи в задаваемом расположении относительно ряда. Созданные подписи затем перемещались мышью так, чтобы они располагались на диаграмме необходимым образом.

11.2.2. Прогноз поквартальной динамики ВВП России с учетом сезонности

Используя методы, описанные в разд. 11.1, и на основании данных статистического сборника «Национальные счета России», приведенных в табл. 11.1, построим с помощью Excel поквартальный прогноз ВВП на 2011 г.

Таблица 11.11

ВВП в текущих ценах по кварталам в 2007–2010 гг., млрд руб.

Квартал	Год			
	2007	2008	2009	2010
I	6 780,2	8 877,7	8 306,5	9 571,9
II	7 769,5	10 238,3	9 222,3	10 623,4
III	8 902,7	11 542,0	10 438,8	11 772,9
IV	9 797,0	10 618,9	10 818,7	12 971,0

При использовании Excel данные табл. 11.11. удобно представить на рабочем листе в виде, показанном на рис. 11.10 в столбцах, озаглавленных соответственно I[C9:C24], KB[D9:D24], Yф[E9:E29].

	В	С	Д	Е	Г	Н	І	Ј	К	
2	ВВП в 2007 – 2010 в текущих ценах, млрд. руб.									
3	Количество уровней ряда					N	16		=СЧЕТ(Уф)	
4	Интервал сглаживания					m	4			
6	Шаги алгоритма					1	2	3	5	6
7			Квар- тал	У факти- ческий	У сглажен- ный, не центри- рованн- ый	У сглаже- н-ный, центри- рован.	Сезо- нная комп- онен- та	Исклю- чение сез. компон- енты	Линей- ный тренд	У теорети- ч. с учетом сезонно- сти
8	Год	t	КБ	Уф	Усгн	Усг	S	Уск	Ут	Ус
9	2007	1 кв.1		6780,2				7414,0	8739,0	7534,7
10		2 кв.2		7767,5	8311,9			7973,8	8458,8	8240,0
11		3 кв.3		8902,7	8836,2	8574,0	1,038	8398,8	8678,6	9199,3
12		4 кв.4		9797,0	9453,9	9145,1	1,071	9403,4	8898,4	9270,8
13	2008	5 кв.1		8877,7	10113,8	9783,8	0,907	9707,5	9118,2	8338,7
14		6 кв.2		10238,3	10319,3	10216,5	1,002	10510,2	9338,0	9096,4
15		7 кв.3		11542,0	10176,4	10247,8	1,126	10888,7	9557,8	10131,3
16		8 кв.4		10618,9	9922,4	10049,4	1,057	10192,3	9777,6	10186,8
17	2009	9 кв.1		8306,5	9646,6	9784,5	0,849	9082,9	9997,4	9142,7
18		10 кв.2		9222,3	9696,6	9671,6	0,954	9467,2	10217,1	9952,8
19		11 кв.3		10438,8	10012,9	9854,8	1,059	9847,9	10436,9	11063,2
20		12 кв.4		10818,7	10363,3	10188,1	1,062	10384,1	10656,7	11102,8
21	2010	13 кв.1		9571,9	10696,7	10530,0	0,909	10466,6	10876,3	9946,8
22		14 кв.2		10623,4	11234,8	10965,8	0,969	10905,5	11096,3	10809,2
23		15 кв.3		11772,9				11106,5	11316,1	11995,1
24		16 кв.4		12971,0				12449,9	11535,9	12018,7
25			Уср	9690,6			Качество модели	v		0.20780

Рис. 11.10. Применение Excel для прогнозирования значений динамического ряда с учетом их сезонных колебаний

Список имен, назначенных в таблице Excel на рис. 11.10, и соответствующие им адреса ячеек/диапазонов приведены в табл. 11.12.

Таблица 11.12

Имена, используемые в таблице на рис. 11.10

Имя	Адрес	Имя	Адрес
a0	\$I\$26	Yt	\$J\$9:\$J\$24
a1	\$K\$26	Ytc	\$K\$9:\$K\$24
m	\$H\$4	Ycg	\$G\$9:\$G\$24
N	\$H\$3	Ycgnc	\$F\$9:\$F\$24
S	\$H\$9:\$H\$24	Yф	\$E\$9:\$E\$24
t	\$C\$9:\$C\$24	KB	\$D\$9:\$D\$24
tnp	\$C\$28:\$C\$31	Ken	\$D\$28:\$D\$31
Yck	\$I\$9:\$I\$24	TEKC	\$D\$35:\$E\$39
Ycp	\$E\$25		

Чтобы сделать более наглядной связь вычислений в таблице рис 11.10 с алгоритмом, описанным в разд. 11.2.3, в ячейках F6.K6 рисунка над названиями столбцов указаны номера шагов алгоритма, которым соответствуют формулы столбца, а в табл. 11.13 приводится соотношение между математическими обозначениями, используемыми при описании алгоритма, и именами Excel.

Таблица 11.13

Соответствие между математическими обозначениями и именами в таблицах Excel

Математическое обозначение	Имя графы в таблице, рис. 11.10
Y_{ij}	Ycgnc и Ycg
S_p	S
$\bar{S}_i$	E
$Y_{p_{\text{доп}}}$	Yck
$\bar{Y}_{ij}$	Yt
$\tilde{Y}_{ij}$	Ytc

В таблице 11.14 показаны адреса и вид образцов формул, использованных в таблице рис. 11.10

Адреса и вид образцов формул на рис. 11.10

Адрес	Формула	Адрес	Формула
F10	=CP3НАЧ(E9:E12)	J9	=a0+a1*_t
G11	=CP3НАЧ(F10:F11)	K9	=Y1*ВПР(КВ,ТБКС;2)
H11	=Yф/Ycr	I25	=ОТРЕЗОК(Yck,t)
I9	=Yф/ВПР(КВ;ТБКС;2)	K25	=НАКЛОН(Yck,t)

Поясним некоторые аспекты вычислений в таблице рис. 11.10, при этом обозначения, например $Y_{\text{снц}}(t)$ или $Y(t-1)$, будут равны значениям соответствующих показателей в указанный момент времени (t и $t-1$).

При нахождении сглаженных несцентрированных значений $Y_{\text{снц}}(t)$ с периодом усреднения, равным четырем, усредняются значения от $Y(t-1)$ до $Y(t+2)$. Значения $Y_{\text{снц}}(1)$, $Y_{\text{снц}}(15)$, $Y_{\text{снц}}(16)$ в ячейках F9, F23:F24 не могут быть вычислены, поскольку для этого не хватает «предшествующих» или «последующих» значений Y . Как следствие, соответствующие ячейки оставляют пустыми. По той же причине остаются пустыми и ячейки граф $Y_{\text{сг}}$ и S .

Вычисление на втором шаге алгоритма средних индексов сезонности S проще всего выполнить с помощью команды (инструмента Excel) Консолидация, в результате чего будут получены значения, приведенные в таблице на рис. 11.11. Этой таблице присвоим имя ТБКС (см. список имен в табл. 11.12).

	D	E
35	<i>KB</i>	<i>S</i>
36	кв. 1	0,888
37	кв. 2	0,975
38	кв. 3	1,075
39	кв. 4	1,063
40	<i>ТБКС</i>	

Рис. 11.11. Средние индексы сезонности

Для получения такой таблицы следует выполнить следующие действия:

а) в каких-либо ячейках (на рис. 11.11 это ячейки D35:E35) сформировать тексты KB; S и выделить эти ячейки; тексты KB; S

должны в точности совпадать с названиями столбцов в ячейках D8 и H8 на рис. 11.10, и поэтому тексты в D35:E35 лучше создавать копированием в них ячеек D8, H8;

б) выполнить команду Данные/Консолидация, в открывшемся окне задать информацию в виде, показанном на рис. 11.12, и нажать ОК;

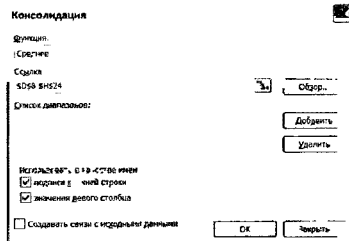


Рис. 11.12. Вид информации в окне команды консолидация

в) для выполнения дальнейших действий необходимо, чтобы информация в таблице была упорядочена по возрастанию значений графы КВ; если это требование нарушено, следует выделить таблицу и отсортировать ее командой Данные/Сортировка или с помощью инструментальной кнопки Сортировка по возрастанию.

Вычисления в графе Уск (рис. 11.10) выполняются с помощью формулы = Уф/ВПР(КВ, ТБКС;2). Функция ВПР(КВ, ТБКС; 2) находит в таблице ТБКС коэффициент сезонности, соответствующий нужному кварталу. Напомним, функция ВПР делает это следующим образом:

а) ищет в первом столбце таблицы ТБКС название квартала, указанное для соответствующего i в столбце КВ таблицы на рис. 11.11;

б) для найденного названия квартала возвращает значение из второго столбца таблицы ТБКС

Примечание. Еще раз обращаем внимание, что для правильной работы функции ВПР строки таблицы ТБКС (рис. 11.11) должны быть упорядочены по возрастанию значений в графе КВ.

Коэффициенты a_0 , a_1 линейного уравнения регрессии для значений Y_{sk} вычисляются на рис. 11.10 в ячейках I26, K26 посредством функций ОТРЕЗОК(Y_{sk} ; t) и НАКЛОН(Y_{sk} ; t). Затем с их помощью рассчитываются значения в графе Y_t .

Диаграмма рис. 11.13 иллюстрирует результаты вычислений в таблице рис. 11.10. На ней видно, что значения Y_{ts} очень хорошо аппроксимируют фактические значения Y_f . При построении диаграммы сначала создается только левая (фактическая) часть графика для $t = 1 - 16$. Для этого в таблице рис. 11.10 одновременно выделяются диапазоны C8:C24; E8:E24; J8:K24, и по ним строится диаграмма типа Точечная. Затем на диаграмме последовательно выделяется каждый ряд, вызывается окно его форматирования и во вкладке Вид для него задается соответствующий вид линии графика.

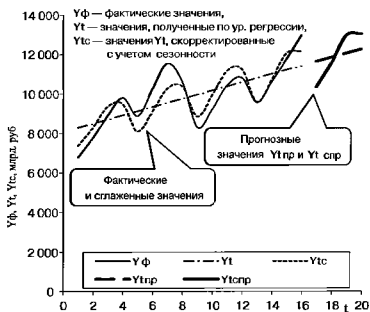


Рис. 11.13. Графическая иллюстрация значений, вычисленных в таблице на рис. 11.10

Хорошее качество модели также подтверждается малым значением показателя ν (см. шаг 6 алгоритма), вычисленным на рис. 11.10 в ячейке K25 по формуле

$$= \text{СУММКВРАЗН}(Y_f; Y_{tc}) / \text{СУММПРОИЗВ}((Y_f - Y_{tc})^2).$$

Вычисление точечных прогнозных значений. Результаты вычислений прогнозных значений ВВП для каждого из кварталов 2011 г. представлены на рис. 11.14:

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
28	Поквартальный прогноз ВВП на 2011г.					Имена, использованные при прогнозировании			
29	Год	<i>tnp</i>	<i>KBnp</i>	<i>Ytnp</i>	<i>Ytcnp</i>	Имя	Диапазон		
30	2011	17 кв.1	11652,6	10352,8		<i>tnp</i>	\$C\$30:\$C\$33		
31		18 кв.2	11862,9	11564,2		<i>KBnp</i>	\$D\$30:\$D\$32		
32		19 кв.3	12073,2	12974,2		<i>Ytnp</i>	\$E\$30:\$E\$33		
33		20 кв.4	12283,5	13060,8					

Рис. 11.14. Вычисление прогнозных значений ВВП на 2011 г

В диапазонах C30:C33 и D30:D33 на этом рисунке, которым присвоены имена соответственно *tnp* и *KBnp*, заданы прогнозные значения t и обозначения соответствующих им кварталов. Для *tnp* и *KBnp* прогнозные значения Y_{tnp} и Y_{tcnp} рассчитывались по следующим формулам, аналогичным тем, что применялись выше для вычисления Y_t и Y_{tc} .

$$Y_{tnp} \Rightarrow a_0 + a_1 \cdot tnp;$$

$$Y_{tcnp} \Rightarrow Y_{tnp} \cdot \text{ВНП}(\text{KBnp}; \text{ТБКС}; 2).$$

Нанесение прогнозных значений на диаграмму выполнялось с помощью следующих операций:

- 1) активизировалась диаграмма рис. 11.13 щелчком мыши на ней;
- 2) выполнялась команда **ДИАГРАММА/Исходные данные**, и в появившемся окне открывалась вкладка **Ряд**;
- 3) для построения ряда Y_{tnp} щелкалось мышью на кнопке **Добавить**, после чего в соответствующих полях задавалась информация, приведенная во втором столбце табл. 11.15;

Информация, задаваемая для построения рядов Y_{tnp} , $Y_{tсп}$

Название поля	Значение поля для Y_{tnp}	Значение поля для $Y_{tсп}$
Имя	E30	F30
Значения X	C30:C33	C30:C33
Значения Y	E30:E33	F30:F33

- 4) для построения ряда $Y_{tсп}$ повторялись действия пункта 3, но в полях задавалась информация, приведенная в последнем столбце табл. 11.15; после этого щелчком на кнопке ОК окно закрывалось;
- 5) последовательно для рядов Y_{tnp} , $Y_{tсп}$ открывалось окно их форматирования, и во вкладке Вид указывался соответствующий тип линии ряда.

11.2.3. Помесячный прогноз динамики с учетом сезонности

В таблице 11.16 приведены данные об объеме товарооборота по месяцам за период 2009—2011¹ гг. Прогнозирование величины товарооборота, например на январь — июнь 2012 г., может быть выполнено способом, описанным в предыдущем параграфе.

Таблица 11.16

Динамика товарооборота в 2009—2011 гг., млн руб.

Год	Месяц											
	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
2009	2,63	2,42	2,24	2,16	2,31	2,88	3,06	3,1	2,5	2,3	2,5	2,6
2010	2,83	2,57	2,29	2,26	2,4	2,92	3,15	3,24	2,7	2,4	2,64	2,75
2011	2,95	2,64	2,49	2,62	2,72	3,15	3,3	3,43	3,2	2,9	2,81	2,8

Все необходимые для этого подготовительные вычисления приведены в таблице на рис. 11.15.

¹ Данные условные.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	К	
2	Динамика товарооборота в 2009-2011 г.г., млн.руб.										
3	Количество уровней ряда					N	36 =СЧЕТ(Уф)				
4	Интервал сглаживания					m	12				
6	Шаги алгоритма					1	2	3	5	6	
7	Г о д	t	Месяц	У фактический	У сглаженный, нецентрированный	У сглаженный, центрированный	Сезонная компонента	Исключение сезонной компоненты	Линейный тренд	У теоретический с учетом сезонности	
8			Мс	Уф	Усгнц	Усг	S	Уск	Ут	Утс	
9	2009	1	Янв	2,63				2,467	2,444	2,605	
13		5	Май	2,31				2,521	2,508	2,298	
14		6	Июн	2,88	2,56			2,658	2,525	2,735	
15		7	Июл	3,05	2,57	2,566	1,189	2,582	2,541	3,001	
16		8	Авг	3,10	2,59	2,580	1,201	2,582	2,557	3,070	
20		12	Дек	2,60	2,61	2,608	0,997	2,625	2,622	2,586	
21	2010	13	Янв	2,83	2,62	2,614	1,083	2,654	2,638	2,812	
32		24	Дек	2,75	2,80	2,795	0,984	2,777	2,815	2,788	
33	2011	25	Янв	2,95	2,82	2,810	1,050	2,767	2,832	3,019	
38		30	Июн	3,15	2,93	2,932	1,074	2,908	2,912	3,155	
39		31	Июл	3,30				2,794	2,929	3,459	
44		36	Дек	2,80				2,827	3,009	2,981	
45			Уср	2,724	Качество модели					n	0,08345
46	Параметры ур. регрессии $Y_t=a_0+a_1t$						a_0	2,428	a_1	0,016	

Рис. 11.15. Расчеты, необходимые для прогнозирования товарооборота на 2012 г.

Приведенная таблица отличается от аналогичной таблицы рис. 11.10 только размерами и периодом усреднения $m = 12$. С целью экономии места часть строк рис. 11.15 скрыта. На этом рисунке фактические (отчетные) значения товарооборота сформированы в графе Уф. Большой период усреднения $m = 12$ обуславливает и большое количество пустых ячеек в графах Усгнц, Усг, S. Здесь используются следующие имена ячеек/диапазонов (табл. 11.17).

Таблица 11.17

Имена, используемые в таблице рис. 11.15

Имя	Адрес	Имя	Адрес
a0	\$I\$46	Y1	\$. \$9: \$. \$44
a1_	\$K\$46	Y1c	\$K\$9 \$K\$44
m	\$H\$4	Y1np	\$E\$50-\$E\$55
N	\$H\$3	Ycr	\$G\$9-\$G\$44
S	\$H\$9:\$H\$44	Ycrnц	\$F\$9:\$F\$44
t	\$C\$9:\$C\$44	Yф	\$E\$9:\$E\$44
tnp	\$C\$50:\$C\$55	Mc	\$D\$9 \$D\$44
Yck	\$I\$9:\$I\$44	TEKC	\$D\$56-\$E\$70
Ycp	\$E\$45		

Применяемые на рис. 11.15 образцы расчетных формул приведены в табл. 11.18.

Таблица 11.18

Вид образцов расчетных формул на рис. 11.15

Адрес	Расчетная формула	Адрес	Расчетная формула
F14	=CPЗНАЧ(E9,E20)	K9	=Y1*ВПР(Mc;TEKC;2)
G15	=CPЗНАЧ(F14,F15)	E45	=CPЗНАЧ(Yф)
H15	=Yф/Ycr	K45	=СУММКВРАЗН(Yф;Y1c)/ СУММПРОИЗВ((Yф-Ycr)^2)
I9	=Yф/ВПР(Mc;TEKC;2)	I46	=ОТРЕЗОК(Yck,t)
J9	=a0+a1_*t	K46	=НАКЛОН(Yck;t)

Таблица коэффициентов сезонности ТЕКС в данном случае будет иметь вид, приведенный на рис. 11.16. Таблица получена с помощью команды Данные/Консолидация описанным в предыдущем разделе способом и затем упорядочена не в хронологическом, а в *алфавитном порядке* возрастания названий месяцев.

	D	E
58	Мс	5
59	Авг	1,20
60	Апр	0,88
61	Дек	0,99
62	Июл	1,18
63	Июл	1,08
64	Май	0,92
65	Мар	0,87
66	Ноя	0,96
67	Окт	0,88
68	Сев	0,98
69	Фев	0,99
70	Янв	1,07

Рис. 11.16. Коэффициенты месячной сезонности

Рассчитанные прогнозные помесячные значения товарооборота на 2008 г. приведены на рис. 11.17.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J		
48	Прогноз товарооборота на янв-июнь 2012г.					Имена, использованные при прогнозировании					
49	Год	tnp	Mnp	Ytnp	Ytсnp	Имя		Диапазон			
50	2012	37	Янв	3,025	3,226	tnp	\$C\$50.\$C\$55				
51		38	Фев	3,042	3,019	Mnp	\$D\$50.\$D\$55				
52		39	Мар	3,058	2,661	Ytnp	\$E\$50.\$E\$55				
53		40	Апр	3,074	2,701						
54		41	Май	3,090	2,831						
55		42	Июнь	3,106	3,365						

Рис. 11.17. Вычисление прогнозных значений на январь — июнь 2012 г

В ячейках E50 F50 содержатся следующие образцы расчетных формул:

$$Y_{\text{trp}} \Rightarrow = a_0 + a_1 \cdot \text{trp};$$

$$Y_{\text{спр}} \Rightarrow = Y_{\text{trp}} \cdot \text{ВПР}(\text{Мнр}, \text{ТБКС}; 2).$$

Графическая иллюстрация расчетов показана на рис. 11.18.



Рис. 11.18. График фактических и прогнозных значений товарооборота

Хорошее качество модели также подтверждает малое значение показателя ν (см. шаг 6 алгоритма), вычисленное на рис. 11.15 в ячейке K45 по формуле (11.25).

11.2.4. Учет сезонности с помощью гармонического анализа (рядов Фурье)

Данный способ прогнозирования базируется на аппроксимации колебаний значений $Y(t)$ временного ряда значениями $Y_k(t)$, полученными с помощью следующей суммы:

$$Y_k(t) = a_0 + \sum_k (a_k \cos kt + b_k \sin kt) \quad (11.38)$$

Приведенное выражение называется разложением функции $Y(t)$ в ряд Фурье, а сумма в скобках, соответствующая конкретному k , — k -й

гармоникой ряда. Наряду с этим методом применяется и следующий способ разложения $Y(t)$ в ряд Фурье¹:

$$Y_t(t) = a + bt + U(t) = a + bt + a_0 + \sum_a (a_k \cos kt + b_k \sin kt). \quad (11.39)$$

В этой формуле выражение $Y_t(t) = a + bt$ представляет собой линейное уравнение регрессии, построенное по заданным уровням ряда $Y(t)$, а сумма $a_0 + \sum (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$ аппроксимирует остатки $U(t) = Y(t) - Y_t(t)$. Применение формулы (11.39) иллюстрируется ниже на примере прогнозирования месячных значений товарооборота, заданных в табл. 11.16, с использованием средств, рассмотренных в предыдущем параграфе. Для этого исходные данные задачи сформированы на листе Excel в виде, показанном на рис. 11.19 в диапазоне B2:E45. Для экономии места часть строк листа скрыта, и места скрытия строк на всех рисунках отмечены жирной чертой.

	B	C	D	E	F	G
	Г	М		Това	Теорети	Остатки
2	о	е		рооб	ческие	
	д	с		орот	значени	
		я			я и	
		ц			прогноз	
3			t	Y	Ym	U
4		Янв	1	2,63	2,44	0,188
5		Фев	2	2,42	2,46	-0,036
6		Мар	3	2,24	2,47	-0,234
16		Янв	13	2,83	2,64	0,195
27		Дек	24	2,75	2,81	-0,062
28		Янв	25	2,95	2,83	0,122
35		Авг	32	3,43	2,94	0,489
40		Янв	37		3,02	
41		Фев	38		3,04	
45		Июн	42		3,10	
46		N	a	b		
47		32	2,43	0,02		

Рис. 11.19. Исходные данные и построение линейного уравнения регрессии для последующего разложения остатков в ряд Фурье

¹ Макарова Н.В., Трофимец В.Я. Статистика в Excel : учеб. пособие. М. : Финансы и статистика, 2002.

Список имен ячеек/диапазонов, использующихся во всех встречающихся в этом разделе фрагментах таблицы Excel, приведен в табл. 11.19, а список используемых формул – в табл. 11.20.

Таблица 11.19

Имена ячеек/диапазонов, созданные на рис. 11.19

Имя	Адрес	Имя	Адрес
a	\$E\$47	t	\$D\$4:\$D\$45
b	\$D\$47	tr	\$Q\$4:\$Q\$45
i	\$P\$4:\$P\$45	t6aa	\$D\$4:\$D\$39
ImYd	\$L\$4:\$L\$39	U	\$G\$4:\$G\$39
k	\$R\$2:\$A\$2	Y	\$E\$4:\$E\$39
N	\$C\$47	Yd	\$J\$4:\$J\$35
ReYd	\$K\$4:\$K\$39	Yr	\$F\$4:\$F\$45

Таблица 11.20

Формулы, используемые в таблице на рис. 11.19, 11.21, 11.22

Адрес	Формула	Адрес	Формула
F4	=a+b*t	M4	=2*ReYd/N
G4	=Y-Yr	M5	=ReYd/N
D47	=ОТРЕЗОК(Y,t6aa)	N4	=2*ImYd/N
E47	=НАКЛОН(Y,t6aa)	Q4	=2*П(0)*N
K4	=МИН(ВЕСЦ(J4)	R4	=\$M\$5*СOS(k*tr)+\$N\$5*СIN(k*tr)
L4	=МИН(ЧАСТЬ(J4)	Z4	=СУММ(\$R4,U4)
		AE4	=Yr+Z4

Представленный в Excel метод разложения в ряд Фурье требует, чтобы количество фактических значений анализируемого параметра (в нашем случае товарооборота) было степенью двух (т.е. равно одному из значений 4, 8, 16, 32 и т.д.). Поэтому в качестве исходных значений рассматривается набор базовых значений $Y(t)$ для $t = 1 - 32$. Этим значениям t и $Y(t)$ присвоены имена t6aa и Y6aa. По базовым значениям t и $Y(t)$ в ячейках D47..E47 вычислены коэффициенты a , b уравнения регрессии $Y_t(t) = a + b \cdot t$. По этим коэффициентам в диапазоне Yr[F4:F45] подсчитаны выравненные значения Y_r , а в диапазоне U[G4:G35] — остатки $U(t) = Y - Y_r$.

После вычисления значений остаттков $U(i)$ можно заняться их разложением в ряд Фурье, т.е. рассчитать коэффициенты a_k, a_k, b_k по формуле (11.39). Не останавливаясь на теории вычисления указанных коэффициентов, покажем, что в Excel это может быть сделано с помощью приведенных ниже действий.

1 Выполнить команду СЕРВИС/АНАЛИЗ данных/АНАЛИЗ ФУРЬЕ и заполнить поля открывшегося окна в соответствии с рис. 11.20.

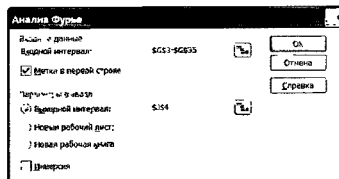


Рис. 11.20. Заполнение полей в окне команды Анализ Фурье

В результате в диапазоне $Yb[J4:J35]$ формируется 32 комплексных числа, приведенных на рис. 11.21.

2 В диапазонах $ReYd$ и $ImYd$ с помощью функций МИН.ВЕЩ и МИН.ЧАСТЬ (категория Инженерные) вычисляются соответственно реальная и мнимая части Yd .

	I	J	K	L	M	N
2		Анализ остаттков с помощью разложения Фурье				
3	i	Yd	$ReYd$	$ImYd$	ak	bk
4	0	0,215116259116231	0,215	0,000	0,01	0
5	1	1,07238272409489-0,569513345601858i	1,072	-0,570	0,03	0,04
6	2	0,324018897390724-1,00649502712193i	0,324	-1,006	0,01	0,06
15	11	-0,527672598252844-5,51884755447096i	-0,528	-0,055	-0,02	0,00
16	12	-0,105174758806665+1,15042039104406i	-0,105	0,012	0,00	0,00
27	23	-6,2678301975491E-002-5,484688107357i	-0,063	-0,055	0,00	0,00
28	24	-0,362332046332046-0,422332046332049i	-0,362	-0,422	-0,01	0,03
35	31	1,07238272409489+0,569513345601852i	1,072	0,570	0,03	0,04

Рис. 11.21. Построение разложения Фурье с помощью «Пакета анализа»

3. В графах $ak[M4:M35]$, $bk[N4:N35]$ по формулам, приведенным в табл. 11.20, вычисляются коэффициенты a_0 и a_k , b_k по формуле (11.39).

4. После вычисления коэффициентов a_0 и a_k , b_k начинается формирование данных таблицы рис. 11.22. В диапазоне $tr[Q4:Q45]$ значения tr представлены в радианах. В графах $G1[R4:R45]$ — $G8[Y4:Y45]$ вычислены значения k -й гармоники для значения tr , т.е. значения $a_k \cos(k \cdot tr) + b_k \sin(k \cdot tr)$, при этом значение k выбирается из диапазона $k[R2:Y2]$ (расчетные формулы для определения значения см. в табл. 11.20). Таким образом, в графе $G1$ вычислены первые гармоники для всех tr , а в графе $G8$ — восьмые гармоники.

P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
2	k	1	2	3	4	5	6	7	8
3	tr	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8
4	0	0,00	0,03	0,01	0,01	0,09	-0,03	-0,01	-0,01
5	1	0,20	0,04	0,03	-0,10	-0,05	-0,16	0,09	0,04
6	2	0,39	0,04	0,05	-0,18	-0,08	-0,26	0,10	0,02
15	11	2,16	0,01	-0,06	-0,03	-0,07	0,23	0,01	0,03
16	12	2,36	0,00	-0,06	-0,13	-0,01	0,24	0,11	-0,03
27	23	4,52	-0,04	0,01	-0,16	0,07	0,06	0,11	0,00
28	24	4,71	-0,04	-0,01	-0,20	0,01	0,25	0,03	0,04
35	31	6,09	0,03	-0,01	0,11	0,07	0,26	-0,11	-0,04
40	36	7,07	0,05	0,06	-0,14	-0,01	0,11	-0,11	-0,03
41	37	7,26	0,05	0,05	-0,04	0,05	0,26	-0,07	0,02
45	41	8,05	0,03	-0,03	0,17	-0,05	-0,21	-0,09	-0,01

Рис. 11.22. Значения первых восьми гармоник, соответствующих различным tr

После вычисления гармоник, показанных в таблице на рис. 11.22, для каждого n ищутся суммы Un первых n гармоник.

Так, на рисунке 11.23 в графах У4 и У8 вычислены соответствующие значения:

$$U4 \Rightarrow a_0 + \sum_{k=1}^4 (a_k \cos(k \cdot tr) + b_k \sin(k \cdot tr));$$

$$U8 \Rightarrow a_0 + \sum_{k=1}^8 (a_k \cos(k \cdot tr) + b_k \sin(k \cdot tr)). \quad (11.35)$$

	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
2	Оклонение от тренда					Прогнозные значения				
3	Un4	Un5	Un6	Un7	Un8	Ync4	Ync5	Ync6	Ync7	Ync8
4	0,06	0,15	0,12	0,12	0,11	2,51	2,60	2,57	2,56	2,55
5	-0,08	-0,23	-0,15	-0,11	-0,13	2,38	2,22	2,31	2,35	2,32
6	-0,16	-0,43	-0,33	-0,31	-0,30	2,31	2,05	2,14	2,16	2,17
15	-0,15	0,07	0,09	0,12	0,14	2,47	2,69	2,71	2,73	2,76
16	-0,21	0,03	0,14	0,11	0,10	2,42	2,66	2,77	2,75	2,73
27	-0,12	-0,06	0,05	0,06	0,08	2,69	2,76	2,87	2,87	2,90
28	-0,23	0,02	0,05	0,09	0,08	2,60	2,85	2,88	2,92	2,91
35	0,19	0,45	0,34	0,30	0,32	3,13	3,39	3,28	3,24	3,27
40	-0,05	0,07	-0,04	-0,07	-0,08	2,98	3,09	2,98	2,95	2,94
41	0,11	0,37	0,30	0,32	0,29	3,14	3,40	3,34	3,36	3,33
45	0,11	-0,10	-0,19	-0,20	-0,23	3,22	3,00	2,92	2,90	2,88

Рис. 11.23. Суммы гармоник и прогнозные значения товарооборота

В графах Ync4—Ync8 на рис. 11.23 содержатся собственно прогнозные значения $Y_n(t) + U_n$ ($n = 4 - 8$). Таким образом, в зависимости от использованного значения n в разложении 11.39 используется n гармоник.

На диаграмме рис. 11.24 показаны отчетные значения Y , значения Y_n , полученные с помощью уравнения линейной регрессии, а также значения Ync4 и Ync8, вычисленные по формуле (11.39) соответственно с использованием четырех и восьми гармоник. Значения, соответствующие времени $t = 33 - 42$, при этом являются прогнозными.

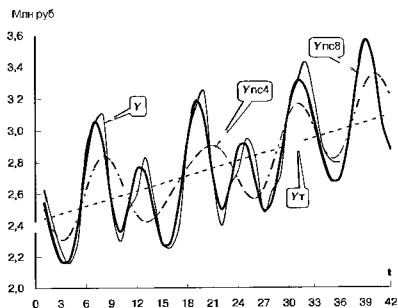


Рис. 11.24. Графики фактических, теоретических и прогнозных значений

Как видно из диаграммы, четырех гармоник для получения приемлемого приближения оказывается недостаточно, в то время как разложение Фурье с восемью гармониками дает достаточно хорошие результаты.

11.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение ряда динамики социально-экономических явлений
2. Какие виды рядов динамики вы знаете?
3. Как проводится расчет среднего уровня в рядах динамики?
4. Какие показатели изменения уровней рядов динамики вам известны?
5. Для каких целей и какими методами проводится выравнивание рядов динамики?
6. С помощью каких методов может проводиться прогнозирование социально-экономических явлений?
7. Какие методы статистического изучения сезонных колебаний вы знаете?
8. Укажите, к какому виду относятся ряды, характеризующие динамику следующих показателей:
 - 1) затраты на мероприятия по охране труда по годам;
 - 2) численность рабочих и служащих отрасли по состоянию на начало каждого квартала,
 - 3) стоимость производственных фондов предприятия по состоянию на начало каждого месяца;
 - 4) ввод в действие жилых домов по кварталам года;
 - 5) оборот инвестиционных компаний по ценным бумагам по годам,
 - 6) средняя месячная заработная плата занятых в экономике по месяцам года;
 - 7) урожайность сельскохозяйственных культур по годам;
 - 8) производство продукции на душу населения по годам,
 - 9) средний размер вкладов в отделения банка по состоянию на конец каждого месяца;
 - 10) ежедневный объем поставок продукции;
 - 11) ежедневный остаток товаров в магазине.
9. Жилищный фонд одного из районов города по состоянию на конец года характеризуется следующими данными, тыс. м².

Показатель	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
В старых границах района	4,1	4,3	4,7	—	—	—	—
В новых границах района	—	—	5,9	5,8	6,2	6,4	6,3

Укажите причины несопоставимости уровней ряда динамики для сравнительного анализа. Приведите уровни ряда динамики к сопоставимому виду. Изобразите полученный ряд динамики графически.

10. Имеются следующие данные об инвестициях в основной капитал в Российской Федерации, млрд руб. в год.

2005	2006	2007	2008	2009	2010
3611,1	4730,0	6716,2	8781,6	7976,0	9151,4

Укажите вид ряда динамики. Определите средний объем инвестиций в основной капитал за 2005–2010 гг.

11. Известны следующие данные о начисленной средней месячной заработной плате в расчете на одного работника, тыс. руб.

Год	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2011	17,0	17,1	17,2	17,4	17,6	17,7	17,8	17,9	17,8	20,0	20,1	20,1
2012	20,1	20,2	20,3	20,3	20,4	20,5	20,6	20,8	21,2	21,4	21,5	22,0

Укажите вид ряда динамики. Определите средний месячный уровень начисленной заработной платы за каждый год.

12. Известны следующие данные об обороте розничной торговли города (за период с начала года), млрд руб.

Год	Месяц			
	март	июнь	сентябрь	декабрь
2011	627,7	1 711,7	2 674,9	3 764,3
2012	1 010,5	2 079,0	3 217,8	4 514,8

Укажите вид ряда динамики. Определите за каждый год.

- средний месячный размер оборота розничной торговли в каждом квартале и за год в целом,
- средний квартальный размер оборота розничной торговли,
- средний годовой размер оборота розничной торговли

13. За первое полугодие имеем следующие данные о численности безработных, зарегистрированных в органах государственной службы занятости региона, тыс. человек.

На начало месяца						
I	II	III	IV	V	VI	VII
15,0	15,4	15,5	15,6	15,8	15,1	15,6

Укажите вид ряда динамики. Определите среднюю численность безработных

- в январе;
- в I квартале;
- во II квартале;
- в первом полугодии.

14. Известны следующие данные об остатках вкладов физических лиц в отделениях банка, тыс. руб.

Дата	Сумма
01.01.2011	11 400
01.04.2011	14 220
01.07.2011	14 528
01.10.2011	15 622
01.01.2012	15 826

Укажите вид ряда динамики. Определите средний остаток вкладов населения:

- а) в каждом квартале,
б) в 2011 г.

15. Имеются следующие данные о наличии оборотных средств в организации, тыс. руб.

Дата	Сумма
01.01.2011	580
01.02.2011	589
01.07.2011	620
01.09.2011	670
01.01.2012	690

Укажите вид ряда динамики. Определите средний остаток оборотных средств в 2011 г.

16. Известны следующие данные об изменениях в списочном составе работников банка за январь, человек.

Состояло по списку на 1 января	205
Уволено с 9 января	5
Уволено с 12 января	2
Зачислено с 16 января	3
Уволено с 19 января	4
Зачислено с 27 января	2

Определите среднюю списочную численность работников банка в январе

17. Известны следующие данные о движении денежных средств на расчетном счете клиента в I квартале, тыс. руб.

Остаток денежных средств на 1 января	350
Внесено 21 января	250
Выдано 9 февраля	100
Поступило по переводу 22 февраля	600
Выдано 15 марта	200

Определите средний остаток вклада:

- а) в январе;
- б) в феврале;
- в) в I квартале.

18. Данные о добыче нефти в Российской Федерации следующие.

Год	2006	2007	2008	2009	2010
Добыча нефти, млн т	462	473	472	479	486

Для анализа динамики добычи нефти определите:

- а) средний уровень ряда;
- б) абсолютные приросты (цепные и базисные);
- в) среднегодовой абсолютный прирост за 2006—2010 гг.;
- г) темпы роста и прироста (цепные и базисные);
- д) среднегодовые темпы роста и прироста за 2006—2010 гг.;
- е) абсолютное значение одного процента прироста (по годам).

19. Известны следующие данные о жилищном фонде (общей площади жилых помещений) по состоянию на конец года в регионе.

Показатели	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Жилищный фонд, млн м ²	2 917	2 955	3 003	3 060	3 116	3 177	3 229
Общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на одного жителя, м ²	20,5	20,9	21,3	21,5	22,0	22,4	22,6

Для анализа динамики жилищного фонда, а также обеспеченности населения жильем, рассчитайте следующие показатели за 2004—2010 гг.:

- а) средний уровень ряда;
- б) абсолютные приросты (цепные, базисные, средние);
- в) темпы роста и прироста (цепные, базисные, средние);
- г) абсолютное значение 1% прироста (по годам).

Изобразите графически ряды динамики, используя разные виды графиков.

20. Известны следующие данные о выплатах по договорам страхования, заключенным с физическими лицами.

Показатель	2006	2007	2008	2009	2010
Выплаты по договорам добровольного страхования, заключенным с физическими лицами, млн руб.	65 143,0	75 803,1	100 409,9	124 742,1	114 617,0

Проанализируйте динамику выплат по договорам страхования, заключенным с физическими лицами за указанные годы, с помощью следующих показателей:

- а) средний уровень ряда;
- б) абсолютные приросты (цепные, базисные, средние);
- в) темпы роста и прироста (цепные, базисные, средние);

г) абсолютное значение одного процента прироста (по годам).
Изобразите графически данный ряд динамики.

21. Данные о темпах роста объема отгруженной продукции организации следующие.

Год	Темп роста, % к 2006 г	Темп роста, % к предыдущему году
2007	102,0	
2008		102,3
2009	106,6	
2010	108,2	
2011		102,4
2012		102,8

Определите недостающие показатели в таблице. Рассчитайте среднегодовые темпы роста и прироста объема продукции за период с 2006 по 2012 г.

22. Темпы роста вкладов физических лиц в отделениях банка характеризуются следующими данными, к предыдущему году.

Показатель	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Темпы роста, %	104	106	105	106	106	107	108	109

Определите:

- 1) базисные темпы роста (приняв за базу показатель 2008 г);
- 2) среднегодовые темпы роста и прироста за периоды:
 - а) 2005—2008 гг;
 - б) 2008— 2012 гг ;
 - в) в целом за период с 2004 по 2012 г.
23. Темпы прироста числа застрахованных объектов характеризуются следующими данными, % к предыдущему году

Показатель	2008	2009	2010	2011	2012
Темп прироста	+4,6	+4,2	+4,6	+4,8	+5,3

Определите.

- а) базисные темпы роста (приняв за базу показатель 2009 г.);
- б) базисные темпы роста (приняв за базу показатель 2010 г.);
- в) среднегодовые темпы роста и прироста за весь рассматриваемый период
24. Темпы снижения числа правонарушений в финансовой сфере по региону характеризуются следующими данными, % к 2009 г.

Показатель	2010	2011	2012
Темп снижения	-2,5	-1,8	-0,5

Определите:

- а) цепные темпы снижения числа правонарушений;

- б) среднегодовой темп снижения числа правонарушений за рассматриваемый период.

25. Известны следующие данные об изменении затрат на один рубль произведенной продукции по организации, % к предыдущему месяцу

Февраль	Март	Апрель
+2,5	+2,7	+3,0

Определите, как изменились затраты на один рубль произведенной продукции в апреле по сравнению с январем.

26. Абсолютные приросты объема отгруженной продукции организации характеризуются следующими данными (по сравнению с предыдущим годом).

Показатель	2010	2011	2012
Абсолютный прирост, млн т	+1,2	+1,4	+1,5

Известно, что в 2011 г. по сравнению с 2010 г. объем отгруженной продукции организации увеличился в 1,05 раза. Определите за рассматриваемый период:

- а) среднегодовой абсолютный прирост объема отгруженной продукции;
б) среднегодовые темпы роста и прироста объема отгруженной продукции

27. Товарооборот организации (в сопоставимых ценах) составил в 2012 г. 9200 тыс. руб., а в 2008 г. — 8480 тыс. руб. Определите за рассматриваемый период:

- а) среднегодовой абсолютный прирост товарооборота;
б) среднегодовые темпы роста и прироста товарооборота

28. Покупка населением иностранной валюты через кредитные организации региона увеличилась за период с 2006 по 2012 г. в 4,035 раза, а вклады физических лиц в отделения банков, находящихся на территории региона, — на 206,7%. Определите среднегодовые темпы роста объемов покупки иностранной валюты через кредитные организации региона и вкладов физических лиц за период с 2006 по 2012 г.

29. Грузооборот автомобильного транспорта региона в 2012 г. по сравнению с 2008 г. увеличился в 2,58 раза, а в 2008 г. по сравнению с 2005 г. его прирост составил 109,5%. Определите:

- а) темп роста грузооборота автомобильного транспорта за 2005–2012 гг.;
б) среднегодовой темп роста этого показателя за 2005–2012 гг. и за 2008–2012 гг.

30. Объем перевозок пассажиров в регионе за период с 2006 по 2010 г. увеличился в 1,65 раза, а за период с 2010 по 2012 г. — на 22,5%. Определите за период с 2006 по 2012 г.:

- а) темп роста объема перевозок пассажиров;
б) среднегодовой темп прироста объема перевозок.

31. В соответствии с планом развития кредитной организации число клиентов в 2012 г. должно составить 12 800 человек. Определите, как должна развиваться клиентская база кредитной организации (среднегодовые темпы роста и прироста, а также среднегодовой абсолютный прирост), если в 2010 г. число клиентов составляло 11 400 человек.

32. Ниже приведены показатели деятельности страховых организаций.

Показатель	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Число заключенных договоров страхования, млн	138,1	133,4	147,2	157,8	120,0	128,1
Страховые премии (взносы) по заключенным договорам, трлн руб.	506,2	614,0	775,1	954,8	979,1	1036,7

Проанализируйте динамику указанных показателей. Приведите ряды динамики к одному основанию. Изобразите полученные ряды графически.

33. Известны следующие данные, характеризующие банковские вклады физических лиц (на рублевых счетах) в Сбербанке России (на начало года).

Показатель	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Всего на рублевых счетах, млрд руб.	1 225,3	1 771,0	2 391,9	2 587,9	3 148,9	4 195,8
Средний размер вклада, руб.	4 612	6 373	8 221	8 469	9 901	12 415

Проанализируйте динамику следующих показателей:

- средний размер вклада;
- остатки вкладов на рублевых счетах;
- количество рублевых счетов вкладчиков.

Приведите ряды динамики к одному основанию и изобразите их на графике.

34. Годовые денежные доходы населения Российской Федерации и банковские вклады (депозиты) физических лиц в Сбербанке России характеризуются следующими данными.

Показатель	2006	2007	2008	2009	2010
Среднедушевые денежные доходы населения (в месяц), руб.	1 225,3	1 771,0	2 391,9	2 587,9	3 148,9
Средний размер вклада на начало года, руб.	4 612	6 373	8 221	8 469	9 901
на рублевых счетах	4 612	6 373	8 221	8 469	9 901
на валютных счетах	79 190	73 832	75 541	125 942	138 149

Проанализируйте динамику указанных показателей. Приведите ряды к одному основанию. Изобразите полученные ряды графически.

35. Известны следующие данные по организациям региона об объеме отгруженной продукции по месяцам 2012 г.

Месяц	I	II	III	IV	V	VI
Млн руб.	10,7	11,5	11,6	11,3	13,3	12,3
Месяц	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Млн руб.	13,6	13,5	14,6	15,0	13,4	14,2

Для изучения общей тенденции изменения объема отгруженной продукции проведите **выравнивание** ряда методом укрупнения интервалов.

36. Данные по региону об урожайности зерновых культур следующие

Год	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Урожайность, ц/га	15,0	15,1	16,3	16,4	17,0	17,9
Год	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Урожайность, ц/га	19,4	19,6	17,8	18,2	18,8	18,5

Для изучения общей тенденции изменения урожайности зерновых культур по региону проведите **сглаживание** ряда методом скользящей средней.

37. Известны следующие данные об обороте розничной торговли региона за ряд лет, млрд руб.

Квартал	2007	2008	2009	2010	2011	2012
I	39,4	42,3	46,8	48,1	48,2	49,7
II	39,7	45,0	48,5	48,8	50,3	51,3
III	44,9	45,4	50,0	47,5	50,4	52,0
IV	45,0	47,0	49,2	48,9	51,0	51,0

Для изучения **динамики** оборота розничной торговли региона проведите **сглаживание** квартальных уровней методом скользящей средней, используя Excel:

- по трем членам;
- четырем членам;
- 12 членам.

38. Известны следующие данные об объеме инвестиций по региону, млн руб.

Год	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Показатель	77,0	78,1	81,6	78,9	87,0	87,9	84,3	87,9	89,3

Проведите **аналитическое выравнивание** ряда по прямой. Изобразите **эмпирический** ряд и **выравненный** ряд графически. На основании выравнивания проведите **экстраполяцию** ряда до 2014 г.

39. Имеем следующие данные о динамике оборотных активов организации, млн руб

Год	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Показатель	12,1	13,0	14,2	15,6	15,4	15,7	17,6	15,5	16,6	17,2

Проведите аналитическое выравнивание ряда. Изобразите эмпирический и выравненный ряды динамики графически. На основании выравнивания проведите экстраполяцию ряда на 2013 г. Выполните вычисления, используя Excel.

40. Известны следующие данные об объеме торгов на фондовой бирже, млн руб.

Год	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Показатель	190	194	200	207	216	227	240	256	273

С помощью Excel проведите аналитическое выравнивание ряда и постройте график по эмпирическим и теоретическим данным.

41. Численность населения города на 1 января 2011 г. составляла 625,0 тыс. человек, а на 1 января 2012 г. – 626,5 тыс. человек. Определите возможную численность населения города к началу 2015 г. при сохранении ежегодного темпа прироста населения на уровне среднегодового темпа прироста за предыдущие годы.

42. Известны следующие данные о страховых выплатах, млн руб

Год	Сумма	Год	Сумма
2001	26,5	2007	71,8
2002	33,6	2008	81,2
2003	40,2	2009	91,1
2004	49,3	2010	100,8
2005	57,5	2011	111,1
2006	64,0	2012	122,5

Средствами Excel проведите аналитическое выравнивание ряда. Для уравнения тренда используйте несколько функций и на альтернативной основе выберите наилучшую. Постройте график по эмпирическим и теоретическим данным.

43. Известны следующие данные о количестве выполненных заказов, тыс.

Год	2005	2008	2007	2006	2009	2010	2011	2012
Показатель	36,0	39,0	42,5	46,1	49,6	53,1	56,6	59,6

Средствами Excel проведите аналитическое выравнивание ряда по показательной функции и постройте график по эмпирическим и теоретическим данным. Составьте прогноз количества заказов на 2008 г. (разными методами)

44. Имеем следующие данные о доходах банка от операций с ценными бумагами, млн руб

Год	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Показатель	340	364	387	373	394	425

Средствами Excel проведите аналитическое выравнивание ряда. Для уравнения тренда используйте несколько функций и на альтернативной основе выберите наилучшую. Постройте график.

45. Известны следующие данные о выручке от реализации услуг туристическими фирмами, млн руб

Месяц	Годы		
	2010	2011	2012
Январь	15,0	16,0	15,0
Февраль	13,0	12,0	12,0
Март	10,0	11,0	10,0
Апрель	11,0	12,0	13,0
Май	14,0	15,0	14,0
Июнь	18,0	20,0	17,0
Июль	18,0	21,0	19,0
Август	19,0	22,0	22,0
Сентябрь	18,0	20,0	20,0
Октябрь	17,0	16,0	17,0
Ноябрь	16,0	16,0	15,0
Декабрь	19,0	17,0	19,0

Для анализа внутритрдовой динамики определите с помощью Excel индексы сезонности методом постоянной средней. Изобразите графически сезонную волну развития изучаемого явления по месяцам года. Если в 2013 г. общая сумма выручки от реализации туристических услуг может достичь 220 млн руб., определите, какими могут быть ежемесячные объемы выручки от реализации услуг туристическими фирмами

46. Данные, представленные страховой компанией о страховых случаях при страховании домашнего имущества населения, за ряд лет следующие

Месяц	2010	2011	2012
Январь	263	283	295
Февраль	242	257	284
Март	224	229	249
Апрель	216	226	262
Май	231	240	272
Июнь	288	292	315
Июль	305	315	330
Август	310	324	343
Сентябрь	250	270	320
Октябрь	230	240	290
Ноябрь	250	264	281
Декабрь	260	275	280

С помощью Excel выполните следующее задание.

- постройте график ряда динамики;
 - рассчитайте центрированные скользящие средние (по 12 членам);
 - рассчитайте отношения фактических данных к соответствующим скользящим средним и средние индексы сезонности;
 - определите скорректированные на сезонность значения уровней ряда динамики;
 - определите параметры уравнения тренда по скорректированным на сезонность уровням ряда;
 - постройте прогноз на 2013 г. с учетом внутригодовой динамики
47. Заполните таблицу недостающими показателями

Год	Ввод в действие жилых домов (тыс. м ² общей площади)	По сравнению с 2008 г.			
		абсолютный прирост, тыс. м ²	коэффициент роста	темпы прироста, %	абсолютное значение 1% прироста, тыс. м ²
2008					
2009	93,5				0,902
2010		+6,35			
2011			1,07		
2012				+8	

48. Заполните таблицу недостающими показателями

Год	Страховые взносы, тыс. руб.	По сравнению с предыдущим годом			
		абсолютный прирост, тыс. руб.	темпы роста, %	темпы прироста, %	абсолютное значение 1% прироста, тыс. руб.
2008					
2009			103,5		2,08
2010		+10,8			
2011			104,8		
2012				+5,8	

49. Известны следующие данные об изменении потребительских цен на товары и услуги, % к предыдущему месяцу

Месяц	Год		Месяц	Год	
	2011	2012		2011	2012
Январь	126	118	Июль	122	105
Февраль	125	111	Август	126	115
Март	120	107	Сентябрь	123	108
Апрель	119	108	Октябрь	120	115
Май	118	107	Ноябрь	116	115
Июнь	120	108	Декабрь	113	116

Проведите выравнивание динамического ряда, используя периодическую функцию ряда Фурье с одной и двумя гармониками. Сравните полученные результаты путем расчета сумм квадратов отклонений исходных и выровненных данных. Вычислите индексы сезонности как отношение выровненных месячных уровней к среднегодовому уровню. Повторите расчеты с помощью Excel и постройте график сезонной волны. Для решения задачи используйте следующую таблицу.

t	$\cos t$	$\cos 2t$	$\sin t$	$\sin 2t$
0	1	1	0	0
$\frac{\pi}{6}$	0,866	0,5	0,5	0,866
$\frac{\pi}{3}$	0,5	-0,5	0,866	0,866
$\frac{\pi}{2}$	0	-1	1	0
$\frac{2\pi}{3}$	-0,5	-0,5	0,866	-0,866
$\frac{5\pi}{6}$	-0,866	0,5	0,5	-0,866
π	-1	1	0	0
$\frac{7\pi}{6}$	-0,866	0,5	-0,5	0,866

Продолжение

t	$\cos t$	$\cos 2t$	$\sin t$	$\sin 2t$
$\frac{4\pi}{3}$	-0,5	-0,5	-0,866	0,866
$\frac{3\pi}{2}$	0	-1	-1	0
$\frac{5\pi}{3}$	0,5	-0,5	-0,866	-0,866
$\frac{11\pi}{6}$	0,866	0,5	-0,5	-0,866

50. Имеются следующие данные об объемах отгруженной продукции организации, тыс. руб.

Квартал	Год			
	2009	2010	2011	2012
I	2 850,7	3 516,8	4 479,2	5 661,8
II	3 107,8	3 969,8	5 172,9	6 325,8
III	3 629,8	4 615,2	5 871,7	7 248,1
IV	3 655,0	4 946,4	6 096,2	7 545,4

Спрогнозируйте объемы отгруженной продукции организации в первых двух кварталах 2013 г. с учетом сезонности работы. Решите задачу с помощью разложения Фурье, используя средства Excel

51. Известны следующие данные о деятельности организаций розничной торговли на территории региона.

Показатель	Год				
	2008	2009	2010	2011	2012
Среднегодовая численность работников, тыс. человек	28	30	31	32	31
Розничный товароборот, млн руб.	1 377	1 432	1 475	1 564	1 640
Издержки обращения, млн руб.	206	240	250	250	313

Исследуйте взаимосвязь между:

- а) объемом розничного товарооборота и среднегодовой численностью работников;

- б) объемом розничного товарооборота и суммой издержек обращения
- Для этих целей проверьте наличие автокорреляции в соответствующих рядах динамики. Проведите аналитическое выравнивание сравниваемых рядов. Вычислите коэффициенты корреляции по отклонениям от тренда. Постройте уравнения регрессии по отклонениям от тренда. Проведите расчеты с помощью Excel

52. В I квартале количество операций банков составило 48 293, во II — 57 381. Индекс сезонности для I квартала равен 0,933, для II — 1,113. Определите темпы прироста количества операций банков во II квартале по сравнению с I кварталом по исходным данным и по данным, скорректированным на сезонность. Сформулируйте выводы.
53. Выручка аудиторско-консалтинговых фирм, полученная за предоставление услуг в области международных стандартов по финансовой отчетности (МСФО), уменьшилась с 1256 тыс. руб. в I квартале до 1167 тыс. руб. — во II. Определите темпы роста выручки за услуги в области МСФО во II квартале по сравнению с I кварталом по исходным данным и с учетом сезонности, если индекс сезонности для I квартала равен 1,189, а для II — 0,937. Сформулируйте выводы.
54. В таблице приведены квартальные данные о прибыли банков.

Год	Квартал	Прибыль, млн руб.
2010	I	4,4
	II	7,5
	III	8,3
	IV	4,5
2011	I	5,2
	II	8,9
	III	9,7
	IV	5,2
2012	I	5,7
	II	9,3
	III	9,8
	IV	6,0

Задание:

- постройте график ряда динамики прибыли банков;
 - расчитайте центрированные скользящие средние и нанесите сглаженные значения ряда динамики на график;
 - определите средние индексы сезонности (сезонную волну);
 - определите скорректированные на сезонность значения уровней ряда динамики;
 - определите уравнение тренда;
 - постройте квартальные прогнозы на следующий год с учетом сезонности;
 - сравните фактические и скорректированные на сезонность значения прибыли в IV квартале и III квартале первого года.
- Сформулируйте выводы.

55. На основании исследования квартальной динамики страховых взносов получены
- уравнение линейного тренда $y_t = 44 + 3,07t$, где t — номер квартала ($t = 1, 2, 3, \dots$), причем первый номер ($t = 1$) соответствует I кварталу 2007 г.;
 - квартальные индексы сезонности, равные соответственно, 1,46; 0,54, 0,75 и 1,25
- Определите квартальные прогнозные значения показателя страховых взносов для 2013 и 2014 гг. В каком году в соответствии с прогнозной моделью страховые взносы в годовом измерении достигнут 600 млн руб.?
56. Исследуется квартальная динамика количества договоров, заключенных страховыми компаниями. Значения линейного тренда для четырех кварталов 2012 г. равны 1000, 1025, 1050 и 1075. Индексы сезонности составляют 0,88, 0,89; 1,27; 0,96.
- Определите по кварталам 2012 г. с учетом сезонных колебаний прогнозные количества договоров, которые могут быть заключены страховыми компаниями
57. Найдите в Интернете, статистическом сборнике, финансово-экономическом журнале или газете таблицу, данные которой представляют собой квартальный ряд динамики за несколько лет (по крайней мере, за три года). Скопируйте эту таблицу.
- Задание:
- постройте график ряда динамики и на его основе установите, какова основная тенденция развития явления, есть ли сезонные колебания;
 - рассчитайте центрированные скользящие средние; объясните, почему в расчетах скользящих средних необходимо использовать данные за год;
 - рассчитайте отношения фактических данных к соответствующим скользящим средним, назовите компоненту ряда динамики, которую они представляют;
 - определите скорректированные на сезонность значения уровней ряда динамики;
 - определите уравнение тренда;
 - постройте квартальные прогнозы на следующий год с учетом сезонности.
58. Найдите в Интернете, статистическом сборнике, финансово-экономическом журнале или газете представляющие для вас интерес данные в виде годового ряда динамики (за период не менее 10 лет). Скопируйте таблицу.
- Задание
- постройте график,

- б) определите уравнение тренда;
в) постройте прогноз на два последующих года.

59. Определите величину структурных сдвигов в ВВП России за 2006–2011 гг. по следующим данным, млрд руб.

Показатель	2006	2011
Валовой внутренний продукт, в том числе:		
оплата труда наемных работников	26 917,2	54 585,6
чистые налоги на производство	11 985,9	27 167,6
валовая прибыль и валовые смешанные доходы	5 386,7	10 899,1
	9 544,6	16 518,9

60. Темп роста общей выручки аудиторско-консалтинговых фирм за все предоставленные услуги составил 112,3%, причем темп роста выручки за предоставление услуг в области банковского аудита — 118,9%.
Как изменилась доля выручки за услуги в области банковского аудита в общей выручке аудиторско-консалтинговых фирм?
61. В текущих ценах в 2011 г. ВВП России увеличился по сравнению с 2007 г. в 1,642 раза, а валовая добавленная стоимость вида экономической деятельности «Финансовая деятельность» — в 1,553 раза.
Как изменился вклад этого вида экономической деятельности в ВВП в 2011 г. по сравнению с 2007 г.? Каков вклад этого вида экономической деятельности в темп роста экономики, если его удельный вес в ВВП в 2007 г. составил 3,8%?

12.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Индексы — величины, которые выражают соотношение уровней социально-экономических явлений и используются для решения таких задач, как:

- обобщающая характеристика изменения одноименного показателя по разнородной совокупности во времени, в пространстве или по сравнению с некоторым заданным уровнем (например, планируемым или нормативным);
- анализ влияния отдельных факторов на изучаемое явление;
- оценка динамики среднего показателя по однородной совокупности, в том числе за счет изменений ее структуры.

Величина, *изменение* которой изучается с помощью индекса, называется *индексируемой величиной*.

В индексной *методологии* принята следующая система обозначений:

- q_0, q_1 — количество единиц (или физический объем) продукции (товаров) в натуральных единицах измерения;
- p_0, p_1 — цена единицы продукции (товара);
- z_0, z_1 — себестоимость единицы продукции,
- t_0, t_1 — затраты рабочего времени на производство единицы продукции (трудоемкость продукции);
- w_0, w_1 — количество продукции, выработанной одним работником в единицу времени (производительность труда);
- T_1 и T_0 — затраты труда на производство продукции ($T = t \cdot q$).

Подстрочные обозначения «0» и «1» указывают на временной период. Период времени, по отношению к которому производят сравнение, называют базисным и обозначают через «0», а тот период, который сравнивают с базисным, — отчетным и обозначают через «1».

Индексы можно *классифицировать* по степени охвата элементов изучаемой совокупности, характеру индексируемой величины, а также методологии их расчета.

По степени охвата элементов изучаемой совокупности различают: индивидуальные и общие (сводные) индексы.

Индивидуальный индекс (i) — это относительный показатель, отражающий изменение отдельного элемента сложного экономического явления. Пусть x — индексируемая величина. Тогда индивидуальный индекс можно записать следующим образом:

$$i_x = \frac{x_1}{x_0}, \quad (12.1)$$

где x_1 — значение индексируемой величины в текущем периоде;
 x_0 — значение индексируемой величины в базисном периоде

Приведем формулы некоторых индивидуальных индексов.

1. Индивидуальный индекс цен: $i_p = \frac{P_1}{P_0}$.
2. Индивидуальный индекс себестоимости: $i_z = \frac{z_1}{z_0}$.
3. Индивидуальный индекс производительности труда: $i_w = \frac{w_1}{w_0}$.
4. Индивидуальный индекс трудоемкости: $i_t = \frac{t_1}{t_0}$.

Пример 1. В I квартале предприятие продало 1200 штук изделия «А» по цене 120 руб. за штуку, а во II — 1300 штук по цене 125 руб. Индивидуальные индексы рассчитываются следующим образом:

— индекс физического объема реализованной продукции:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \cdot 100\% = \frac{1300}{1200} \cdot 100\% = 108,3(\%);$$

— индекс цен:

$$i_p = \frac{P_1}{P_0} \cdot 100\% = \frac{125}{120} \cdot 100\% = 104,2(\%).$$

Объем реализации продукции «А» во II квартале по сравнению с I возрос на 8,3%, а цены за этот период — на 4,2%.

Общий (сводный) индекс (I) представляет собой соотношение уровней сложного экономического явления, состоящего из элементов непосредственно несоизмеримых. Он дает обобщающую характеристику изменения одноименного показателя по разнородной совокупности во времени, в пространстве или по сравнению с некоторым заданным уровнем (например, планируемым или нормативным). Например, с помощью сводных индексов изучают динамику общего уровня цен потребительских товаров, изменение среднего уровня заработной платы занятых в экономике, динамику объема промышленной продукции и т.д. Способ построения общих индексов зависит от содержания изучаемых явлений, исходных статистических данных и целей исследования.

В зависимости от характера индексируемой величины различают: индексы количественных (объемных) показателей и индексы качественных показателей. Методология исчисления общих индексов количественных и качественных показателей имеет свою специфику. К количественным (объемным) показателям относят, например, количество произведенной или реализованной продукции, посевную площадь, затраты труда. Качественные показатели — это цены, себестоимость единицы продукции, урожайность, производительность труда и т.д.

По способу (форме) построения общие (сводные) индексы подразделяются на *агрегатные, средние, переменного состава, постоянного состава и индексы влияния структурных сдвигов*.

Основная формула для расчета сводного индекса — агрегатная, в которой присутствует два элемента:

- индексируемая величина, изменение которой показывает индекс (x);
- некоторая постоянная величина, называемая весом индекса (f); с помощью весов несоизмеримые величины сложного социально-экономического явления приводятся к сопоставимому виду.

Поскольку суммировать значение признака x по элементам разнородной совокупности неправомерно (например, суммировать цены товаров в розничной торговле), находят такой связанный с ним признак (f), при котором произведение xf имеет экономическое содержание и может суммироваться по всем единицам разнородной совокупности.

Общая формула агрегатного индекса может быть записана следующим образом:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f}{\sum x_0 f}, \quad (12.2)$$

где x_1 и x_0 — значения индексируемой величины, соответственно, в отчетном и базисном периоде,
 f — вес или соизмеритель, значения этого показателя у всех единиц совокупности при исчислении индекса должны быть взяты на уровне одного и того же периода — отчетного или базисного, с тем, чтобы индекс показал изменение только индексируемой величины

В теории индексов обычно придерживаются следующего правила: индексы качественных показателей строятся с весами отчетного периода (при этом в роли соизмерителей используется какой-либо количественный показатель), тогда формула агрегатного индекса (12.2) примет вид

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}, \quad (12.3)$$

индексы количественных показателей строятся с весами базисного периода (в этом случае соизмерителем служит какой-либо качественный показатель), и формула агрегатного индекса (12.2) в этом случае будет следующей

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0}. \quad (12.4)$$

Такое построение агрегатных индексов позволяет получить систему взаимосвязанных индексов и провести анализ влияния отдельных факторов на изменение обобщающих результативных показателей.

Пример 2. Допустим, известны данные по организации о количестве реализованной разнородной продукции в натуральном выражении и ценах за два периода времени.

Вид продукции	Произведено продукции, шт		Цена за 1 шт., тыс. руб	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
	q_0	q_1	p_0	p_1
А	1 250	1 400	6,0	6,25
Б	3 750	4 500	4,5	4,00
В	2 500	3 100	7,0	6,75

Динамику объема реализации продукции в целом по предприятию нельзя охарактеризовать отношением $\frac{\sum q_1}{\sum q_0}$. Для сравнения объ-

емов реализованной разнородной продукции в отчетном и базисном периодах необходимо привести данные к единой, общей мере, например использовать стоимостную оценку продукции. Умножая цены на количество реализованной продукции каждого вида и суммируя произведения, получаем общий объем реализованной продукции в стоимостном выражении.

Агрегатный индекс физического объема продукции рассчитывается по формуле

$$I_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0}. \quad (12.5)$$

$$I_q = \frac{1400 \cdot 6,0 + 4500 \cdot 4,5 + 3100 \cdot 7,0}{1250 \cdot 6,0 + 3750 \cdot 4,5 + 2500 \cdot 7,0} = \frac{50\,350}{41\,875} = 1,202, \text{ или } 120,2 (\%).$$

Объем реализованной продукции увеличился в отчетном периоде по сравнению с базисным на 20,2%. В этом показателе индексируемая величина — количество реализованной продукции, а веса — цены базисного периода.

Изменение цен на реализованную предприятием продукцию также нельзя охарактеризовать отношением $\frac{\sum p_1}{\sum p_0}$. Сравнивать можно

только стоимость реализованной разнородной продукции. Для этого цены на количество реализованной продукции каждого вида умножают, а полученные произведения суммируют.

Агрегатный индекс цен на реализованную продукцию исчисляется следующим образом:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \quad (12.6)$$

$$I_p = \frac{6,25 \cdot 1400 + 4,0 \cdot 4500 + 6,75 \cdot 3100}{6,0 \cdot 1400 + 4,5 \cdot 4500 + 7,0 \cdot 3100} = \frac{47\,675}{50\,350} = 0,947, \text{ или } 94,7 (\%)$$

Цены на реализованную продукцию в среднем снизились на 5,3% в отчетном периоде по сравнению с базисным. В этом показателе индексируемая величина — цена на продукцию, а веса — количество продукции, реализованной в отчетном периоде.

Если разделить стоимость реализованной продукции отчетного периода ($\sum p_1 q_1$) на стоимость продукции базисного периода ($\sum p_0 q_0$), то получим индекс стоимости реализованной продукции:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}; \quad (12.7)$$

$$I_{pq} = \frac{47\,675}{41\,875} = 1,138, \text{ или } 113,8(\%).$$

Это означает увеличение стоимости реализованной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным на 13,8%.

Построим *индексную модель*, отражающую взаимосвязь динамики трех показателей — стоимости продукции, цен и количества реализованной продукции:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q; \\ \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (12.8)$$

Одна из задач индексного метода — *анализ влияния отдельных факторов на изучаемое явление*. Индексы рассматривают как показатели относительного изменения результирующего показателя за счет отдельных факторов. Так, при исчислении рассмотренных выше общих агрегатных индексов мы каждый раз сопоставляли стоимость реализованной продукции либо при постоянных ценах, либо при постоянных объемах продукции. Следовательно, в данном случае агрегатные индексы — это показатели относительного изменения стоимости реализованной продукции за счет того или иного фактора. Кроме того, на их основе можно определить абсолютное изменение стоимости реализованной продукции за счет каждого фактора.

Общее изменение стоимости продукции в абсолютном выражении исчисляется как разность между числителем и знаменателем общего индекса стоимости реализованной продукции:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 47\,675 - 41\,875 = 5800.$$

Исходя из того, что на изменение стоимости продукции оказывают влияние два фактора (количество реализованной продукции и цены), рассчитаем влияние каждого из этих факторов в отдельности (тыс. руб.):

прирост стоимости продукции в абсолютном выражении за счет изменения количества реализованной продукции исчисляется как разность между числителем и знаменателем индекса физического объема продукции:

$$\Delta_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 50\,350 - 41\,875 = 8475;$$

изменение стоимости реализованной продукции в абсолютном выражении за счет снижения цен исчисляется как разность между числителем и знаменателем индекса цен:

$$\Delta_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 47\,675 - 50\,350 = -2675.$$

Проверим взаимосвязь исчисленных показателей:

$$I_{pq} = I_q \cdot I_p = 1,202 \cdot 0,947 = 1,138;$$

$$\Delta_{pq} = \Delta_q + \Delta_p = 8475 - 2675 = 5\,800$$

Таким образом, во II квартале стоимость реализованной продукции возросла на 13,8%, что составило 5800 тыс. руб., в том числе за счет увеличения количества реализованной продукции на 20,2%, или на 8475 тыс. руб. Снижение уровня цен повлекло за собой уменьшение стоимости реализованной продукции на 5,3%, или 2675 тыс. руб.

В теории статистики существует несколько подходов к решению проблемы выбора системы взвешивания, в частности в индексах цен, и соответственно несколько формул расчета этих индексов, названных по имени авторов, их разработавших. Наибольшую известность получили индексы Пааше, Ласпейреса и Фишера.

При расчете индекса цен по формуле Пааше в качестве веса берется количество продукции в текущем периоде (см. формулу (12.6)). С помощью этого индекса определяется изменение цен на товары, реализованные или приобретенные в текущем периоде.

При расчете индекса цен по формуле Ласпейреса в качестве веса используются количества продукции, приобретенные в базисном периоде.

$$I_p = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0}. \quad (12.9)$$

Данный индекс характеризует изменение цен на товары, реализованные в базисном периоде. По такой схеме обычно строятся индексы стоимости жизни, когда хотят оценить изменение стоимости фиксированного набора товаров, приобретаемых определенными группами населения.

Выбор той или иной формулы для оценки динамики цен зависит от принятой в стране методологии расчета, предоставленной информации и целей исследования.

Теоретически нет ответа на вопрос, какая из формул более точно характеризует изменение индексируемой величины (в данном случае – цен).

Американский экономист И. Фишер предложил использовать среднюю геометрическую из индексов цен Пааше и Ласпейреса

$$I_p = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}}. \quad (12.10)$$

Пример 3. Производство продукции характеризуется следующими данными.

Вид продукции	Себестоимость 1 шт., руб		Произведено, шт.	
	май	июнь	май	июнь
	z_0	z_1	q_0	q_1
А	300	290	2 400	1 660
Б	320	296	3 200	3 560

Покажем построение системы взаимосвязанных агрегатных индексов физического объема произведенной продукции, себестоимости и затрат на производство продукции.

Рассчитаем индивидуальные индексы себестоимости продукции:

$$i_{z_a} = \frac{z_1}{z_0} = \frac{290}{300} = 0,967, \text{ или } 96,7 (\%);$$

$$i_{z_b} = \frac{296}{320} = 0,925, \text{ или } 92,5 (\%)$$

Общий агрегатный индекс себестоимости продукции характеризует изменение общего уровня себестоимости по разнородной продукции в целом и рассчитывается по формуле (12.3), которая примет в этом случае следующий вид:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{290 \cdot 1660 + 296 \cdot 3560}{300 \cdot 1660 + 320 \cdot 3560} = \frac{1\,535\,160}{1\,637\,200} = 0,938, \text{ или } 93,8 (\%).$$

Числитель индекса отражает затраты на производство продукции отчетного периода, а знаменатель — величину затрат на производство продукции отчетного периода при уровне себестоимости базисного периода.

В июне по сравнению с маем себестоимость продукции «А» снизилась на 3,3%, а продукции «Б» — на 7,5%. В целом себестоимость продукции снизилась в июне на 6,2%.

Разность между числителем и знаменателем общего индекса себестоимости покажет сумму экономии (перерасхода) средств от снижения (увеличения) себестоимости продукции:

$$\Delta_z = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 \cdot q_1 = 1\,535\,160 - 1\,637\,200 = -102\,040 \text{ (руб.)}.$$

Этот же результат можно получить путем суммирования показателей экономии (перерасхода) по каждому виду продукции:

$$\Delta_{z_A} = (z_1 - z_0) \cdot q_1 = (290 - 300) \cdot 1660 = -16\,600 \text{ (руб.)};$$

$$\Delta_{z_B} = (296 - 320) \cdot 3560 = -85\,440 \text{ (руб.)};$$

$$\Delta_{z_{A+B}} = \Delta_{z_A} + \Delta_{z_B} = -16\,600 - 85\,440 = -102\,040 \text{ (руб.)}.$$

Таким образом, экономия затрат от снижения себестоимости составила 102 040 руб., в том числе по продукции вида «А» — 16 600 руб. и вида «Б» — 85 440 руб.

Агрегатный индекс физического объема произведенной продукции исчисляется по формуле (12.2), которая преобразуется следующим образом:

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0} = \frac{1660 \cdot 300 + 3560 \cdot 320}{2400 \cdot 300 + 3200 \cdot 320} = \frac{1\,637\,200}{1\,744\,000} = 0,939, \text{ или } 93,9 (\%).$$

Использование в агрегатном индексе себестоимости в качестве весов количества продукции отчетного периода, а в агрегатном индексе

физического объема продукции — уровней себестоимости базисного периода позволяет увязать индексы количественных и качественных показателей в систему. Произведение индексов физического объема произведенной продукции и себестоимости продукции в результате дает индекс затрат на производство продукции:

$$I_{zq} = I_z \cdot I_q;$$

$$\frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \cdot \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}.$$

Проанализируем изменение затрат на производство продукции под воздействием двух факторов: изменения себестоимости продукции и объемов производства:

$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{290 \cdot 1660 + 296 \cdot 3560}{300 \cdot 2400 + 320 \cdot 3200} = \frac{1\,535\,160}{1\,744\,000} = 0,88, \text{ или } 88 (\%)$$

Взаимосвязь исчисленных показателей определяется уравнением

$$I_{zq} = I_z \cdot I_q$$

$$0,88 = 0,938 \cdot 0,939$$

Абсолютное изменение затрат на производство, в том числе за счет отдельных факторов, рассчитывается следующим образом

$$\Delta_{zq} = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0 = 1\,535\,160 - 1\,744\,000 = -208\,840 \text{ (руб.)};$$

$$\Delta_z = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1 = 1\,535\,160 - 1\,637\,200 = -102\,040 \text{ (руб.)};$$

$$\Delta_q = \sum q_1 z_0 - \sum q_0 z_0 = 1\,637\,200 - 1\,744\,000 = -106\,800 \text{ (руб.)}.$$

Определим взаимосвязь абсолютных изменений:

$$\Delta_{zq} = \Delta_z + \Delta_q = -208\,840 = -102\,040 - 106\,800$$

В итоге по сравнению с базисом затраты на производство продукции сократились на 12%, что составило 208 840 руб., в том числе в результате снижения себестоимости продукции на 6,2%, или на 102 040 руб., а также уменьшения объема производства на 6,1%, или на 106 800 руб.

Как отмечалось выше, по форме построения общие (сводные) индексы подразделяют на агрегатные и средние.

Агрегатный индекс — основная форма сводного индекса. Средние индексы исчисляются как средняя величина из индивидуальных индексов. Средний индекс может быть получен путем преобразования

агрегатного индекса и соответственно исчисленный по одним и тем же данным, всегда равен ему.

Средний арифметический индекс физического объема представляет собой среднюю арифметическую величину из индивидуальных индексов:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (12.11)$$

Средний гармонический индекс цен представляет собой среднюю гармоническую величину из индивидуальных индексов цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}. \quad (12.12)$$

При построении средних индексов следует руководствоваться следующим правилом: для индекса *количественного* показателя обычно используют формулу *среднего арифметического индекса*, а для индекса *качественного* показателя — формулу *среднего гармонического индекса*.

Пример 4. Известны следующие данные по организации о затратах на производство отдельных видов продукции.

Вид продукции	Затраты на производство продукции, тыс. руб.		Изменение себестоимости единицы продукции, %	Изменение объема производства продукции, %
	I квартал	II квартал		
А	450	525	+2	-1,5
Б	870	975	-4	+3,0

Рассчитаем средний арифметический индекс физического объема продукции и средний гармонический индекс себестоимости:

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 z_0}{\sum q_0 z_0} = \frac{0,985 \cdot 450 + 1,03 \cdot 870}{450 + 870} = 1,015, \text{ или } 101,5 (\%);$$

$$I_p = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{z_1 q_1}{i_p}} = \frac{525 + 975}{1,02 + 0,96} = 0,98, \text{ или } 98 (\%).$$

Во II квартале объем производства продукции увеличился на 1,5% при снижении себестоимости единицы продукции в среднем на 2%.

Динамику среднего уровня качественного показателя для однородной совокупности изучают с помощью системы *индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов*.

Относительная величина, характеризующая динамику среднего уровня качественного показателя в однородной совокупности, называется *индексом переменного состава*. Он отражает влияние на изучаемый показатель двух факторов: изменения индексируемой величины у отдельных единиц совокупности и изменения структуры совокупности по изучаемому признаку. Индекс переменного состава для любых качественных показателей может быть построен следующим образом:

$$I_{\text{перем. состав}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}, \quad (12.13)$$

где x — индексируемая величина;
 f — вес индекса.

Индекс постоянного (фиксированного) состава характеризует динамику среднего уровня качественного показателя при одинаковой фиксированной структуре совокупности. Другими словами, он показывает, как в среднем изменилось значение качественного показателя у единиц совокупности. В общем виде данный индекс можно записать следующим образом:

$$I_{\text{пост. состав}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}. \quad (12.14)$$

Индекс влияния структурных сдвигов представляет собой отношение средних величин рассматриваемого качественного показателя, рассчитанных при структуре совокупности отчетного и базисного периодов при постоянном значении качественного показателя. Формула индекса влияния структурных сдвигов выглядит следующим образом:

$$I_{\text{структ. сдвигов}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}. \quad (12.15)$$

Взаимосвязь индексов переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов выражается уравнением:

$$I_{\text{перем. состав}} = I_{\text{пост. состав}} \cdot I_{\text{структ. сдвигов}}. \quad (12.16)$$

Пример 5. Данные по организации об объеме выпущенной однородной продукции и затратах труда на ее производство следующие.

Номер филиала организации	Выработано продукции, шт		Отработано человеко-дней, тыс.	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	60 000	102 000	300	408
2	15 000	18 000	150	162

Рассчитаем индексы производительности труда переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов.

Общее изменение среднего уровня производительности труда по организации покажет индекс переменного состава (см. формулу (12.13):

$$I_{\text{перем. состава}} = \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}_0} = \frac{\sum q_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum q_0}{\sum T_0} = \frac{\sum w_1 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum w_0 T_0}{\sum T_0} =$$

$$= \frac{120\,000}{570} : \frac{75\,000}{450} = 1,263$$

Изменение среднего уровня производительности труда по организации за счет роста производительности труда на отдельных филиалах отражает индекс постоянного состава (см. формулу (12.14):

$$I_{\text{пост. состава}} = \frac{\sum w_1 T_1}{\sum w_0 T_1} = \frac{\left(\frac{102\,000}{408}\right) \cdot 408 + \left(\frac{18\,000}{162}\right) \cdot 162}{\left(\frac{60\,000}{300}\right) \cdot 408 + \left(\frac{15\,000}{150}\right) \cdot 162} = 1,227.$$

Динамику среднего уровня производительности труда по организации за счет изменения в соотношении количества затраченного труда по филиалам выявит индекс влияния структурных сдвигов (см. формулу (12.15):

$$I_{\text{структурных}} = \frac{\sum w_0 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum w_0 T_0}{\sum T_0} =$$

$$= \frac{200 \cdot 408 + 100 \cdot 162}{408 + 162} : \frac{200 \cdot 300 + 100 \cdot 150}{300 + 150} = 1,029.$$

Покажем взаимосвязь исчисленных индексов.

$$I_{\text{переч. состава}} = I_{\text{пост. состава}} \cdot I_{\text{структ. единиц}} = 1,263 = 1,227 \cdot 1,029.$$

В отчетном периоде производительность труда по организации возросла в среднем на 26,3%, в том числе за счет роста производительности труда в отдельных филиалах — на 22,7% и за счет изменения структуры отработанного времени — на 2,9%.

В зависимости от выбора базы сравнения возможно построение системы цепных и базисных индексов.

Индексы с переменной базой сравнения (цепные) получают путем сопоставления индексируемого показателя каждого последующего периода с показателем предшествующего ему периода.

Индексы с постоянной базой сравнения (базисные) рассчитывают путем сравнения индексируемого показателя каждого периода с соответствующим показателем одного периода, принятого за базу сравнения.

Цепные и базисные агрегатные индексы могут быть исчислены с постоянными и переменными весами.

Пример 6. Известны следующие данные о реализации товаров в магазине.

Сорт товара	Продано, шт			Цена за единицу товара, руб.		
	январь	февраль	март	январь	февраль	март
	q_1	q_2	q_3	p_1	p_2	p_3
Высший	200	210	250	2,0	1,75	1,5
Первый	300	325	350	0,4	0,35	0,3

Рассчитаем общие цепные индексы цен с переменными весами, характеризующие:

- 1) изменение цен в феврале по сравнению с январем:

$$I_p = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} = \frac{1,75 \cdot 210 + 0,35 \cdot 325}{2 \cdot 210 + 0,4 \cdot 325} = 0,875;$$

- 2) изменение цен в марте по сравнению с февралем:

$$I_p = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3} = \frac{1,5 \cdot 250 + 0,3 \cdot 350}{1,75 \cdot 250 + 0,35 \cdot 350} = 0,857$$

Вычислим общие цепные индексы физического объема проданных товаров с постоянными весами. За неизменные (сопоставимые) цены возьмем цены продажи товаров в январе.

1. Изменение объема продаж в феврале по сравнению с январем:

$$I_q = \frac{\sum q_2 P_1}{\sum q_1 P_1} = \frac{210 \cdot 2 + 325 \cdot 0,4}{200 \cdot 2 + 300 \cdot 0,4} = 1,057.$$

2. Изменение объема продаж в марте по сравнению с февралем:

$$I_q = \frac{\sum q_3 P_1}{\sum q_2 P_1} = \frac{250 \cdot 2 + 350 \cdot 0,4}{210 \cdot 2 + 325 \cdot 0,4} = 1,164.$$

Для индивидуальных индексов цен, физического объема и стоимости справедливо следующее правило:

произведение промежуточных по периодам цепных индексов дает базисный индекс последнего периода;

отношение базисного индекса отчетного периода к базисному индексу предшествующего периода дает цепной индекс отчетного периода.

Это правило позволяет применять цепной метод, т.е. находить неизвестный ряд базисных индексов по известным цепным, и наоборот.

Для агрегатных индексов это правило действует только в отношении индексов, рассчитанных на основании постоянных весов.

Пример 7. Количество проданных товаров в мае по сравнению с апрелем увеличилось на 5%, а в июне по сравнению с маем — на 3%. Определим, как изменился объем продаж во II квартале:

$$i_{\text{июнь/апрель}} = i_{\text{май/апрель}} \cdot i_{\text{июнь/май}} = 1,05 \cdot 1,03 = 1,082, \text{ или } 108,2 (\%).$$

За II квартал объем продаж возрос на 8,2%.

12.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение индексируемой величины
2. По каким признакам классифицируют индексы?
3. Чем различаются индивидуальные и сводные индексы?
4. Как рассчитать средние индексы? Приведите примеры
5. Что характеризуют индексы переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов?
6. Чем различаются индексы цен Пааше и Ласпейреса? Приведите формулы для их расчета
7. Как взаимосвязаны цепные и базисные индексы? Приведите примеры
8. Как определить абсолютное изменение затрат на производство, в том числе за счет отдельных факторов?
9. Что характеризуют территориальные индексы?
10. Как определить абсолютное изменение стоимости реализованных товаров, в том числе за счет отдельных факторов?
11. Известны данные о реализации продовольственных товаров населению.

Вид товара	Цена за тонну, руб		Продано, т		Объем реализации, тыс руб	
	май	июнь	май	июнь	май	июнь
А	15,5	17,5	92	95	1 426,0	1 662,5
Б	16,0	16,7	97	100	1 552,0	1 670,0
В	14,5	15,2	86	88	1 247,0	1 337,6

Определите

- а) индивидуальные и агрегатные индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота;
- б) средний арифметический индекс физического объема товарооборота и средний гармонический индекс цен;
- в) абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов,
- г) абсолютную величину экономии или дополнительных затрат покупателей от изменения цен

12. Известны следующие данные о реализации товаров.

Вид товара	Цена за единицу, руб		Продано, шт.	
	март	апрель	март	апрель
А	205	180	1 790	1 270
Б	430	450	1 560	1 850
В	385	360	2 570	3 000
Г	210	240	1 660	1 450
Д	165	190	1 950	2 200

Определите

- индивидуальные индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота;
- общие индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота;
- абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов

13. Данные о производстве отдельных видов продукции следующие.

Вид продукции	Себестоимость единицы продукции, руб.		Объем производства, шт	
	январь	февраль	январь	февраль
А	250	220	1 860	1 910
Б	310	325	1 750	1 650
В	360	340	1 350	1 360
Г	215	235	1 450	1 570

Определите

- индивидуальные индексы себестоимости, физического объема продукции и затрат на производство продукции;
- общие индексы себестоимости, физического объема продукции и затрат на производство продукции;
- абсолютное изменение затрат на производство продукции, в том числе за счет отдельных факторов

14. Известны данные о производстве отдельных видов продукции.

Вид продукции	Себестоимость единицы продукции, руб.		Затраты на производство продукции, руб.	
	май	июнь	май	июнь
А	20	25	10 100	10 550
Б	35	30	12 250	12 600
В	28	34	10 500	13 940
Г	37	32	14 800	14 400

Определите:

- индивидуальные индексы себестоимости, физического объема продукции и затрат на производство продукции;
- общие индексы себестоимости, физического объема продукции и затрат на производство продукции;
- абсолютное изменение затрат на производство продукции, в том числе за счет отдельных факторов

15. Данные о реализации товаров следующие

Вид товара	Цена за единицу, руб.		Товарооборот, руб	
	июль	август	июль	август
А	120	135	18 000	16 200
Б	215	200	37 625	40 000
В	175	185	43 750	49 950
Г	160	130	49 600	45 500
Д	180	150	54 000	57 000

Определите:

- индивидуальные индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота;
- общие индексы цен, физического объема товарооборота и товарооборота,
- абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов

16. Известны данные о стоимости отгруженной продукции по группе организаций.

Организация	Цена за метр, руб.		Отгружено, тыс. м		Стоимость продукции млн руб	
	май	июнь	май	июнь	май	июнь
1	200	210	100	110	20,0	23,1
2	160	180	320	330	51,2	59,4
3	180	195	150	200	27,0	39,0

Определите:

- индивидуальные и агрегатные индексы цен, физического объема и стоимости продукции,
- средний арифметический индекс физического объема и средний гармонический индекс цен;
- абсолютное изменение стоимости отгруженной продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

17. Имеем следующие данные

Вид товара	Товарооборот магазина в сентябре, тыс. руб	Прирост цен в сентябре по сравнению с июлем, %
А	1 650	+3,7
Б	2 610	+7,9
В	1 195	+6,3

Определите.

- общий индекс цен;

- б) общий индекс физического объема реализации с учетом того, что товароборот сентября возрос на 12% по сравнению с июлем

18. Имеем следующие данные

Вид товара	Товароборот магазина в апреле, тыс. руб.	Изменения физического объема реализации товаров в мае по сравнению с апрелем, %
А	27 140	+8,0
Б	29 790	-4,0
В	20 200	+3,0

Определите:

- а) общий индекс физического объема реализации;
 б) общий индекс цен, если известно, что товароборот в мае по сравнению с апрелем увеличился на 19%.

19. Известны следующие данные.

Наименование продукции	Изменение количества реализованной продукции в мае по сравнению с февралем, %	Стоимость продукции, реализованной в феврале, тыс. руб.
А	+1,5	261
Б	-3,0	372
В	+2,5	183
Г	-1,7	426

Определите

- а) общий индекс физического объема реализованной продукции,
 б) общий индекс стоимости реализованной продукции, если известно, что цены на продукцию в среднем выросли на 7,4%.

20. Имеем следующие данные

Вид продукции	Затраты на производство продукции во II квартале, тыс. руб.	Изменение себестоимости единицы продукции во II квартале по сравнению с I, %
А	2 200	+6,5
Б	3 100	+5,3
В	2 650	-1,2
Г	3 450	-1,8

Определите

- а) общий индекс себестоимости продукции;
 б) общий индекс затрат на производство продукции, если известно, что выпуск продукции в среднем увеличился на 9%.

21. Имеем следующие данные

Вид акций	Стоимость проданных акций в отчетном периоде, тыс. руб	Индекс цен на акции, %
А	12 500	105
Б	13 200	98
В	11 750	92
Г	18 900	103

Определите общие индексы цен и стоимости акций, если известно, что количество проданных акций в среднем снизилось на 3%

22. Известны следующие данные.

Наименование товара	Товарооборот, тыс. руб.		Изменение цены единицы товара, %	Изменение объема продаж товаров, %
	I квартал	II квартал		
А	1 500	1 800	+5	+14,3
Б	2 200	2 242	-2	+4
В	1 850	1 924	+3	+1

Определите общие индексы товарооборота, физического объема товарооборота и цен. Проанализируйте абсолютное и относительное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов

23. Имеем следующие данные.

Номер предприятия	Затраты на производство продукции, тыс. руб		Изменение себестоимости единицы продукции, %	Изменение объема выпуска продукции, %
	базисный период	отчетный период		
1	4 550	4 593	-2	+3
2	5 200	5 088	+3	-5
3	4 700	4 842	+1	+2

Определите общие индексы затрат на производство продукции, физического объема продукции и себестоимости продукции. Проанализируйте абсолютное и относительное изменение затрат на производство продукции, в том числе за счет отдельных факторов

24. Известны следующие данные.

Наименование товара	Товарооборот, тыс. руб.		Изменение цены единицы товара, %	Изменение объема продаж товаров, %
	базисный период	отчетный период		
А	3 500	3 620	+7	+2
Б	2 800	2 764	+5	-6
В	4 300	4 606	+3	+4

Определите общие индексы товарооборота, физического объема товарооборота и цен. Проанализируйте абсолютное и относительное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов.

25. Физический объем товарооборота возрос на 9%, цены на 17%. Как эти изменения повлияли на товарооборот?
26. Объем товарооборота увеличился на 12%, количество реализованной продукции на 5,5%. Как изменились цены?
27. Как изменилась себестоимость газовых плит в ноябре по сравнению с сентябрем, если известно, что в октябре она была меньше, чем в сентябре, на 5%, а в ноябре меньше, чем в октябре, на 4,6%?
28. Объем выпускаемой продукции по организации увеличился на 18%, в то же время численность рабочих сократилась на 3%. Как изменилась средняя выработка продукции в расчете на одного рабочего?
29. Средняя выработка продукции в расчете на одного рабочего возросла на 18%, а объем выпуска достиг с 250 тыс. до 290 тыс. шт. Как изменилась численность рабочих?
30. Цены на товары возросли на 12%, товарооборот на 16%. Как изменился физический объем товарооборота?
31. Физический объем произведенной продукции уменьшился на 5,5%, а производственные затраты увеличились на 7%. Определите, как изменилась себестоимость единицы продукции.
32. Себестоимость единицы продукции снизилась на 8%, а физический объем произведенной продукции возрос на 5%. Определите, как изменились производственные затраты.
33. Производство продукции по организации за апрель характеризуется следующими данными.

Вид продукции	I декада		II декада		III декада	
	цена за шт., тыс. руб.	выпущено, тыс. шт.	цена за шт., тыс. руб.	выпущено, тыс. шт.	цена за шт., тыс. руб.	выпущено, тыс. шт.
А	0,3	1 180	0,5	1 300	0,8	2 800
Б	0,7	1 520	0,9	1 580	1,2	1 820

Определите

- а) индивидуальные базисные индексы цен продукции,
 - б) индивидуальные цепные индексы физического объема продукции,
 - в) общие цепные индексы цен продукции,
 - г) общие базисные индексы физического объема продукции.
- Покажите взаимосвязь базисных и цепных общих индексов.

34. Данные о ценах на товары и объемах продаж за отдельные месяцы следующие.

Вид изделия	Цена на товар по месяцам				Объем продаж по месяцам			
	1	2	3	4	1	2	3	4
1	P_1^1	P_2^1	P_3^1	P_4^1	q_1^1	q_2^1	q_3^1	q_4^1
2	P_1^2	P_2^2	P_3^2	P_4^2	q_1^2	q_2^2	q_3^2	q_4^2
3	P_1^3	P_2^3	P_3^3	P_4^3	q_1^3	q_2^3	q_3^3	q_4^3

Постройте:

- индивидуальные цепные и базисные индексы цен;
- индивидуальные цепные и базисные индексы количества проданной продукции;
- агрегатные индексы цен, физического объема товарооборота, стоимости товарооборота для второго месяца;
- для каждого из трех месяцев базисные индексы физического объема товарооборота с постоянными весами за все периоды; цепные индексы физического объема товарооборота с постоянными весами; базисные индексы физического объема товарооборота с переменными весами;
- для каждого из трех месяцев базисные индексы цен с постоянными весами за все периоды; цепные индексы цен с постоянными весами; базисные индексы цен с переменными весами; цепные индексы цен с переменными весами

35. Имеем следующие данные о реализации товаров.

Вид товара	Единица измерения	Цена за единицу, руб			Количество проданных товаров		
		апрель	май	июнь	апрель	май	июнь
A	м	290	275	285	1 500	2 700	3 000
B	шт.	200	185	155	1 800	2 100	2 300
C	л	65	55	60	4 250	4 900	4 750

Используя агрегатную форму индекса, определите базисные и цепные индексы цен, а также индексы физического объема товарооборота и товарооборота.

36. Реализация товара А по двум организациям характеризуется следующими данными

Номер организации	Цена за единицу товара А, руб.		Реализовано товара А, шт.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	120	135	1 100	1 000
2	125	155	950	1 150

Определите:

- среднюю цену товара А в каждом периоде;
- индексы цен переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- абсолютное изменение средней цены товара А, в том числе за счет отдельных факторов

37. Производство продукции «Б» в отдельных филиалах организации характеризуется следующими данными

Номер филиала	Себестоимость единицы продукции Б, руб.		Произведено продукции Б, шт	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	100	90	1 500	1 300
2	120	110	1 050	1 350

Определите:

- среднюю себестоимость единицы продукции «Б» в каждом периоде;
- индексы себестоимости переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- абсолютное изменение средней себестоимости единицы продукции Б, в том числе за счет отдельных факторов.

38. Имеем следующие данные о реализации облигаций

Вид облигации	Базисный период		Отчетный период	
	цена облигации, тыс. руб.	выручка от реализации облигаций, тыс. руб.	цена облигации, тыс. руб.	выручка от реализации облигаций, тыс. руб.
1	15,0	750	14,7	441
2	20,0	1 500	22,0	1 320
3	25,0	2 000	23,5	940

Определите:

- среднюю цену облигаций в каждом периоде;
- индексы цен переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов

39. Известны следующие данные о производстве продукции «С» филиалами организации.

Филиал организации	Базисный период		Отчетный период	
	себестоимость единицы продукции, руб.	издержки производства, руб.	себестоимость единицы продукции, руб.	издержки производства, руб.
1	120	18 000	122	20 740
2	110	14 850	118	10 030
3	125	11 250	121	16 940

Определите

- общие индексы себестоимости продукции переменного и фиксированного (постоянного) состава, индекс влияния структурных сдвигов,
- абсолютное изменение средней себестоимости единицы продукции «С», в том числе за счет отдельных факторов.

40. Данные о заработной плате следующие

Стаж работы	Базисный период		Отчетный период	
	численность рабочих, человек	средняя заработная плата, тыс. руб.	численность рабочих, человек	средняя заработная плата, тыс. руб.
0—5	15	18	20	20
5—10	25	20	40	25
10 лет и более	45	32	30	38

Определите

- индексы средней заработной платы переменного состава, фиксированного состава, влияния структурных сдвигов,
- абсолютное изменение средней заработной платы, в том числе за счет отдельных факторов.

41. Имеем следующие данные

Номер предприятия	Базисный период		Отчетный период	
	численность рабочих, человек	фонд заработной платы, тыс. руб.	численность рабочих, человек	фонд заработной платы, тыс. руб.
1	50	900	70	1 750
2	75	1 650	65	1 820
3	60	2 100	80	3 360

Определите

- индексы средней заработной платы переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- абсолютное изменение средней заработной платы, в том числе за счет отдельных факторов

42. Известны следующие данные о производстве продукции В.

Номер предприятия	Выработано продукции «В», тыс. шт.		Численность персонала, человек	
	базисный год	отчетный гг	базисный год	отчетный год
1	300	310	150	145
2	225	290	135	120
3	280	270	140	130

Определите:

- а) индексы производительности труда переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- б) абсолютное изменение среднего уровня производительности труда, в том числе за счет отдельных факторов.

43. Ищем следующие данные

Вид продукции	Выработано продукции на одного работника, тыс. руб.		Численность персонала, человек	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
А	32,0	33,5	100	105
Б	56,0	52,0	95	90
В	45,5	47,0	115	110

Определите.

- а) индексы производительности труда переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов,
- б) абсолютное изменение среднего уровня производительности труда, в том числе за счет отдельных факторов

44. Известны следующие данные

Вид товара	Цена за единицу товара, руб		Количество проданных товаров, шт	
	базисный год	отчетный год	базисный г	отчетный год
А	10	11,5	1 500	2 000
Б	12,5	13	3 000	2 500
В	11	9,5	5 000	5 000
Г	14	16	4 000	4 500

Рассчитайте индексы цен по формулам Паше, Ласпейреса и Фишера. Сравните полученные результаты.

45. Затраты на производство продукции в отчетном периоде составили 1250 тыс. руб. Количество выпущенной продукции по сравнению с базисным периодом увеличилось на 8%. В результате снижения себестоимости единицы продукции затраты на производство продукции в отчетном периоде снизились на 25 тыс. руб. Определите индексы затрат на производство продукции и себестоимости продукции. Проверьте их взаимосвязь. Проанализируйте абсолютное изменение затрат на производство продукции, в том числе за счет отдельных факторов

46. Товарооборот магазина в отчетном периоде составил 2860 тыс. руб., что на 10% больше, чем в базисном периоде. В результате роста объема продаж товарооборот магазина увеличился на 78 тыс. руб. Определите индексы физического объема товарооборота и цен, а также абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет отдельных факторов. Проанализируйте результаты расчетов.

47. Стоимость продукции в отчетном периоде в базисных ценах выросла на 900 тыс. руб., или на 25%. В результате снижения цен стоимость продукции в отчетном периоде уменьшилась на 205 тыс. руб. Определите индексы стоимости продукции и цен, а также абсолютное изменение стоимости продукции в целом и за счет отдельных факторов.

48. Имеем следующие данные.

Показатель деятельности банка в регионе	Базисный год	Отчетный год
Число отделений банка	20	25
Среднее число вкладчиков в отделениях банка, человек	2 000	2 800
Средний размер вклада, руб.	25 000	36 500

Рассчитайте абсолютное и относительное изменение суммы вкладов, привлеченных отделениями банка, в целом и за счет отдельных факторов. Проанализируйте результаты расчетов.

49. Затраты на производство продукции А в базисном периоде составили 241,5 тыс. руб. В отчетном периоде затраты на производство этой продукции возросли до 251 тыс. руб. Себестоимость единицы продукции А в отчетном периоде была на 5% ниже, чем в базисном. Индекс затрат рабочего времени на производство продукции А за рассматриваемый период составил 92%. Определите, как изменилась производительность труда.
50. Производительность труда в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась в среднем на 7%. Затраты рабочего времени на производство продукции А за указанный период выросли на 2%. Определите, как изменилась себестоимость единицы продукции А, если затраты на ее производство остались неизменными.
51. Себестоимость единицы продукции А в отчетном периоде по сравнению с базисным снизилась на 2%. Затраты на ее производства возросли на 5%. Определите, как изменились затраты рабочего времени на производство этой продукции, если производительность труда повысилась на 1,5%.

ТЕМА 13. ПОКАЗАТЕЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ И КОНЦЕНТРАЦИИ

13.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

13.1.1. Показатели дифференциации

Под дифференциацией в статистике понимается распределение единиц совокупности по значениям признака. Для изучения структуры вариационного ряда вычисляют квантили, или градисенты: *это значения признака, делящие все единицы изучаемой статистической совокупности на равные по численности части.*

Наиболее общие показатели дифференциации значений признака — различные структурные величины: децили (делящие ряд на десять равных частей), квартили (на четыре равные части), квинтили (на пять равных частей), — широко используемые в различных статистических исследованиях для оценки значений признака и структуры распределения единиц однородных совокупностей по этим значениям. Цензом для дифференциации значений признака служат показатели концентрации частот около тех или иных значений признака, а критерисм отбора — соответствующая часть единиц совокупности:

$$\{\Sigma f: 0; \Sigma f: 4; \Sigma f: 5; \text{ в общем виде } \Sigma f: k\},$$

где k — может быть практически любым числом, а x_k будет отражать то значение признака, которое не превосходит $\Sigma f: k$ единиц совокупности.

Теория статистики предлагает аппарат для вычисления показателей дифференциации:

$$X_k = X_{\text{min}} + d \cdot \frac{\Sigma f_{\text{т.}} - S_{k-1}}{f_k},$$

где x_k — искомое численное значение признака;
 X_{min} — нижняя граница интервала, которому принадлежит искомое значение признака,
 d — величина данного интервала;
 f_k — частота данного интервала,
 S_{k-1} — накопленная частота интервала, предшествующего анализируемому интервалу,
 $\Sigma f: k$ — «критическое», или цензовое, значение объема ряда, соответствующее значению x_k .

Для оценки степени дифференциации значений признака по квартилям строят коэффициент квартильной дифференциации как отношение значений третьей квартили к первой:

$$K_{\text{кв}} = \frac{Q_3}{Q_1}.$$

Однако намного чаще в статистике, особенно при изучении доходов населения, применяют квинтили и децили и соответственно строят квинтильные и децильные коэффициенты дифференциации значений признака. Обычно это позволяет сопоставить уровни дохода наиболее богатой и наиболее бедной части общества. В первом случае — это соотношение значений четвертой и первой квинтили (характеризующее различие в доходах 20% населения с наибольшими доходами и 20% с наименьшими), а во втором — соотношение девятой и первой децили (при этом сравниваются доходы двух частей общества (10% наиболее богатых и 10% наиболее бедных групп населения).

Чем больше величина таких коэффициентов, тем выше уровень дифференциации значений признака по единицам совокупности.

Пример 1. Известны данные по 50 компаниям о рыночной стоимости их акционерного капитала.

Рыночная стоимость акционерного капитала млрд дол	Количество компаний	Накопленная частота
x	f	S
50—100	30	30
100—150	13	43
150—200	3	46
200—250	2	48
Свыше 250	2	50
Итого	50	

Определим квартильный и децильный коэффициенты дифференциации рыночной стоимости акционерного капитала.

1. Значение первой квартили будет принадлежать первому интервалу, поскольку его накопленная частота (30) первая превосходит четверть объема ряда (что в нашем случае составляет $50 : 4 = 12,5$). Тогда имеем (млрд дол.):

$$Q_1 = 50 + \frac{50 \cdot (50 : 4 - 0)}{30} = 50 + 20,83 = 70,83.$$

2. Значение третьей кватили принадлежит второму интервалу, накопленная частота которого больше трех четвертей (75%) объема совокупности (что составляет для данного примера $3 \cdot 50 : 4 = 37,5$) и равна (млрд дол.):

$$Q_3 = 100 + \frac{50 \cdot (37,5 - 30)}{13} = 100 + 28,84 = 128,84$$

Тогда квартильный коэффициент дифференциации рыночной стоимости акционерного капитала будет составлять:

$$K_{\text{кв}} = 128,84 : 70,83 = 1,82 \text{ раза,}$$

что свидетельствует о небольшой дифференциации рыночной стоимости акционерного капитала по рассматриваемой выборочной совокупности из 50 компаний.

13.1.2. Показатели концентрации

Под показателями концентрации понимаются такие значения признака, которые соответствуют определенным долям распределения единиц совокупности и очень близки к показателям дифференциации, вместе с которыми они характеризуют степень равномерности распределения единиц совокупности по значениям признака.

Наиболее распространенные показатели концентрации приведены в следующей таблице.

№ п/п	Наименование показателя	Содержание показателя	Формула расчета	Область применения
1	Коэффициент концентрации Джини	P_i — накопленная доля (частость) численности единиц совокупности; q_i — накопленная доля признака, приходящаяся на все единицы совокупности, со значениями признака менее x_i	$G = \frac{\sum_{i=1}^{M-1} P_i q_{i+1}}{\sum_{i=1}^{M-1} P_i \cdot q_i} \cdot 100$ если данные выражены в %, то делить не на 100, а на 10 000	0. G 1, чем ближе значение коэффициента к единице, тем более неравномерно распределены единицы совокупности по значениям признака. Чаще всего данный показатель используется в оценке неравномерности распределения населения по уровню доходов (денежных и др.), предприятий по объему выпуска, финансовых учреждений по значениям активов и т.д.

1	2	3	4	5
2	Коэффициент Герфидаль, определяемый на основании данных о доле производства (дохода) отдельных групп в совокупном объеме производства (дохода) по всей совокупности	$\frac{x_i \cdot f_i}{\sum x_i \cdot f_i}$ — доля производства (дохода) i -й группы в общем объеме производства (дохода); O_i — объем производства в i -й группе	$H = \sum \left(\frac{x_i \cdot f_i}{\sum x_i \cdot f_i} \right)^2$ $H = \sum \left(\frac{O_i}{\sum O_i} \right)^2$	Оценка концентрации производства или доходов по доминирующим группам с наибольшим уровнем объема производства или доходов, что приводит к завышенной оценке уровня концентрации производства (доходов, активов и др.)
3	Коэффициент Розенблута	Характеризует концентрацию единиц совокупности по значению признака с наименьшими долями в общем объеме признака	$K_R = \frac{1}{2 \sum_{i=1}^n d_i - 1}$ n — объем совокупности; d_i — доля значения признака i -й единицы (группы единиц) в общем объеме признака по совокупности; i — номер единицы	0 K_R 1, возможно занижение уровня концентрации

Коэффициент концентрации Джини (G) практически строится на основании кривой Лоренца, отражающей зависимость накопленных значений изучаемого признака от накопленных частот (единиц совокупности). График кривой Лоренца проходит под диагональю квадрата 1×1 или 100×100 , построенного в декартовой системе координат, если показатели приведены в относительных единицах (долях единицы или %). Степень неравномерности распределения признака и совокупности характеризуется отклонением кривой от диагонали или площадью фигуры (S), заключенной между диагональю квадрата и кривой Лоренца (рис. 13.1). Кривая построена по данным примера 2.

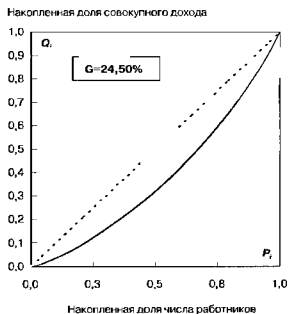


Рис. 13.1. Распределение работников по уровню совокупного годового дохода

Рассмотрим расчет перечисленных выше показателей концентрации на следующем примере

Пример 2. По приведенным в табл. 13.1 данным о распределении работников предприятия по уровню годового совокупного дохода определим показатели концентрации и с их помощью оценим степень неравномерности распределения доходов.

Таблица 13.1

Анализ неравномерности распределения работников по уровню совокупного дохода

Уровень совокупного годового дохода, тыс. руб.	Середина интервала	Количество работников, человек	Совокупный доход	Доля работников (частость) по группам оплаты в общей чис- ленности персонала	Накоп-ленная частость чис- ленности ра- ботников	Доля совокупного дохода	Накопленная доля совокупного дохода по группам работников	Квадрат доли i-й груп- пы доходов в общем объеме совокупного годового дохода персонала предприятия
Интервал	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	W_i	P_i	$x_i \cdot f_i \cdot \Sigma(x \cdot f)$	q_i	$(x_i \cdot f_i)^2$ $\Sigma(x_i \cdot f_i)^2$
20—60	40	10	400	0,042	0,042	0,0104	0,0104	0,0001
60—100	80	40	3 200	0,167	0,208	0,0833	0,0938	0,0069
100—140	120	60	7 200	0,250	0,458	0,1875	0,2813	0,0352
140—180	160	45	7 200	0,118	0,545	0,1875	0,4688	0,0352
180—220	200	35	7 000	0,146	0,792	0,1823	0,6510	0,0332
220—260	240	25	6 000	0,104	0,896	0,1563	0,8073	0,0244
260—300	280	15	4 200	0,063	0,958	0,1084	0,9167	0,0120
300—340	320	10	3 200	0,042	1,000	0,0833	1,0000	0,0069
Итого		240	38 000	1,000		1		0,1539

1. Определим значение коэффициента Джини для нашего примера. Для этого произведем дополнительный расчет произведений накопленных частостей количества работников (p_i) и накопленной доли годового совокупного дохода (q_i):

$$\begin{aligned} G = \left(\sum_{i=1}^{n-1} p_i \cdot q_{i+1} = \sum_{i=1}^{n-1} p_{i+1} \cdot q_i \right) : 100 = & (0,042 \cdot 0,093 + 0,209 \cdot 0,281 + 0,459 \cdot \\ & 0,469 + 0,6465 \cdot 0,651 + 0,7923 \cdot 0,808 + 0,8964 \cdot 0,917 + 0,9589 \cdot 1) - \\ & - (0,209 \cdot 0,01 + 0,459 \cdot 0,093 + 0,6465 \cdot 0,281 + 0,7923 \cdot 0,469 + 0,8964 \cdot \\ & 0,651 + 0,9589 \cdot 0,808 + 1 \cdot 0,917) = (0,0039 + 0,0587 + 0,2152 + \\ & + 0,4209 + 0,6401 + 0,822 + 0,9589) - (0,0021 + 0,0427 + 0,1817 + \\ & + 0,3716 + 0,5836 + 0,7748 + 0,917) = 0,245 = 24,5\%. \end{aligned}$$

Значение коэффициента Джини (G), равное 0,245, свидетельствует об однородности совокупности и довольно равномерном распределении работников по уровню совокупного годового дохода.

2. Определим значение коэффициента концентрации Герфиндаля (H). Практически по данным графы 8 таблицы мы уже рассчитали данный коэффициент как сумму квадратов доли объема признака по i -й группе в общем объеме признака по всей совокупности: $H = 0,1539$, что свидетельствует о высокой равномерности распределения работников предприятия по уровню совокупного дохода. Доминирующие группы по уровню доходов здесь — представители III, IV и V групп с уровнем дохода от 100 до 220 тыс. руб.

3. Определим по исходным данным коэффициент Розенблота по формуле, приведенной в табл. 13.1. Здесь $n = 8$ — число групп работников по уровню совокупного годового дохода; $i = 1,8$ — номер группы доходов; d_i — доля i -й группы работников в общем совокупном годовом доходе сотрудников предприятия (по данным графы 6 табл. 13.1).

Получаем, что:

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^n i \cdot d_i &= 2(1 \cdot 0,01 + 2 \cdot 0,083 + 3 \cdot 0,188 + 4 \cdot 0,188 + 5 \cdot 0,182 + \\ &+ 6 \cdot 0,157 + 7 \cdot 0,109 + 8 \cdot 0,083) = 9,542; \\ K_R &= 1 : (9,542 - 1) = 0,117. \end{aligned}$$

Последние два коэффициента очень близки по значению, что также свидетельствует о равномерном характере распределения работни-

ков по уровню дохода, хотя имеет место некоторое доминирующее положение работников с доходами в интервале от 100 тыс. до 220 тыс. руб.

13.1.3. Построение кривой Лоренца и вычисление коэффициента Джини средствами Excel

Вид таблицы Excel с исходными данными и расчетными значениями, необходимыми для построения кривой Лоренца, и вычисления коэффициента Джини приведены на рис. 13.2.

	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н
2	Уровень совокупного годового дохода, тыс. руб., X_i	Количе- ство работни- ков групп, f_i	Доход в группе, D_i	Доля работников (частость) по группам вклады в общий численности и персонала в %, w_i	Накоплен- ная частость числен- ности работни- ков, Sw_i	Доля совокупного годового дохода D_i по группам работников в общей сумме доходов всего персонала в %, q_i	Накоплен- ная доля совокуп- ного дохода по группам работников, Sq_i
3	X	f	D	w	Sw	q	Sq
4		0	0	0	0	0	0
5	20-60	10	400	=F5*100 4,167	=F4+w 4,167	=D/SD*100 1,642	=B4+q 1,642
6	60-100	40	3200	1,...	20,833	8,333	9,375
7	100-140	60	7200	25,000	45,833	18,750	28,125
8	140-180	45	7200	18,750	64,583	18,750	46,875
9	180-220	35	7000	14,583	79,167	18,229	65,104
10	220-260	25	6000	10,417	89,583	15,625	80,729
11	260-300	15	4500	6,250	95,833	10,938	91,667
12	300-340	10	3200	4,167	100,000	8,333	100,000
13	=СУММ(f)	Sf	SD	=СУММ(D)	=СУММ(w)	=СУММ(q)	
14	Итого	240	38400	100,000		100,000	
15	Коэффициент неравномерности Джини				G	2*,00%	C=24,5%
16	=(СУММПРОИЗВ(Sw_nachSq_kon)-СУММПРОИЗВ(Sw_kon;Sq_nach))/10000				="C"&ТЕКСТ(G;"0,0%")		
17							

Рис. 13.2. Вид расчетной таблицы Excel

Собственно, исходные данные содержатся в диапазоне B5:D12, а нули в стр. 4 необходимы для выполнения вычислений. В верхней части ячеек стр. 5 приведен вид формул, представленных в соответствующих ячейках. Область, в которую были скопированы указанные формулы, обведена пунктирным контуром. Для наглядности в формулах всюду, где это было возможно, в качестве ссылок использовались не адреса, а имена ячеек. Список имен, назначенных в таблице на рис. 13.2 и использованных в формулах, приведен в табл. 13.2. Из этой таблицы видно, что метки (обозначения), содержащиеся в стр. 3, обозначают диапазон ячеек с данными, расположенными под соответствующей меткой.

Таблица 13.2

Имена, назначенные в таблице на рис. 13.2

Имя	Адрес	Имя	Адрес
D	\$D\$4:\$D\$12	Sq_кон	\$H\$5:\$H\$12
f	\$C\$4:\$C\$12	Sq_нач	\$H\$4:\$H\$11
G	\$G\$15	Sw_кон	\$F\$5:\$F\$12
q	\$G\$4:\$G\$12	Sw_нач	\$F\$4:\$F\$11
SD	\$D\$14	w	\$E\$4:\$E\$12
Sf	\$C\$14		

Имя, начинающееся с буквы *S*, означает, что соответствующий показатель представляет или сумму, или накопленную сумму показателя, обозначенного второй буквой в имени. Так, *Sf* и *SD* обозначают соответственно накопленную сумму значений граф *f* и *D*, а *Sw* и *Sq* — накопленную сумму значений *w* и *q*.

Для создания диаграммы, приведенной на рис. 13.3, сначала были выделены диапазоны *Sw*, *Sq* и по ним построена точечная диаграмма со сглаженной линией ряда без маркеров, в результате чего была получена собственно кривая Лоренца. Далее на построенную диаграмму был скопирован диапазон *Sw*, и уже затем на диаграмме появился второй ряд — прямая равномерного распределения.



Рис. 13.3. Кривая Лоренца

Коэффициент Джини (G), численно характеризующий неравномерность распределения исследуемого показателя (в нашем случае — размеров доходов, D), вычислен в ячейке G15 по формуле

$$G = \left(\sum_{i=0}^{N-1} (S_{w_i} S_{q_{i+1}} - S_{w_{i+1}} S_{q_i}) \right) : 10\,000$$

Индексу $i = 0$ в этой формуле соответствуют нулевые значения S_{w_0} и S_{q_0} из строки 4, а индексу $i = N = 8$ — значения S_{w_8} и S_{q_8} из строки 12. Формула Excel, реализующая вычисление коэффициента Джини по приведенной математической формуле, показана на рис. 13.2 в строке 16.

Чтобы вывести коэффициент Джини на диаграмме, сначала с помощью формулы, приведенной в строке 17, в ячейке H15 была сформирована соответствующая текстовая строка. Затем эта строка была показана на диаграмме в виде элемента типа «Поле» с помощью следующих действий:

активизировалась диаграмма щелчком мышки на ней;

в строку формул вводилась формула = H15 и нажималась клавиша Enter, после этого на диаграмме создавался элемент «Поле», содержащий значение ячейки H15;

элемент «Полс» активизировался щелчком на нем, форматировался и размещался на диаграмме необходимым образом.

На построенной диаграмме последовательно выделялись оси X и Y и во вкладках «Шкала окон форматирования» этих осей задавались равными 100 максимальные значения на осях. Пояснения к кривым были добавлены (*только после активизации диаграммы*) с помощью инструмента «Выноски» (панель инструментов «Рисование / Автофигуры Выноски»).

Следует также иметь в виду, что кривая Лоренца выглядит правильно, только если область построения диаграммы представлена квадратом, а прямая равномерного распределения служит его диагональю. С этой целью размеры области построения диаграммы и диаграммы в целом следует установить соответствующим образом.

13.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение понятия «дифференциация значений признака»
2. Назовите основные показатели дифференциации значений признака, применяемые в статистике
3. Для каких целей используются показатели дифференциации?
4. Какой из показателей дифференциации даст наиболее точную характеристику степени дифференциации значений признака в изучаемой статистической совокупности?
5. Как определяется децильный коэффициент дифференциации?
6. Как определяется квартильный коэффициент дифференциации?
7. Как определяется квинтильный коэффициент дифференциации?
8. Дайте определение понятия «концентрация значений признака» в статистике
9. Перечислите показатели концентрации значений признака в статистической совокупности.
10. Какова область применения показателей концентрации значений признака в аналитической деятельности?
11. Как рассчитывается коэффициент Джини? Что показывает его значение?
12. Поясните назначение кривой Лоренца
13. Как определяется коэффициент Герфинделя? Что показывает его значение?
14. Как рассчитывается коэффициент Розенблота? Что показывает его значение?
15. Какой из коэффициентов дает наиболее точную характеристику степени неравномерности распределения единиц статистической совокупности по значениям признака?
16. Могут ли служить показатели дифференциации и концентрации значений признака мерой однородности статистической совокупности?
17. Определите показатели концентрации значений признака (коэффициенты Джини, Герфинделя, Розенблота) по следующим данным.

Объем оптового товарооборота за февраль 2000 г. по предприятиям региона, тыс. руб.	Количество предприятий	Накопленная частоты, %
До 100	10	6,41
100—250	14	8,97
250—700	35	22,43
700—900	32	20,51
900—1 200	28	17,95
1200—1 600	20	12,62
1600—1 800	12	7,69
Свыше 1 800	5	3,22
Итого	156	100

Охарактеризуйте степень однородности совокупности по изучаемому признаку, сравнив коэффициенты

18. Определите степень дифференциации работников организаций двух видов экономической деятельности по размеру начисленной заработной платы в 2012 г. по следующим данным (квантильные и децильные коэффициенты дифференциации).

Начисленная заработная плата, руб.	Финансовая деятельность	Образование
до 5 600	1,7	23,3
5 600—7 400	1,6	12,6
7 400—9 000	1,8	10,0
9 000—10 600	2,5	8,6
10 600—13 800	6,9	13,7
13 800—17 000	8,7	9,3
17 000—20 200	9,4	6,2
20 200—25 000	13,5	5,8
25 000—35 000	19,8	5,7
свыше 35 000	34,1	4,8

19. Определите степень концентрации банков по величине собственного капитала на основании следующих данных.

Величина собственного капитала банков, млн руб.	Количество банков
1—3	20
3—7	14
7—12	9
12—14	6
14—16	3
16—19	3
19—24	2
Итого	57

Используя коэффициенты Джини и Герфиндаля, сравните полученные результаты. Сделайте выводы.

20. По следующим данным оцените степень дифференциации и концентрации активов банков в 2007 г., используя квантильные и децильные коэффициенты дифференциации и коэффициенты Джини и Розенблота.

Размер активов банков, млн руб.	Количество банков	Доля банков, %
До 2	22	25,9
2—5	25	29,4
5—9	18	21,2
9—11	12	14,1
Свыше 11	8	9,4
Итого	85	100

Интерпретируйте результаты расчетов и сделайте выводы.

21. По данным задачи 13.19 постройте кривую Лоренца и постарайтесь графически оценить степень неравномерности распределения банков по величине собственного капитала. Сделайте выводы.
22. По исходным данным задачи 13.20 рассчитайте коэффициент Герфиндаля. Оцените, насколько точны были ваши выводы относительно степени однородности изучаемой совокупности банков по величине собственного капитала, сделанные в задаче 13.20 на основании других показателей концентрации.
23. По исходным данным задачи 13.18 охарактеризуйте степень концентрации жителей региона по уровню среднедушевого потребления молочных продуктов, используя коэффициент Джини и кривую Лоренца. Сделайте выводы.
24. Используя исходные данные задачи 13.17, определите степень дифференциации уровня товарооборота по предприятиям региона в 2007 г., применив квартильные и децильные коэффициенты. Оцените, какое число предприятий региона обладает уровнем товарооборота, не превышающим 1500 тыс. руб.
25. На основе распределения предприятий отрасли по среднегодовой стоимости основных производственных фондов, приведенного в таблице, определите:
 - а) степень их дифференциации по значению результативного признака, используя квартильные и децильные коэффициенты;
 - б) число крупных — стоимость фондов до 20 млн руб., средних — стоимость фондов свыше 5 млн руб., но не более 20 млн руб., мелких — стоимость фондов менее 5 млн руб. — предприятий в отрасли.

Среднегодовая стоимость основных фондов, млн руб.	Число предприятий отрасли
<i>x</i>	<i>f</i>
До 2	26
2,1—10	38
10,1—15	29
15,1—25	18
25,1—30	14
30,1—40	11
Свыше 40	32
Итого	170

ТЕМА 14. СТАТИСТИКА НАСЕЛЕНИЯ

14.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

В задачи статистики населения входит изучение его численности, состава, естественного и миграционного движения.

Население — это совокупность лиц, проживающих на той или иной территории. При определении численности населения статистика использует ряд показателей: постоянное население (ПН), наличное население (НН), временно проживающие (ВП), временно отсутствующие (ВО). Эти показатели соотносятся следующим образом:

$$\text{ПН} = \text{НН} + \text{ВО} \quad \text{ВП и НН} = \text{ПН} - \text{ВО} + \text{ВП}$$

Для изучения состава населения используются группировки по различным признакам.

Для проведения социально-экономических расчетов возникает необходимость исчисления *средней численности населения* ($\bar{S}$).

Численность населения меняется в результате различных демографических событий: рождения, смерти, миграции. Показатели естественного движения и миграции населения — важнейшие характеристики движения населения страны.

Основные показатели, характеризующие *естественное движение* населения, — *показатели рождаемости, смертности, естественного прироста, брачности и разводимости*. Статистика в первую очередь определяет их абсолютные величины: число родившихся (N), число умерших (M), естественный прирост населения ($\Delta S_{\text{естр}} = N - M$), число браков и разводов.

Основные показатели *миграции населения* — *показатели прибытия или выбытия населения, изменение численности мигрирующих лиц*. Определяется число прибывших (Π) и выбывших (B). *Миграционный прирост* представляет собой разницу между ними: $\Delta S_{\text{мигр}} = \Pi - B$. Этот показатель называется также *сальдо миграции*.

На основании абсолютных данных о естественном и миграционном приросте населения можно рассчитать величину *общего прироста населения* (ΔS).

$$\Delta S = \Delta S_{\text{ест. пр.}} + \Delta S_{\text{миг. пр.}} = N - M + \Pi - B.$$

Абсолютные показатели естественного движения и миграции населения не могут характеризовать *уровни рождаемости, смертности, миграционного прироста*, так как зависят от общей численности населения. Поэтому для характеристики естественного движения и миграции населения показатели рассчитываются по отношению к 1000 человек населения, т.е. выражаются в виде относительных величин (промилле, ‰). В статистике населения показатели могут измеряться также в расчете на 10 000 и на 100 000 человек.

Пример 1. Приведем расчет показателей, характеризующих естественное движение и миграцию населения.

Известны следующие данные по населенному пункту за год.

Численность населения на начало года, тыс. человек (S_1)	355,3
Число родившихся, тыс. человек (N)	5,3
Число умерших, тыс. человек (M)	3,6
Прибыло на постоянное жительство, тыс. человек (Π)	1,8
Убыло в другие населенные пункты, тыс. человек (B)	0,7
Доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности населения города, % (d_{15-49})	31

На основании приведенных данных могут быть рассчитаны следующие показатели:

численность населения города на конец года (тыс. человек) (S_{n+1}):

$$S_{n+1} = S_1 + N - M + \Pi - B = 355,3 + 5,3 - 3,6 + 1,8 - 0,7 = 358,1;$$

средняя численность населения за год (тыс. человек) $\bar{S}$:

$$\bar{S} = \frac{S_1 + S_{n+1}}{2} = \frac{355,3 + 358,1}{2} = 356,7;$$

общий коэффициент рождаемости ($K_{\text{рожд}}$):

$$K_{\text{рожд}} = \frac{N}{S} \cdot 1000 = \frac{5,3}{356,7} \cdot 1000 = 14,9 (\text{‰});$$

общий коэффициент смертности ($K_{\text{смерт}}$):

$$K_{\text{смерт}} = \frac{M}{S} \cdot 1000 = \frac{3,6}{356,7} \cdot 1000 = 10,1 (\text{‰});$$

коэффициент естественного прироста ($K_{\text{ест}}$):

$$K_{\text{ест.пр}} = K_{\text{рожд}} - K_{\text{смерт}} = 14,9 - 10,1 = 4,8 (\text{‰}),$$

$$K_{\text{ест.пр}} = \frac{\Delta S_{\text{ест.пр}}}{S} \cdot 1000 = \frac{N-M}{S} \cdot 1000 = \frac{5,3-3,6}{356,7} \cdot 1000 = 4,8 (\text{‰});$$

общий коэффициент миграционного прироста (коэффициент интенсивности миграции населения) ($K_{\text{мигр.пр}}$):

$$K_{\text{мигр.пр}} = \frac{\Delta S_{\text{мигр.пр}}}{S} \cdot 1000 = \frac{\Pi - В}{S} \cdot 1000 = \frac{1,8-0,7}{356,7} \cdot 1000 = 3,08 (\text{‰});$$

коэффициент общего прироста ($K_{\text{об.пр}}$) населения за год:

$$K_{\text{об.пр}} = \frac{\Delta S}{S} \cdot 1000 = \frac{2,8}{356,7} \cdot 1000 = 7,85 (\text{‰}),$$

где $\Delta S = S_{\text{ит}} - S_{\text{ит-1}} = 358,1 - 355,3 = 2,8$ или $\Delta S = \Delta S_{\text{ест.пр}} + \Delta S_{\text{мигр.пр}}$,

$$K_{\text{об.пр}} = K_{\text{ест.пр}} + K_{\text{мигр.пр}} = 4,8 + 3,085 \approx 7,88 (\text{‰})$$

(расхождения за счет округлений),

коэффициент интенсивности миграционного оборота ($K_{\text{мигр.об}}$):

$$K_{\text{мигр.об}} = \frac{\Pi + В}{S} \cdot 1000 = \frac{1,8 + 0,7}{356,7} \cdot 1000 = 7 (\text{‰});$$

коэффициент эффективности миграции ($K_{\text{эфф}}$):

$$K_{\text{эфф}} = \frac{\Delta S_{\text{мигр.пр}}}{Q} \cdot 100 = \frac{1,8 - 0,7}{1,8 + 0,7} \cdot 100 = 44 (\text{‰}),$$

где Q — объем миграции ($Q = I + B$),
коэффициент жизнестности В.Н. Покровского:

$$K_{\text{жизн}} = \frac{N}{M} = \frac{5,3}{3,6} = 1,5.$$

$$K_{\text{анжн}} = \frac{K_{\text{рожд}}}{K_{\text{смерт}}} = \frac{14,9}{10,1} = 1,5.$$

специальный коэффициент рождаемости (F).

$$F_{S_{\text{жизн}45-49}} = \frac{N}{S_{\text{жизн}45-49}} \cdot 1000 = \frac{5,3}{356,7 \cdot 0,31} \cdot 1000 = 48 (\text{‰}),$$

$$F = \frac{K_{\text{рожд}}}{d_{\text{жизн}45-49}} = \frac{5,3^*}{0,31} = 48 (\text{‰}).$$

Для всесторонней характеристики естественного движения населения рассчитываются *частные (повозрастные) коэффициенты рождаемости и смертности*. Особое значение для анализа процессов воспроизводства населения представляет *коэффициент младенческой смертности* ($K_{\text{мл. смерт.}}$), характеризующий уровень смертности детей в возрасте до 1 года.

Суммарный коэффициент рождаемости рассчитывается как отношение суммы возрастных коэффициентов рождаемости по одно-годовым возрастным группам к 1000. Данный показатель характеризует процесс воспроизводства населения.

Для изучения движения населения и для перспективных вычислений рассчитывают и анализируют *таблицы смертности и средней продолжительности жизни*. Таблица смертности — система связанных друг с другом показателей, зависящих от уровня смертности и отнесенных к различным возрастам. Отправными данными для всех остальных показателей таблицы обычно выступают вероятность смерти в течение года для лиц, достигших возраста x лет. Таблица смертности строится как бы для одного поколения (родившихся в одном году). Численность поколения условно считается равной 10 000 или 100 000 человек.

Ниже приводится макет таблицы смертности.

Возраст в годах	Число доживших до возраста x	Вероятность дожить до следующего возраста	Вероятность смерти в течение года	Число живущих в возрасте x	Предстоящее число человеко-лет жизни	Средняя продолжительность предстоящей жизни	Коэффициент дожития
x	l_x	p_x	q_x	L_x	T_x	e_x^e	P_x

Пример 2. Известны следующие данные о возрастных коэффициентах смертности:

$$K_{см0} = 28\text{‰}, K_{см1} = 5\text{‰}, K_{см2} = 3\text{‰} \text{ и т.д.}$$

Условное поколение 10 000 человек. Предстоящее число человеко-лет жизни для данного поколения — 660 000.

1. На основании повозрастных коэффициентов смертности можно определить следующее:

$$q_0 = 0,028; q_1 = 0,005; q_2 = 0,003 \text{ и т.д.}$$

$$\text{Далее: } p_0 = 1 - q_0 = 0,972; p_1 = 1 - q_1 = 0,995; p_2 = 1 - q_2 = 0,997 \text{ и т.д.}$$

2. Определив вероятность дожить до возраста x (p_x), рассчитаем число доживающих до возраста $x + 1$ ($l_{x+1} = l_x \cdot p_x$):

$$l_0 = 10\,000 \text{ (по условию);}$$

$$l_1 = l_0 \cdot p_0 = 10\,000 \cdot 0,972 = 9720;$$

$$l_2 = l_1 \cdot p_1 = 9720 \cdot 0,995 = 9671;$$

$$l_3 = l_2 \cdot p_2 = 9671 \cdot 0,997 = 9642 \text{ и т.д.}$$

3. Число живущих в возрасте x лет (L_x) представляет собой среднюю величину из числа доживающих до возраста x и до возраста $(x + 1)$, следовательно:

$$L_0 = \frac{l_0 + l_1}{2} = \frac{10\,000 + 9720}{2} = 9860;$$

$$L_1 = \frac{l_1 + l_2}{2} = \frac{9720 + 9671}{2} = 9695,5;$$

$$L_2 = \frac{l_2 + l_3}{2} = \frac{9671 + 9642}{2} = 9656,5 \text{ и т.д.}$$

4. Определим число предстоящих человеко-лет жизни для разных возрастов:

$$T_0 = 660\,000 \text{ по условию,}$$

$$T_1 = \sum L_{0-1} = T_0 - L_0 = 660\,000 - 9860 = 650\,140;$$

$$T_2 = \sum L_{1-x} = T_1 - L_1 = 650\,140 - 6995,5 = 640\,444,5;$$

$$T_3 = \sum L_{2-x} = T_2 - L_2 = 640\,444,5 - 9656,6 = 630\,788 \text{ и т.д.}$$

5. Средняя продолжительность предстоящей жизни населения определяется как $\frac{T_x}{l_x}$

Следовательно:

$$e_0^0 = \frac{T_0}{l_0} = \frac{660\,000}{10\,000} = 66 \text{ (лет);}$$

$$e_0^1 = \frac{T_1}{l_1} = \frac{650\,140}{9720} = 66,9 \text{ (лет);}$$

$$e_0^2 = \frac{T_2}{l_2} = \frac{640\,444,5}{9671} = 66,2 \text{ (лет);}$$

$$e_0^3 = \frac{T_3}{l_3} = \frac{630\,788}{9642} = 65,4 \text{ (лет) и т.д.}$$

Полученные данные можно представить в виде следующей таблицы смертности.

x	l_x	P_x	q_x	L_x	T_x	e_x^0	P_x
0	10 000	0,972	0,028	9 860,0	660 000,0	66,0	0,9833
1	9 720	0,995	0,005	9 695,5	650 140,0	66,9	0,9960
2	9 671	0,997	0,003	9 656,5	640 444,5	66,2	..
3	9 642	..	.	..	630 788,0	..	...
.	..	..	.	...	..	...	.
..	..	..	.	...	..	..	.
100	..	..	.	..	..	..	..
				660 000,0			

Перспективную численность населения по отдельным половозрастным группам можно рассчитывать, используя показатели таблиц смертности (коэффициент дожития $P_x = \frac{L_{x+1}}{L_x}$).

14.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Каковы объекты наблюдения и основные источники информации для статистики населения?
2. По каким группировкам изучается состав населения?
3. Какие понятия населения используются при проведении переписи населения и при сборе текущих данных?
4. Опишите половозрастную пирамиду населения и постройте ее на основании данных статистических сборников
5. Перечислите основные показатели естественного движения населения и напишите формулы их расчета. Какие специфические единицы измерения используются для расчета этих показателей?
6. Перечислите основные показатели, характеризующие миграцию населения, и напишите формулы их расчета.
7. Перечислите основные показатели, характеризующие общее изменение населения и напишите формулы их расчета.
8. Для каких целей строится таблица смертности? Назовите основные показатели таблицы и средней продолжительности жизни.
9. Как рассчитывается перспективная численность населения?
10. Площадь области составляет 4100 км². На ее территории расположено 1045 населенных пунктов с общей численностью жителей 2135 тыс. человек. Определите показатели близости расположения населенных пунктов и плотности населения
11. Определите численность надичного населения города, если известно, что постоянное население составляет 244 100 человек, временно проживающие — 3620 человек, временно отсутствующие — 4840 человек
12. Известны следующие данные о численности населения Российской Федерации за ряд лет

Годы	Все население, млн человек	В том числе	
		Мужчины	Женщины
1959	117,5	52,4	65,1
1970	129,9	59,1	70,8
1979	137,4	63,2	74,2
1989	147,0	68,7	78,3
2002	145,2	67,6	77,6
2010	142,9	66,1	76,8

* Данные приведены: 1959 и 1970 гг. — по переписи на 15 января, 1989 г. — по переписи на 12 января, 2002 г. — по переписи на 9 октября, 2010 г. — по переписи на 14 октября.

Рассчитайте динамику численности всего населения, численности мужчин и женщин, темпы прироста, удельный вес мужчин и женщин во всем населении. Сколько приходится женщин на 1000 мужчин? Проанализируйте полученные результаты. Результаты расчетов представьте в виде таблицы.

13. Численность населения области на 1 января 2011 г. составляла 4840 тыс. человек, на 1 апреля — 4868 тыс. человек, на 1 июля 4920 тыс. человек, на 1 октября — 4910 тыс. человек, на 1 января 2007 г. — 4900 тыс. человек. Определите среднюю численность населения за период.
14. Численность населения города в 2011 г. составляла: по состоянию на 1 января — 2435 тыс. человек, на 1 марта — 2440 тыс. человек, на 1 июня — 2542 тыс. человек, на 31 декабря — 2550 тыс. человек. Определите среднюю численность населения города в 2006 г.
15. Численность населения города составила (человек): на 1 января 580 520, на 1 февраля — 580 540; на 1 марта — 580 280; на 1 апреля 580 600, на 1 июля 580 620; на 1 октября — 580 690, на 1 января следующего года — 580 700.
Определите среднюю численность населения города в I квартале, в первом полугодии и за год в целом.
16. Численность населения города на 1 января 2011 г. составляла 590 620 человек. В течение года родилось 8600 человек, умерло 6800 человек. Сальдо миграции за этот период равнялось нулю. Определите численность населения на конец года, среднегодовую численность населения, абсолютный естественный прирост жителей города за год. Рассчитайте коэффициенты естественного прироста, общей рождаемости, общей смертности и жизнестойкости населения.
17. Численность населения района на 1 января 2011 г. составляла 442 650 человек. В течение 2011 г. родилось 5312 человек, умерло 5980 человек, прибыло на постоянное жительство 2350 человек, выбыло 1200 человек. Определите:
 - а) коэффициенты общей рождаемости, общей смертности, естественного прироста населения;
 - б) сальдо миграции, объем миграции, общий коэффициент интенсивности миграции (миграционного прироста), коэффициенты интенсивности миграционного оборота и эффективности миграции;
 - в) общий прирост населения за период и коэффициент общего прироста населения.
18. Численность населения города на 20 января 2010 г. составляла 850 тыс. человек. За период с 1 по 19 января включительно родилось 850 человек, умерло 530 человек, приехало на постоянное место жительства

200 человек, а выехавших не было. За 2010 г. родилось 9200, умерло 12 200, приехало на постоянное жительство 2300, выехало 1301 человек. Рассчитайте:

- а) среднюю численность населения за 2010 г.;
 - б) коэффициенты рождаемости, смертности и естественного прироста (изменения) населения;
 - в) коэффициенты интенсивности миграции по прибытию и выбытию и общей интенсивности миграции населения (миграционного прироста);
 - г) коэффициент интенсивности миграционного оборота;
 - д) коэффициент эффективности миграции;
 - е) коэффициент общего прироста населения.
19. Коэффициент общей рождаемости в районе А составляет 12‰, а в районе Б — 13,8‰. Известно, что среднегодовая численность населения в районе Б в 4 раза больше, чем среднегодовая численность населения района А. Определите коэффициент общей рождаемости по двум районам вместе.
20. Известны следующие данные по населенному пункту на начало года, тыс. человек: наличное население — 650, временно проживающие — 6, временно отсутствующие — 4. В течение года произошли следующие изменения (тыс. человек): родилось всего — 9, в том числе у постоянных жителей — 8,5; умерло всего — 8, в том числе из числа постоянных жителей — 7,2; прибыло на постоянное жительство — 5, выехало на постоянное жительство (из числа постоянных жителей) — 4,3. Численность временно проживающих на конец года уменьшилась на 1,6 тыс. человек, а численность временно отсутствующих увеличилась на 1,5 тыс. человек.
- Определите:
- а) численность постоянного населения на начало и конец года;
 - б) численность наличного населения на конец года;
 - в) среднегодовую численность постоянного населения;
 - г) показатели естественного и миграционного движения постоянного населения.
21. Известны следующие данные за 2012 г. по региону:
- численность населения, тыс. человек, на начало года — 1420, на конец года — 1473;
 - коэффициент естественного прироста населения, ‰ — 2,9;
 - коэффициент жизненности, ‰ — 1,26;
 - число детей, умерших в возрасте до одного года, человек — 505;
 - доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности населения, ‰ — на начало года — 31, на конец года — 34.

Охарактеризуйте естественное и миграционное движение населения региона в 2012 г. с помощью известных вам абсолютных и относительных показателей

22. Известны следующие данные по региону за 2012 г.:

- численность населения, тыс человек на 1 января — 640, на 1 марта — 642; на 1 января 2013 г. — 645;
- число умерших, человек — 7680;
- число выехавших на постоянно жительство в другие населенные пункты, человек — 2000, коэффициент жизненности, — 1,26;
- доля женщин в общей численности населения, % — 62,3;
- доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности женщин, % — 35,9.

Определите

- а) коэффициенты рождаемости, смертности, естественного и механического прироста населения;
- б) число родившихся;
- в) число прибывших на постоянное жительство из других населенных пунктов;
- г) специальный коэффициент рождаемости.

23. Численность населения города на начало года составляла 78 тыс. человек. За год родилось 820 человек, умерло 800 человек. Сальдо миграции составило 160 человек. Число женщин в возрасте 15—49 лет в среднем за год составило 24,1 тыс. человек.

Определите:

- а) общие коэффициенты рождаемости и смертности;
- б) специальный коэффициент рождаемости;
- в) коэффициенты естественного, миграционного и общего (разными способами) прироста населения.

24. Население районного центра в 2001 г. в среднем составляло 156 тыс. человек. В течение года родилось 1104 человек, умерло 1200 человек. В общей численности населения женщины в возрасте от 15 до 49 лет составляли 30%.

Определите

- а) общие коэффициенты рождаемости и смертности;
- б) специальный коэффициент рождаемости;
- в) коэффициент жизненности.

25. Специальный коэффициент рождаемости в городе составил 48‰, число родившихся — 4,8 тыс. человек, число умерших — 3,1 тыс. человек, доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности населения составила 26%, saldo миграции — 3,9 тыс. человек. Определите коэффициенты общей рождаемости, общей смертности, общего прироста населения, жизнестности.
26. В одном из районов доля женщин в возрасте 15—49 лет в общей численности женщин составила 45,8%, а доля женщин в общей численности населения — 62,4%. Специальный коэффициент рождаемости равен 38‰. Определите общий коэффициент рождаемости для этого района.
27. Известны следующие данные о численности женщин на 1 января 2012 г. в населенном пункте и коэффициенты дожития (из таблиц смертности и средней продолжительности жизни).

Возраст, лет	Число женщин	Коэффициент дожития
25	5 684	0,99929
26	5 724	0,99926
27	5 784	0,99924
28	5 854	0,99920
29	5 914	0,99918

Определите ожидаемую численность женщин в возрасте 29 и 30 лет на 01.01.2015 без учета миграции.

28. Известны следующие данные:
- число человеко-лет предстоящей жизни от возраста 5 лет и до предельного возраста — 6 560 186;
 - среднее число живущих в возрасте 5 лет — 97 860 человек;
 - число доживающих до 5 лет — 98 500 человек.

Заполните строку таблицы смертности для возраста 5 лет. Определите среднюю продолжительность предстоящей жизни для лиц, достигших возраста 6 лет.

29. Известны следующие данные о по возрастных коэффициентах смертности: для детей в возрасте до года — 25,1‰ (K_0), для детей, достигших возраста 1 год — 4,5‰ (K_1), для детей, достигших возраста 2 года — 3,9‰ (K_2), для детей, достигших возраста 3 года — 2,8‰ (K_3), для детей, достигших возраста 4 года — 0,8‰ (K_4). Сумма предстоящих человеко-лет жизни для совокупности родившихся (10 тыс. человек) составляет 640 000.

Составьте таблицу смертности для данных возрастных групп и определите среднюю ожидаемую продолжительность предстоящей жизни для возрастов 0, 1, 2, 3, 4 года.

30. Имеем следующие данные о численности лиц 18—20-летнего возраста: 18 лет — 220 тыс. человек, 19 лет — 210 тыс. человек, 20 лет — 205 тыс. человек.

Определите численность лиц указанных возрастов через один и два года, располагая следующими годовыми коэффициентами дожития: 18 лет — 0,9993; 19 лет — 0,9986; 20 лет — 0,9981; 21 год — 0,9978.

31. По следующим данным о численности и смертности населения по возрастным группам в двух районах определите для каждого района:
а) стандартизированные коэффициенты смертности;
б) средние коэффициенты смертности по фактическим весам.

Возрастная группа, лет	Район А		Район Б		Стандартизированная возрастная структура населения, ‰
	численность населения, человек	коэффициенты смертности по возрастным группам, ‰	численность населения, человек	коэффициент смертности по возрастным группам, ‰	
10—19	5 800	2,1	3 150	2,9	16
20—29	5 500	3,1	2 940	3,6	14
30—39	4 650	5,2	2 520	5,2	11
40—49	4 000	8,6	2 320	9,1	10

32. Известны следующие данные по населенному пункту: численность населения на 1 января 2012 г. составила 62 650 человек, коэффициент естественного прироста — 5,8‰. Определите вероятную численность населения этого населенного пункта через пять лет, предположив, что миграция отсутствует, а коэффициент естественного прироста сохраняется на уровне 2012 г.

ТЕМА 15. СТАТИСТИКА ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ И ЗАНЯТОСТИ НАСЕЛЕНИЯ

15.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Формирование в России рыночных отношений обусловило значительные изменения в статистике рынка труда. Появление новых показателей (экономически активное население, безработные, распределение занятых в экономике по статусу в занятости и др.) связано также с внедрением международных статистических стандартов, которые, с одной стороны, адаптированы к условиям рыночной экономики, а с другой — их введение было необходимо в связи со вступлением России в международные экономические и финансовые организации.

В настоящее время в статистической практике рассчитываются следующие показатели:

- а) численность экономически активного населения;
- б) уровень экономической активности;
- в) численность занятых;
- г) уровень занятости населения,
- д) численность безработных;
- е) уровень безработицы;
- ж) численность экономически неактивного населения.

Занятое в экономике население классифицируется по статусу в занятости.

Пример 1. Известны следующие данные о численности экономически активного и неактивного населения, тыс. человек:

Численность населения, в том числе.	3 025
в возрасте 15—72 лет	2 375
работающие по найму	1 200
самостоятельно занятые	157
работодатели	20
помогающие лица на семейном предприятии	32
члены производственных кооперативов	200

лица, не имеющие работу, ищущие ее и готовые приступить к работе (ранее работавшие)	190
лица, впервые ищущие работу	7
лица младших возрастов	70
учащиеся трудоспособного возраста с отрывом от производства	200
лица, занятые ведением домашнего хозяйства, уходом за детьми	190
неработающие пенсионеры и инвалиды	680
работающие лица пенсионного возраста	40
работающие лица младше трудоспособного возраста	13
прочие неработающие лица трудоспособного возраста	26

Определим следующие показатели:

- 1) численность занятых в экономике (З), тыс. человек:

$$З = 1200 + 157 + 20 + 32 + 200 = 1609;$$

- 2) численность безработных (Б), тыс. человек:

$$Б = 190 + 7 = 197;$$

- 3) численность экономически активного населения (ЭА), тыс. человек:

$$ЭА = З + Б = 1609 + 197 = 1806;$$

- 4) численность экономически неактивного населения ($Э_{на}$), тыс. человек:

$$Э_{на} = 70 + 200 + 190 + 680 + 26 = 1166;$$

- 5) уровень экономической активности ($K_{эа}$):

$$K_{эа} = \frac{ЭА}{N_{(15-72)}} \cdot 100 = \frac{1806}{2375} \cdot 100 = 76,0 (\%),$$

где N_{15-72} — численность населения в возрасте 15—72 лет,

- 6) уровень занятости (K_z):

$$K_z = \frac{З}{ЭА} \cdot 100 = \frac{1609}{1806} \cdot 100 = 89,1 (\%),$$

$$\text{или } 100\% - K_e = 100 - 10,9 = 89,1 (\%);$$

7) уровень безработицы (K_6):

$$K_6 = \frac{B}{ЭА} \cdot 100 = \frac{197}{1806} \cdot 100 = 10,9 (\%),$$

$$\text{или } 100\% - K_6 = 100 - 89,1 = 10,9 (\%)$$

Население подразделяется на две группы: *люди трудоспособного и нетрудоспособного возраста*. На основании этих данных можно рассчитать показатели демографической нагрузки.

Для того чтобы получить информацию о формировании трудового потенциала страны, развитии рынка труда, состоянии занятости и безработицы, структуре занятых по отраслям экономики, формам собственности, регионам и т.д.; для изучения резервов рабочей силы в целом для страны, источников их пополнения и направлений выбытия рабочей силы и других вопросов, составляется баланс трудовых ресурсов.

Такой баланс позволяет рассчитать ряд показателей, характеризующих трудоспособность и занятость населения: коэффициенты трудоспособности всего населения, населения трудоспособного возраста; коэффициенты занятости всего населения, населения трудоспособного возраста; коэффициент занятости трудовых ресурсов, коэффициент экономической активности трудовых ресурсов.

Баланс трудовых ресурсов составляется раз в год в целом по стране, по регионам Российской Федерации, краям и областям, в том числе по городской и сельской местности.

Пример 2. Известны следующие данные о численности трудовых ресурсов региона и их составе на 1 января 2011 г., тыс. человек:

Численность населения региона	8 775
Численность мужчин трудоспособного возраста (16—59 лет)	4 642
Численность женщин трудоспособного возраста (16—54 лет)	4 133
Численность неработающих инвалидов труда и войны I и II групп трудоспособного возраста	133
Численность лиц трудоспособного возраста, получающих пенсию на льготных условиях	150
Занятые в экономике	5 500
Число работающих подростков	50
Число работающих лиц пенсионного возраста	440
Число лиц моложе 16 лет	3 287
Число лиц старше пенсионного возраста (неработающие и работающие)	2 889
Число лиц трудоспособного возраста, обучающихся с отрывом от производства	710

Определим следующие показатели (тыс. человек):

1) численность населения трудоспособного возраста ($S_{ТВ}$):

$$S_{ТВ} = S_{муж} + S_{жен} = 4642 + 4133 = 8775;$$

2) численность трудоспособного населения в трудоспособном возрасте ($S_{ТТ}$):

$$S_{ТТ} = 8775 - 133 - 150 = 8492;$$

3) численность трудовых ресурсов ($S_{ТР}$):

$$S_{ТР} = 8492 + 50 + 440 = 8982;$$

4) коэффициенты, характеризующие демографическую нагрузку населения трудоспособного возраста, %:

— коэффициент потенциального замещения:

$$K_{пз} = \frac{S_{0-15}}{S_{ТВ}} \cdot 1000 = \frac{3287}{8775} \cdot 1000 = 375(\%),$$

— коэффициент «пенсионной нагрузки»:

$$K_{пн} = \frac{S_{пв}}{S_{ТВ}} \cdot 1000 = \frac{2889}{8775} \cdot 1000 = 329(\%),$$

— коэффициент общей нагрузки:

$$K_{обн} = \frac{S_{0-15} + S_{пв}}{S_{ТВ}} \cdot 1000 = \frac{3287 + 2889}{8775} \cdot 1000 = 704\%$$

$$\text{или } K_{обн} = K_{пз} + K_{пн} = 375 + 329 = 704\%.$$

Эти данные свидетельствуют о том, что на 1000 человек трудоспособного возраста приходится 375 человек младших возрастов и 329 пенсионеров, что составляет общую демографическую нагрузку в 704 человека.

15.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение экономически активного населения.
2. Назовите основные группировки, используемые для изучения состава экономически активного населения, занятых и безработных.
3. Какие показатели характеризуют уровни экономической активности, занятости и безработицы?
4. Дайте определение экономически неактивного населения.
5. Дайте определение занятого населения.
6. Как распределяется работающее население по статусу занятости?
7. Как исчисляются показатели демографической нагрузки населения?
8. Дайте определение трудовых ресурсов. Как вычисляется численность трудовых ресурсов?
9. Опишите структуру баланса трудовых ресурсов. Назовите показатели, характеризующие трудоспособность и занятость населения.
10. Какие источники информации о рынке труда вы знаете?
11. Известны данные о численности экономически активного населения и занятых в экономике Российской Федерации за ряд лет, тыс. человек.

Показатели	2006	2007	2008	2009	2010
Экономически активное население	74 156	75 060	76 892	75 658	75 440
Занятые в экономике	69 157	70 814	70 603	69 258	69 804

Источник: Труд и занятость в России. 2011. Табл. 1.1.

Рассчитайте динамику экономически активного населения, занятых и безработных. Определите базисные и цепные абсолютные приросты (снижение), темпы роста (снижения) и прироста (снижения) экономически активного населения, занятых и безработных. Рассчитайте для этих показателей средние темпы роста (снижения) и прироста (снижения) за 2006–2010 гг. Сделайте выводы на основании результатов расчетов.

12. Численность экономически активного населения в Российской Федерации в декабре 2010 г. составила 75,44 млн человек, численность занятых — 69,8 млн человек, а населения в возрасте 15–72 лет — 111,5 млн человек. Рассчитайте:
 - а) численность безработных;
 - б) коэффициент экономической активности населения;
 - в) коэффициенты занятости и безработицы.
13. Численность занятых в городе на 1 января 2011 г. составила 482 тыс. человек, на 1 апреля 2011 г. — 486 тыс. человек, на 1 июня 2011 г. —

491 тыс. человек, на 1 октября 2011 г. — 490 тыс. человек, на 1 января 2012 г. — 492 тыс. человек. Численность безработных на соответствующие даты составила: 34 тыс. человек, 40 тыс. человек, 32 тыс. человек, 35,4 тыс. человек, 40 тыс. человек.

Определите

- а) среднюю численность занятых, безработных, экономически активного населения за 2011 г.;
- б) коэффициенты занятости и безработицы за этот период.

14. Численность экономически активного населения региона составила 19 808 тыс. человек, безработных — 846 тыс. человек, населения в целом — 37 546 тыс. человек.

Определите уровень экономической активности населения, занятости и безработицы в регионе.

15. Численность населения области — 3,5 млн человек, в том числе 62,9% трудоспособного возраста, численность безработных — 130 тыс. человек, что составляет 7,1% экономически активного населения.

Рассчитайте.

- а) численность экономически активного населения;
- б) уровни экономической активности и занятости населения.

16. Экономически активное население Российской Федерации в сентябре 2012 г. составило 76 172 тыс. человек, в том числе мужчин — 51%. Коэффициент безработицы у мужчин 5,5%, у женщин — 4,9%.

Определите:

- а) уровень безработицы;
- б) численность занятых мужчин и женщин;
- в) уровень занятости для мужчин, женщин и в целом для лиц обоего пола;
- г) структуру занятых и безработных по полу.

17. На дату обследования населения области по проблемам занятости в феврале 2012 г. (обследовались лица 15—72 лет) получены следующие данные, тыс. человек.

Работающие по найму	940
Самостоятельно занятые	109
Работодатели	10
Члены производственных кооперативов	170
Помогающие лица на семейном предприятии	18
Лица, ранее работавшие, не имеющие работу и ищущие ее	50
Лица, впервые ищущие работу	10

Лица, не имеющие работу длительное время, прекратившие поиски работы, но готовые работать	3
Учащиеся трудоспособного возраста с отрывом от производства	104
Лица трудоспособного возраста, занятые домашним хозяйством и уходом за детьми	156
Лица младших возрастов	42
Неработающие пенсионеры и инвалиды	564
Прочие неработающие лица трудоспособного возраста	22

Определите:

- а) численность экономически активного населения, в том числе:
 - занятых,
 - безработных,
- б) численность экономически неактивного населения;
- в) уровни экономической активности населения (в возрасте 15–72 лет), занятости и безработицы.

Проведите группировку занятого населения по статусу в занятости и определите структуру занятости

18. В городе проживает 51 тыс. человек в возрасте до 16 лет, мужчин в возрасте от 16 до 59 лет — 106 тыс. человек, женщин в возрасте от 16 до 54 лет — 90 тыс. человек и 63 тыс. человек старше трудоспособного возраста. Численность неработающих инвалидов I и II групп трудоспособного возраста и неработающие пенсионеры этой возрастной категории составляет 1,5% от общего числа лиц трудоспособного возраста. Известно, что в городе работает 176 тыс. человек, из них 168 тыс. человек трудоспособного возраста. Численность безработных составляет 3,5 тыс. человек.

Определите.

- а) долю населения в трудоспособном возрасте,
- б) коэффициенты пенсионной нагрузки, потенциального замещения и общей нагрузки населения трудоспособного возраста,
- в) численность трудовых ресурсов, экономически активного населения,
- г) коэффициенты трудоспособности всего населения и населения в трудоспособном возрасте,
- д) коэффициенты занятости всего населения, населения трудоспособного возраста, трудоспособного населения трудоспособного возраста, экономически активного населения, трудовых ресурсов;
- е) уровни безработицы и экономической активности населения

19. Определите коэффициент трудоспособности населения трудоспособного возраста, если известно, что коэффициент трудоспособности всего населения составил 52%, а доля населения в нетрудоспособном возрасте — 43%.
20. Как изменилась численность всего населения города, если известно, что численность населения в трудоспособном возрасте выросла на 1,65%, коэффициент трудоспособности всего населения — на 0,345%, а коэффициент трудоспособности населения трудоспособного возраста — на 2,1%?
21. Численность населения города на начало года составила 1308 тыс. человек. В течение года родилось 15 тыс. человек, за этот же период умерло 16,1 тыс. человек, saldo миграции составило 5,1 тыс. человек. Численность мужчин в возрасте 16—59 лет составила 420 тыс. человек, а женщин в возрасте 16—54 года — 390 тыс. человек. Численность неработающих инвалидов I и II группы и пенсионеров трудоспособного возраста достигла 13,2 тыс. человек. В данном году в экономике было занято 56,2 тыс. лиц пенсионного возраста и 5 тыс. подростков в возрасте до 16 лет. Определите потенциальную численность трудовых ресурсов в этом городе через два года при условии, что в течение этого периода темпы изменения численности трудовых ресурсов совпадут с темпами изменения численности населения города за рассматриваемый год.
22. Известны следующие данные о распределении безработных по продолжительности поиска работы.

Продолжительность безработицы (количество месяцев)	Число безработных
До 3 месяцев	1 589
От 3 до 6 месяцев	862
От 6 до 12 месяцев	1 119
Более 1 года	2 026

Определите:

- среднюю продолжительность безработицы;
- медианную продолжительность безработицы.

16.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Система национальных счетов (СНС) – это система статистических показателей, используемая в большинстве стран мира для анализа макроэкономических процессов.

Взаимосвязь основных макроэкономических показателей СНС, характеризующих результаты экономической деятельности на разных стадиях воспроизведенного цикла, можно представить следующим образом:

- 1) валовой внутренний продукт (ВВП);
- 2) потребление основного капитала;
- 3) чистый внутренний продукт (п. 1 – п. 2);
- 4) сальдо первичных доходов, полученных резидентами данной страны от нерезидентов и переданных им;
- 5) валовой национальный доход (ВНД) (п. 1 + п. 4);
- 6) чистый национальный доход (п. 3 + п. 4);
- 7) сальдо текущих трансфертов, полученных резидентами данной страны от нерезидентов и переданных им;
- 8) валовой национальный располагаемый доход (ВНРД) (п. 5 + п. 7);
- 9) конечное потребление;
- 10) валовое национальное сбережение (НС) (п. 8 – п. 9);
- 11) сальдо капитальных трансфертов, полученных резидентами данной страны от нерезидентов и переданных им;
- 12) изменение в валовой стоимости собственного капитала в результате сбережения и капитальных трансфертов (п. 10 + п. 11);
- 13) валовое накопление;
- 14) чистое приобретение земли и других нефинансовых произведенных активов;
- 15) чистое кредитование (+) или заимствование (–), включая статистическое расхождение (ЧК) (п. 12 – п. 13 – п. 14).

Валовой внутренний продукт – это рыночная стоимость всех товаров и услуг, произведенных резидентами за период для конечного использования.

Потребление основного капитала представляет собой уменьшение стоимости основного капитала в процессе производства.

Валовой внутренний продукт за минусом потребления основного капитала называется *чистым внутренним продуктом*.

Первичные доходы — доходы, формирующиеся у экономических субъектов в результате их непосредственного или косвенного участия в процессе производства. К этой категории относятся оплата труда наемных работников, чистые налоги на производство, прибыль, смешанные доходы, а также доходы, получаемые в результате передачи другим экономическим субъектам финансовых и нефинансовых воспроизведенных материальных активов для временного использования в процессе производства (доходы от собственности).

Текущие трансферты — это текущие налоги на доходы, страховые платежи и возмещения, отчисления на социальное страхование, социальные пособия, добровольные взносы и подарки, не имеющие капитального характера, и т.п.

Конечное потребление — приобретение потребительских товаров и услуг домашними хозяйствами, органами государственного управления и некоммерческими организациями, обслуживающими домашние хозяйства.

Капитальные трансферты представляют собой безвозмездную передачу прав собственности на активы (кроме наличных денег и материальных оборотных средств) или средств для их приобретения от одного экономического субъекта другому.

Валовое накопление включает накопление основного капитала, изменение запасов материальных оборотных средств, а также чистое приобретение ценностей (приобретение за вычетом выбытия).

Методы исчисления валового внутреннего продукта (ВВП). ВВП может быть исчислен на каждой стадии воспроизводственного цикла соответствующим методом:

- на стадии производства товаров и услуг — производственным;
- на стадии распределения — распределительным;
- на стадии конечного использования — методом конечного использования.

Производственным методом ВВП в рыночных ценах рассчитывается как разность между суммой выпуска в основных ценах и чистых налогов на продукты (налогов за вычетом субсидий) и промежуточным потреблением.

Распределительным методом ВВП исчисляется как сумма первичных доходов, распределенных между непосредственными участниками процесса производства, т.е. как сумма оплаты работодателями-резидентами труда наемных работников (резидентов и нерезидентов), выплат предприятий-резидентами чистых налогов на производство и импорт, а также валовой прибыли и валовых смешанных доходов, оставшихся у производителей-резидентов

Методом конечного использования ВВП рассчитывается как сумма конечного потребления и валового накопления с учетом сальдо экспорта и импорта товаров и услуг.

Оценки ВВП, полученные разными методами, как правило, не совпадают. Разность между оценками ВВП, рассчитанными производственным методом и методом конечного использования, отражается в специальном показателе «Статистическое расхождение».

Система статистических показателей, характеризующих экономическую деятельность, представлена в СНС в виде счетов и балансовых таблиц. Каждой стадии процесса воспроизводства (стадии производства, первичного распределения доходов, вторичного распределения доходов, использования доходов на конечное потребление и накопление) соответствует *специальный счет или группа счетов*.

Пример 1. Известны следующие данные по России за 2011 г., в текущих ценах; млрд руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	94 081,4
Промежуточное потребление	47 761,4
Налоги на производство и импорт	11 158,3
в том числе налоги на продукты	8 440,1
Субсидии на производство и импорт	259,3
в том числе субсидии на продукты	174,5
Оплата работодателями-резидентами труда наемных работников (резидентов и нерезидентов)	27 167,6
Сальдо оплаты нерезидентами труда резидентов и резидентами труда нерезидентов	-277,8
Доходы от собственности, полученные резидентами от нерезидентов (от «остального мира»)	1 128,1
Доходы от собственности, переданные резидентами нерезидентам («остальному миру»)	2 612,5
Текущие трансферты, полученные резидентами от нерезидентов (от «остального мира»)	480,3
Текущие трансферты, переданные резидентами нерезидентам («остальному миру»)	575,1
Конечное потребление	37 254,9
Капитальные трансферты, переданные резидентами нерезидентам («остальному миру»)	24,4

Капитальные трансферты, полученные резидентами от нерезидентов (от «остального мира»)	16,9
Валовое накопление основного капитала	11 620,4
Изменение запасов материальных оборотных средств	2 024,0
Экспорт товаров и услуг	16 949,6
Импорт товаров и услуг	12 165,9

Рассчитаем по этим данным основные макроэкономические показатели СНС (млрд руб.) и построим основные счета.

1. ВВП, рассчитанный производственным методом, составит:

$$\begin{aligned} \text{ВВП} &= \text{Выпуск в основных ценах} + \text{Налоги на продукты} - \\ &- \text{Субсидии на продукты} - \text{Промежуточное потребление} = \\ &= 94\,081,4 + (8\,440,1 - 174,5) - 47\,761,4 = 54\,585,6. \end{aligned}$$

2. Валовая прибыль и смешанные доходы = ВВП (исчисленный производственным методом) – Оплата труда резидентами – Налоги на производство и импорт + Субсидии на производство и импорт =

$$= 54\,585,6 - 27\,167,6 - (11\,158,3 - 259,3) = 16\,519,0.$$

3. ВВП, исчисленный распределительным методом, равен:

$$16\,519,0 + 27\,167,6 + (11\,158,3 - 259,3) = 54\,585,6.$$

4. Методом конечного использования ВВП исчисляется следующим образом:

$$\text{ВВП} = \text{Конечное потребление} + \text{Валовое накопление} + \text{Экспорт} - \text{Импорт} = 37\,254,9 + 11\,620,4 + 2\,024,0 + 16\,949,6 - 12\,165,9 = 55\,683,0.$$

5. Статистическое расхождение определяется как разность между ВВП, рассчитанным производственным методом (54 585,6), и ВВП, рассчитанным методом конечного использования (55 683). В нашем примере оно составляет –1 097,4.

6. Валовой национальный доход (ВНД) можно рассчитать следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{ВНД} &= \text{ВВП} + \text{Сальдо оплаты нерезидентами труда резидентов и резидентами труда нерезидентов} + \text{Сальдо доходов от собственности} = \\ &= 54\,585,6 - 277,8 + 1\,128,1 - 2\,612,5 = 52\,823,4. \end{aligned}$$

7. Валовой национальный располагаемый доход (ВНРД) равен:

$$\text{ВНРД} = 52\,823,4 + 480,3 - 575,1 = 52\,728,6.$$

8. Валовое национальное сбережение (НС) рассчитывается следующим образом:

$$НС = 52\,728,6 - 37\,254,9 = 15\,473,7$$

9. Чистое кредитование (чистое заимствование) = Национальное сбережение + Сальдо капитальных трансфертов – Валовое накопление = $15\,473,7 + 16,9 - 24,4 - 11\,620,4 - 2\,024,0 = 1\,821,8$.

Построим основные счета по данным примера.

Счет товаров и услуг в текущих ценах, млрд руб.

Ресурсы		Использование	
Выпуск в основных ценах	94 081,4	Промежуточное потребление	47 761,4
Налоги на продукты	8 440,1	Конечное потребление	37 254,9
Субсидии на продукты (–)	174,5	Валовое накопление	11 620,4 + 2 024,0
Импорт	12 165,9	Экспорт	16 949,6
		Статистическое расхождение	–1 097,4
Итого	114 512,9	Итого	114 512,9

Счет производства в текущих ценах, млрд руб.

Использование		Ресурсы	
Промежуточное потребление	47 761,4	Выпуск в основных ценах	94 081,4
		Налоги на продукты	8 440,1
Валовой внутренний продукт в рыночных ценах	54 585,6	Субсидии на продукты (–)	174,5
Итого	102 347,0	Итого	102 347,0

Счет образования доходов в текущих ценах, млрд руб.

Использование		Ресурсы	
Оплата труда	27 167,6	Валовой внутренний продукт в рыночных ценах	54 585,6
Налоги на производство и импорт	11 156,3		
Субсидии на производство и импорт (–)	259,3		
Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы	16 519,0		
Итого	54 585,6	Итого	54 585,6

**Счет распределения первичных доходов
в текущих ценах, млрд руб.**

Использование		Ресурсы	
Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	2 612,5	Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы	16 519,0
		Оплата труда	27 167,6 – 277,8
		Налоги на производство и импорт	11 158,3
		Субсидии на производство и импорт (-)	259,3
Валовой национальный доход	52 823,4	Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	1 128,1
Итого	55 435,9	Итого	55 435,9

**Счет вторичного распределения доходов
в текущих ценах, млрд руб.**

Использование		Ресурсы	
Текущие трансферты, переданные «остальному миру»	575,1	Валовой национальный доход	52 823,4
		Текущие трансферты, полученные от «остального мира»	480,3
Валовой национальный располагаемый доход	52 728,6		
Итого	53 303,7	Итого	53 303,7

**Счет использования располагаемого дохода
в текущих ценах, млн руб.**

Использование		Ресурсы	
Конечное потребление	37 254,9	Валовой национальный располагаемый доход	52 728,6
Национальное сбережение	15 473,7		
Итого	52 728,6	Итого	52 728,6

**Счет операций с капиталом
в текущих ценах, млн руб.**

Изменения в активах		Изменения в собственном капитале	
Валовое накопление основного капитала	11 620,4	Национальное сбережение	15 473,7
Изменение запасов материальных оборотных средств	2 024,0	Капитальные трансферты, полученные от «остального мира» (+)	16,9
Чистое кредитование/заимствование	1 621,8	Капитальные трансферты, переданные «остальному миру» (-)	24,4
Итого	15 466,2	Итого	15 466,2

Под национальным богатством понимается совокупность ресурсов страны (экономических активов), необходимых для производства товаров (работ, услуг) и обеспечения жизни людей. В настоящее время в статистической практике России показатель национального богатства исчисляется по методологии, в большей степени соответствующей основным принципам построения баланса народного хозяйства. В статистических сборниках приводятся данные о национальном богатстве как совокупности произведенных и накопленных материальных благ (образующих национальное имущество) и природных ресурсов, вовлеченных в экономический оборот. Важнейшую часть национального богатства составляют основные фонды.

16.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Дайте определение системы национальных счетов
2. Когда, где и почему возникла СНС?
3. Кто и когда предложил термины «национальные счета» и «национальное счетоводство»?
4. Какие международные стандарты по СНС вы знаете?
5. Какое место занимает международный стандарт по СНС в системе международных стандартов по статистике и учету?
6. Подберите каждому из приведенных ниже положений, отмеченных буквами, соответствующий термин или понятие (последние отмечены цифрами).
Положения
 - а) стоимость произведенных товаров и услуг в основных ценах за вычетом промежуточного потребления,
 - б) отчисления от прибыли (дохода) за использование заемных финансовых и нефинансовых произведенных материальных активов в процессе производства в пользу собственников активов,
 - в) первичные доходы, полученные резидентами от участия в процессе производства ВВП своей страны и других стран,
 - г) сумма расходов на конечное потребление домашних хозяйств, государственных учреждений, некоммерческих организаций, обслуживающих домашних хозяйства;
 - д) стоимость потребленных в процессе производства товаров и рыночных услуг (за исключением потребления основного капитала),
 - е) часть валовой добавленной стоимости, оставшаяся у производителя после вычета расходов, связанных с оплатой труда наемных работников, и чистых налогов на производство и импорт;
 - ж) стоимость произведенных резидентами за период товаров и оказанных услуг,
 - з) часть располагаемого дохода, не израсходованная на конечное потребление товаров и услуг,
 - и) сумма валовой добавленной стоимости по отраслям (секторам) плюс чистые налоги на продукты и импорт минус косвенно измеряемые услуги финансового посредничества,
 - к) сумма доходов, которые резиденты могут использовать для конечных потребительских расходов и для сбережений,
 - л) регулярные перераспределительные потоки доходов на безвозмездной основе,
 - м) рыночная стоимость конечных товаров и услуг, произведенных резидентами в текущем периоде;

- п) заработная плата наемных работников, выплаты социального характера за счет предприятий, фактические отчисления страховых взносов в государственные фонды социального страхования;
- о) сумма конечного потребления, валового накопления основных фондов, изменения запасов материальных оборотных средств, сальдо экспорта и импорта;
- п) сумма расходов на конечное потребление домашних хозяйств и социальных трансфертов в натуральной форме

Термины:

- 1) фактическое конечное потребление домашних хозяйств;
- 2) сбережение;
- 3) доходы от собственности;
- 4) валовая прибыль (смешанный доход);
- 5) промежуточное потребление;
- 6) валовая добавленная стоимость;
- 7) исчисление ВВП производственным методом;
- 8) расходы на конечное потребление.
- 9) валовой национальный доход;
- 10) исчисление ВВП методом конечного использования;
- 11) оплата труда наемных работников;
- 12) текущие трансферты;
- 13) национальный располагаемый доход;
- 14) валовой внутренний продукт;
- 15) выпуск товаров и услуг.

- 7. К резидентам относятся.
 - а) все институциональные единицы, занимающиеся ведением экономической деятельности, независимо от сроков пребывания в стране;
 - б) все граждане данной страны;
 - в) все институциональные единицы, ведущие экономическую деятельность на экономической территории страны в течение года или более;
 - г) все проживающие на территории данной страны
- 8. Если просуммировать сальдо первичных доходов по пяти секторам экономики, то получим
 - а) валовой национальный доход;
 - б) валовой национальный располагаемый доход;
 - в) валовую добавленную стоимость;
 - г) валовой внутренний продукт

9. Если к валовому внутреннему продукту прибавить сальдо первичных доходов, полученных от «остального мира» и переданных ему, то получим:
- чистый национальный располагаемый доход,
 - валовой национальный доход,
 - валовой национальный располагаемый доход.
10. Если просуммировать сальдо валовых первичных доходов по всем секторам и вычесть потребление основного капитала, то получим
- чистый национальный располагаемый доход;
 - валовой национальный располагаемый доход;
 - валовой национальный доход,
 - чистый национальный доход.
11. Если просуммировать сальдо валовых первичных доходов по секторам и сальдо текущих трансфертов, полученных от «остального мира» и переданных ему, то получим:
- сумму расходов на конечное потребление (по экономике в целом) и валового национального сбережения;
 - валовой национальный располагаемый доход;
 - валовой национальный доход,
 - чистый национальный располагаемый доход.
12. Если из выпуска товаров и услуг вычесть промежуточное потребление и прибавить чистые налоги на продукты и импорт, то получим
- сальдо текущих трансфертов;
 - валовой национальный доход;
 - сальдо капитальных трансфертов,
 - валовой внутренний продукт
13. Напишите формулы взаимосвязи следующих показателей СНС: выпуск, промежуточное потребление, валовой внутренний продукт, чистый внутренний продукт, валовой национальный доход, чистый национальный доход, валовой национальный располагаемый доход, валовое национальное сбережение, валовое накопление, расходы на конечное потребление, фактическое конечное потребление.
14. Заполните пропуски

Показатель	Действие	Показатель		Результат
Валовой национальный располагаемый доход	-	Конечное потребление	=	
Валовой внутренний продукт	+		=	Валовой национальный доход

Показатель	Действие	Показатель	Результат
Валовой национальный доход	+		= Валовой национальный располагаемый доход
Валовая прибыль	-		= Чистая прибыль
Выпуск	-	Промежуточное потребление	=
Валовая добавленная стоимость	-	Потребление основного капитала	=
Валовая добавленная стоимость	-		= Валовая прибыль

15. Произведенный ВВП (в рыночных ценах) определяется как
- сумма расходов на конечное потребление домашних хозяйств, государственных учреждений и некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства, валового накопления и сальдо внешней торговли;
 - сумма доходов экономических единиц, полученных от экономической деятельности: оплаты труда наемных работников, валового смешанного дохода, валовой прибыли и чистых налогов на производство и импорт;
 - сумма валовой добавленной стоимости всех отраслей экономики в основных ценах и налогов на продукты за вычетом субсидий на продукты и косвенно извлекаемых услуг финансового посредничества.
16. В счете операции с капиталом для сектора или отрасли балансирующей статьей является.
- добавленная стоимость;
 - чистое кредитование (чистое заимствование);
 - сбережение;
 - располагаемый доход;
 - прибыль (смешанный доход).
17. В ресурсной части счета образования доходов отражаются
- субсидии на производство и импорт;
 - налоги на производство и импорт;
 - оплата труда;
 - валовая добавленная стоимость;
 - валовая прибыль.

18. Если к валовой добавленной стоимости прибавить чистые налоги на продукты и импорт и вычесть косвенно измеряемые услуги финансового посредничества, то получим:
 - а) валовой внутренний продукт;
 - б) валовой национальный располагаемый доход;
 - в) валовой национальный доход.
19. Если к налогам на продукты и импорт прибавить другие налоги на производство, то получим:
 - а) налоги на производство и импорт;
 - б) налоги на доходы и имущество;
 - в) текущие налоги;
 - г) капитальные налоги.
20. Если из валовой добавленной стоимости вычесть оплату труда, другие чистые налоги на производство и потребление основного капитала, то получим:
 - а) чистый внутренний продукт;
 - б) чистую прибыль (смешанный доход);
 - в) чистый располагаемый доход.
21. Если из валового внутреннего продукта в рыночных ценах вычесть оплату труда, чистые налоги на производство и импорт, потребление основного капитала, то получим:
 - а) чистый внутренний продукт;
 - б) чистый национальный располагаемый доход;
 - в) чистую прибыль (смешанный доход);
 - г) чистый национальный доход.
22. Если из валового внутреннего продукта вычесть налоги на продукты и импорт, прибавить косвенно измеряемые услуги финансового посредничества и субсидии на продукты и импорт, то получим:
 - а) валовой национальный располагаемый доход;
 - б) сумму валовой добавленной стоимости отраслей (секторов) экономики;
 - в) выпуск в основных ценах;
 - г) валовой внутренний продукт в рыночных ценах.
23. В разделе «Использование» счета использования располагаемого дохода отражаются:
 - а) расходы на конечное потребление некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства;
 - б) чистое национальное сбережение;
 - в) валовое национальное сбережение;
 - г) валовой национальный располагаемый доход;
 - д) расходы на конечное потребление домашних хозяйств.

24. В счете производства в разделе «Использование» отражаются
 - а) валовой внутренний продукт (в рыночных ценах);
 - б) потребление основного капитала;
 - в) валовая прибыль экономики (смешанные доходы),
 - г) косвенно измеряемые услуги финансового посредничества;
 - д) чистые налоги на импорт;
 - е) промежуточное потребление,
 - ж) налоги на импорт;
 - з) расходы на оплату труда наемных работников,
 - и) субсидии на импорт;
 - к) чистые налоги на продукты;
 - л) выпуск (в основных ценах) товаров и услуг
25. В счете образования доходов в разделе «Использование» отражаются
 - а) валовая прибыль,
 - б) выпуск товаров и услуг;
 - в) промежуточное потребление,
 - г) валовой внутренний продукт (в рыночных ценах);
 - д) оплата труда наемных работников
26. Общую статью со счетом образования доходов для отрасли или сектора экономики имеет.
 - а) счет использования располагаемых доходов,
 - б) счет операций с капиталом;
 - в) счет производства,
 - г) счет распределения первичных доходов;
 - д) финансовый счет
27. К разделу «Использование» в счете распределения первичных доходов относятся:
 - а) субсидии на производство и импорт,
 - б) доходы от собственности, полученные от «остального мира»,
 - в) налоги на производство и импорт;
 - г) доходы от собственности, переданные «остальному миру»,
 - д) валовая прибыль экономики и смешанные доходы,
 - е) валовой национальный доход
28. Счет использования доходов составляется
 - а) по отраслям, секторам и экономике в целом,
 - б) секторам и экономике в целом,
 - в) отраслям и экономике в целом
29. Счет образования доходов составляется.
 - а) по отраслям, секторам и экономике в целом,
 - б) секторам и экономике в целом;
 - в) отраслям и экономике в целом

30. На основании следующих данных (млрд руб.) определите объем валового внутреннего продукта России в 2010 г. время методики, проанализируйте его структуру. Охарактеризуйте динамику объема ВВП в текущих ценах и физического объема ВВП по сравнению с 2008 г., если объем произведенного ВВП в текущих ценах в 2008 г. составил 41 276,8 млрд руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	76 760,1
Промежуточное потребление	39 689,1
Чистые налоги на продукты	6 301,7
Другие чистые налоги на производство	1 950,7
Оплата труда наемных работников резидентами	22 533,7
Расходы на конечное потребление	32 149,8
Валовое накопление	10 288,3
Экспорт товаров и услуг	13 529,3
Импорт товаров и услуг	9 769,6
Дефлятор ВВП (в процентах к 2008 г.)	113,8

31. Известны следующие данные, в текущих ценах, млрд руб

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	68 116,4
Промежуточное потребление	34 285,1
Налоги на продукты	5 202,1
Субсидии на продукты	226,2
Сальдо первичных доходов, полученных от «остального мира» и переданных ему	-1 261,1
Сальдо текущих трансфертов, полученных от «остального мира» и переданных ему	-69,0
Оплата труда наемных работников резидентами	20 411,6
Расходы на конечное потребление	29 269,6
Валовое накопление	7 344,8
Сальдо капитальных трансфертов, полученных от «остального мира» и переданных ему	-376,8
Импорт товаров и услуг	7 954,3
Экспорт товаров и услуг	10 842,0

Определите следующие показатели:

- ВВП в рыночных ценах производственным методом,
- валовой национальный доход,
- валовой национальный располагаемый доход,
- валовое сбережение;
- ВВП в рыночных ценах методом конечного использования;
- статистическое расхождение

Изобразите графически (исеми возможными способами) структуру ВВП

32. Известны следующие данные, в текущих ценах, млрд руб.

Показатель	Базисный период	Текущий период
Выпуск товаров и услуг (в основных ценах), в том числе		
в сфере производства товаров	268,8	665,6
в сфере услуг	218,3	578,8
Промежуточное потребление, в том числе:		
в сфере производства товаров	175,0	379,0
в сфере услуг	142,1	277,8
Косвенно измеряемые услуги финансового посредничества	9,6	23,8
Чистые налоги на производство и импорт	11,7	70,7
Чистые налоги на продукты	9,1	60,2
Оплата труда наемных работников, в том числе:		
в сфере производства товаров	35,7	149,5
в сфере услуг	31,1	151,5
Валовая прибыль экономики и валовые смешанные доходы, в том числе		
в сфере производства товаров	65,1	131,6
в сфере услуг	35,9	120,7
Потребление основного капитала, в том числе		
в сфере производства товаров	26,6	70,9
в сфере услуг	22,4	52,7
Другие чистые налоги на производство	2,6	10,5
Темпы роста основных фондов (к базисному периоду)	100	112,5
Темпы роста численности занятых в экономике (к базисному периоду)	100	101,9

Какие показатели могут быть рассчитаны на основании приведенных данных?

Проведите факторный анализ динамики объема произведенного ВВП

33. По следующим данным рассчитайте величину валового национального сбережения, в текущих ценах, млрд руб

Валовое накопление основного капитала	629,4
Изменение запасов материальных оборотных средств	53,9
Чистое кредитование	228,9
Капитальные трансферты, полученные от «остального мира»	241,8
Капитальные трансферты, переданные «остальному миру»	15,3

34. Расходы на конечное потребление в текущих ценах составили 6862 млрд руб., или 69% от валового национального располагаемого дохода. Расходы на конечное потребление государственных учреждений — 35,7%, а расходы некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства, — 0,9% от общей суммы расходов на конечное потребление. Определите объем валового национального располагаемого дохода, расходы на конечное потребление домашних хозяйств и валовое национальное сбережение.

35. Известны следующие данные, в текущих ценах, млрд руб.

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Выпуск товаров в основных ценах	623,4	10 123
Выпуск услуг в основных ценах	283,9	438,7
Промежуточное потребление в отраслях, производящих товары	462,2	639,8
Промежуточное потребление в отраслях, производящих услуги	111,0	237,1
Косвенно измеряемые услуги финансового посредничества	2,4	2,8
Налоги на производство и импорт, в том числе:	139,0	249,3
на продукты	106,1	207,8
Субсидии на производство и импорт, в том числе:	64,8	73,9
на продукты	64,8	63,9
Индекс физического объема ВВП, %	100,0	143,9

Определите ВВП в рыночных ценах в каждом периоде. Проанализируйте динамику ВВП.

36. Рассчитайте ВВП в рыночных ценах двумя методами по следующим данным, в текущих ценах, млрд руб.

	Базисный год	Отчетный год
Выпуск товаров и услуг в основных ценах	46 223,9	57 752,1
Импорт товаров и услуг	5 653,4	7 162,2
Налоги на продукты	4 090,1	4 977,6
Субсидии на продукты	150,2	214,5
Промежуточное потребление	23 246,5	29 267,7
Расходы на конечное потребление	17 809,7	21 968,6
Валовое накопление	5 698,7	8 034,1
Экспорт товаров и услуг	9 079,3	10 026,8
Дефлятор ВВП (в процентах к базисному году), %	100	113,8

Проанализируйте динамику и структуру ВВП

37. Известны следующие данные, в текущих ценах, млрд руб

Выпуск товаров в основных ценах	44 393,0
Промежуточное потребление в отраслях, производящих товары	22 215,0
Выпуск услуг в основных ценах	27 208,7
Промежуточное потребление в отраслях, производящих услуги	14 144,0
Косвенно измеряемые услуги финансового посредничества	60,0
Оплата труда, выплаченная резидентами	19 559,8
Сальдо оплаты труда, полученной от «остального мира» и переданной ему	-355,1
Налоги на производство и импорт, в том числе	8 498,5
налоги на продукты	6 323,8
Субсидии на производство и импорт, в том числе	280,1
субсидии на продукты	229,7
Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	1 432,4
Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	2 287,7
Текущие трансферты, полученные от «остального мира»	270,5
Текущие трансферты, переданные «остальному миру»	341,3
Капитальные трансферты, полученные от «остального мира»	25,4
Капитальные трансферты, переданные «остальному миру»	18,1
Конечное потребление	27 543,5
Валовое накопление	10 526,1
Экспорт товаров и услуг	12 923,6
Импорт товаров и услуг	9 111,0

Определите

- ВВП (тремя методами); валовую и чистую прибыль;
- валовой национальный доход;
- валовой национальный располагаемый доход;
- национальное сбережение;
- чистое кредитование или заимствование.

38. Известны следующие данные об использовании ВВП, в текущих ценах, млрд руб.

Расходы на конечное потребление	Сумма
Домашних хозяйств, в том числе:	267,1
покупка товаров	195,0
покупка услуг	34,8
потребление товаров и услуг в натуральной форме	26,8
чистые покупки товаров и услуг резидентами за рубежом	10,5
Государственных учреждений, в том числе:	136,7
на индивидуальные товары и услуги	60,1
на коллективные услуги	76,6
Некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства	18,3

Определите

- социальные трансферты в натуральной форме;
- расходы на конечное потребление;

- в) фактическое конечное потребление домашних хозяйств и государственных учреждений,
- г) структуру фактического конечного потребления домашних хозяйств

39. Данные по региону за два года следующие, в текущих ценах, млрд руб

Показатель	I год	II год
Выпуск в основных ценах		
в отраслях, производящих товары	76,1	61,2
в отраслях, производящих услуги	88,5	50,4
Промежуточное потребление		
в отраслях, производящих товары	25,7	51,0
в отраслях, производящих услуги	28,7	23,8
Чистые налоги на продукты	5,3	6,3

Определите:

- а) валовой региональный продукт в рыночных ценах за два года;
- б) структуру производства за каждый год;
- в) структурные сдвиги в производстве

40. Известны следующие условные данные о производстве товаров и услуг за два года, млн руб

Показатель	I год	II год
Выпуск товаров и услуг в текущих ценах	600	950
Доля промежуточного потребления в стоимости выпуска товаров и услуг	55	45
Доля потребления основного капитала в стоимости выпуска товаров и услуг	9	20
Индекс цен на выпуск, %	100	107
Индекс цен на промежуточное потребление, %	100	105
Индекс цен на основной капитал, %	100	110
Темп роста численности занятых в экономике, %	100	95

Определите:

- а) валовую добавленную стоимость и чистую добавленную стоимость за каждый год,
- б) индексы физического объема выпуска товаров и услуг,
- в) валовую добавленную стоимость и чистую добавленную стоимость,
- г) влияние изменения цен и физического объема на изменение валовой добавленной стоимости в текущих ценах;
- д) влияние изменения производительности труда и численности занятых на изменение физического объема ВДС.

41. Заполните данными из статистического сборника «Национальные счета России» за последние два года следующую таблицу

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Валовой внутренний продукт в текущих ценах, трлн руб		
Индекс физического объема ВВП, %	100	
Среднегодовая численность занятых, млн человек		

Определите:

- индекс-дефлятор ВВП;
- влияние изменения цен и физического объема ВВП на изменение ВВП в текущих ценах;
- влияние изменения производительности труда и численности занятых на изменение объема ВВП.

42. В следующей таблице приведены годовые темпы роста реального ВВП России и индекс-дефлятор за 2008–2011 гг

Показатель	2008	2009	2010	2011
ВВП в сопоставимых ценах, в % к предыдущему году	105,2	92,2	104,3	104,3
Индекс-дефлятор для ВВП, в % к предыдущему году	118,0	102,0	111,6	115,8

Определите:

- изменение реального ВВП в 2011 г. по сравнению с 2007 г. и среднегодовой темп его роста за этот период;
- индекс-дефлятор за 2007–2011 гг (2007 = 100%);
- годовые темпы роста ВВП в текущих ценах в рассматриваемом периоде

43. Известны следующие данные об изменении физического объема ВВП России (2008 = 100%).

Показатель	2009	2010	2011
Индекс физического объема ВВП, %	92,2	96,2	100,3

Определите, как в среднем ежегодно изменялся физический объем ВВП в указанном периоде. Исчислите цепные темпы изменения ВВП (в сопоставимых ценах)

44. Известны следующие данные за ряд лет.

Показатель	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
ВВП в текущих ценах, трлн руб.	17,0	21,6	26,9	33,2	41,3	38,8	45,2	54,6
Темп роста ВВП в сопоставимых ценах, % к предыдущему году	107,2	106,4	108,2	108,5	106,2	92,2	104,3	104,3

Определите:

- для каждого года индекс-дефлятор и индекс объема ВВП в текущих ценах;
 - абсолютные и относительные приросты ВВП в текущих ценах в результате изменения цен.
45. Определите ВВП в сопоставимых ценах, если индекс-дефлятор ВВП составил 119,2%, а ВВП в текущих ценах — 21 620,1 млрд руб.
46. Известны следующие данные, млрд руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	5 835,5
Оплата труда наемных работников	2 032,5
Субсидии на производство и импорт	99,3
Промежуточное потребление	1 804,5
Налоги на производство и импорт	376,7
Экспорт товаров и услуг	531,5
Импорт товаров и услуг	444,7
Другие налоги на производство	111,6
Другие субсидии на производство	3,4
Доходы от собственности, полученные от «остального мира»	20,9
Доходы от собственности, переданные «остальному миру»	47,0

Постройте счет производства. Определите ВВП в рыночных ценах и ВНД (каждый показатель рассчитать двумя методами). Проанализируйте структуру ВВП.

47. Составьте национальные счета по данным задания 37.
48. Постройте счет производства по данным задания 39 за каждый год.
49. Известны следующие данные, млрд руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	3 000
Промежуточное потребление	2 000
Налоги на продукты	300
Субсидии на продукты	60
Оплата труда наемных работников, выплаченная резидентами	600

Другие налоги на производство	40
Другие субсидии на производство	20
Импорт товаров и услуг	30
Экспорт товаров и услуг	20
Оплата труда, полученная резидентами от нерезидентов	20

Постройте счет производства и счет образования доходов. Определите ВВП в рыночных ценах. Проанализируйте структуру ВВП.

50. Имеются следующие данные, млн руб.

Выпуск товаров и услуг в основных ценах	6 000
Промежуточное потребление	2 500
Налоги на производство и импорт, в том числе:	450
налоги на продукты	200
Субсидии на производство и импорт, в том числе:	100
субсидии на продукты	80
Оплата труда наемных работников, выплаченная резидентами	700
Оплата труда, полученная резидентами от нерезидентов	100
Оплата труда, переданная резидентами нерезидентам	200

Определите валовую прибыль экономики. Постройте счет образования доходов. Проанализируйте структуру ВВП.

51. Известны следующие данные, млн руб.

Валовая прибыль экономики, валовые смешанные доходы	6 306,7
Оплата труда наемных работников, выплаченная резидентами	7 845,0
Оплата труда, выплаченная резидентами нерезидентам	19,5
Оплата труда, полученная резидентами от нерезидентов	12,0
Налоги на производство и импорт	3 079,0
Субсидии на производство и импорт	203,6
Доходы от собственности	
полученные от «остального мира»	310,1
переданные «остальному миру»	670,9
Расходы на конечное потребление	
домашних хозяйств	8 438,5
государственных учреждений	2 889,8
некоммерческих организаций, обслуживающих домашние хозяйства	149,6
Текущие трансферты, полученные от «остального мира»	104,7
Текущие трансферты, переданные «остальному миру»	124,4

Постройте счета образования доходов, распределения первичных доходов, вторичного распределения доходов и использования располагаемого дохода. Проанализируйте показатели счетов.

52. Имеются следующие данные, млн руб

Валовая прибыль экономики	500
Оплата труда, начисленных работников, выплаченная резидентами	650
Оплата труда, переданная резидентами нерезидентам	150
Оплата труда, полученная резидентами от нерезидентов	120
Налоги на производство и импорт	60
Субсидии на производство и импорт	5
Доходы от собственности, в том числе:	
полученные от «остального мира»	10
переданные «остальному миру»	25
Текущие трансферты, в том числе:	
полученные от «остального мира»	3
переданные «остальному миру»	2
Расходы на конечное потребление	400
Валовое накопление	200
Капитальные трансферты, в том числе:	
полученные от «остального мира»	15
переданные «остальному миру»	10

Постройте счет операций с капиталом. Проанализируйте все рассчитанные показатели.

53. Известны следующие данные о стоимости отдельных нефинансовых экономических активов Российской Федерации на конец года, млрд руб

Год	Всего	В том числе			Справочно: накопленное домашнее имущество ³
		основные фонды, включая незавершенное строительство ¹		материальные оборотные средства ²	
		всего	из них основные фонды		
2003	35 655	33 547	30 329	2 308	3 774
2004	39 269	36 622	32 541	2 647	4 866
2005	45 869	42 591	38 360	3 278	6 324
2006	50 684	46 568	41 472	4 116	7 642
2007	77 724	70 827	60 391	6 897	11 228
2008	97 575	88 650	74 441	8 925	14 628
2009	115 332	106 665	82 303	8 668	16 433
2010	122 474	110 900	93 186	11 574	18 914
2011	140 155	126 448	108 001	13 708	21 603

¹ По полной учетной стоимости с учетом проводившихся переоценок

² По ценам, учтенным в бухгалтерской отчетности

³ Домашнее имущество (телевизоры, холодильники и другие товары длительного пользования) не включено в национальное богатство и показано справочно в соответствии с положениями СНС-93 (по полной стоимости в ценах приобретения).

Источник: Российский статистический ежегодник, 2012. Табл. 11.22.

Для анализа динамики нефинансовых экономических активов, входящих в состав национального богатства Российской Федерации, определите среднегодовые абсолютные приросты, среднегодовые темпы роста и прироста за 2003—2008 гг., 2008—2011 гг. Проанализируйте изменение структуры национального богатства по годам. Проведите анализ динамики накопленного домашнего имущества населения за указанные периоды.

54. Проанализируйте изменение видового состава основных фондов

	2000	2005	2006	2007	2008	2009
Все основные фонды на конец года, в том числе	100	100	100	100	100	100
здания	30,0	18,0	16,4	16,0	14,9	15,1
сооружения	35,0	50,4	51,1	49,7	51,0	50,7
машины и оборудования	18,4	24,9	25,5	26,9	26,7	26,9
транспортные средства	6,5	4,9	5,1	5,4	5,6	5,5
прочие	10,1	1,8	1,9	2,0	1,8	1,8
Средний возраст машин и оборудования, лет	15,7	19,3	14,4	13,1	13,7	13,0
Ввод в действие основных фондов (в фактически действовавших ценах), млрд руб.	643,4	2 943,7	3 252,4	4 296,4	5 744,8	6 353,6

55. Известны следующие данные о группировке основных фондов по формам собственности по полной учетной стоимости, на конец года, млн руб.

Годы	Млн руб. (дл 2000 г. — млрд руб.)		
	все основные фонды	в том числе по формам собственности	
		государственная	негосударственная
1970	461	396	65
1980	1 065	948	117
1990	1 927	1 754	173
1995	5 306 460	1 485 809	3 820 651
2000	17 454 172	4 366 043	13 088 729
2005	41 493 568	9 543 521	31 950 047
2006	47 489 498	10 447 690	37 041 808
2007	60 391 454	14 493 949	45 897 505
2008	74 441 095	15 638 948	58 802 234
2009	82 302 969	16 460 594	65 842 375
2010	93 185 612	18 637 122	74 548 490
2011	108 001 247	19 440 224	88 561 023

Проанализируйте изменение структуры основных фондов по формам собственности по годам.

56. Известны данные о наличии, движении и состоянии основных фондов за ряд лет:

Показатель	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Наличие основных фондов (по полной учетной стоимости; на конец года), млрд руб.	47 489	60 391	74 441	82 303	93 186	108 001
Индекс физического объема основных фондов (в постоянных ценах), в % к предыдущему году	102,4	103,1	103,6	103,2	103,0	103,2
Коэффициент обновления основных фондов, % (в постоянных ценах)	3,3	4,0	4,4	4,1	3,7	3,9
Коэффициент выбытия основных фондов, % (в постоянных ценах)	1,0	1,0	1,0	1,0	0,8	0,8
Степень износа основных фондов на конец года, %	48,3	46,2	45,3	45,3	47,1	47,9

Проанализируйте динамику показателей наличия, движения и состояния основных фондов.

Источник: Российский статистический ежегодник, 2012. Табл. 11.26, 11.27, 11.28

57. Известны данные о составе основных фондов по видам деятельности, на конец года, по полной учетной стоимости, млрд руб.

Вид деятельности	млрд руб.		
	2009	2010	2011
Сельское хозяйство, охота и лесное хозяйство	2 567	2 860	3 127
Рыболовство, рыбное хозяйство	97	113	139
Добыча полезных ископаемых	7 861	9 085	10 574
Обрабатывающие производства	6 952	7 989	8 877
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	5 741	6 769	8 528
Строительство	1 391	1 500	1 499
Оптовая и розничная торговля; ремонт автотранспортных средств, мотоциклов, бытовых изделий и предметов личного пользования	2 556	3 110	3 739
Гостиницы и рестораны	485	535	604
Транспорт и связь	23 283	25 950	30 737
Финансовая деятельность	1 858	2 154	2 070
Операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг	19 617	21 896	25 008
Государственное управление и обеспечение военной безопасности; социальное страхование	3 539	4 253	5 385
Образование	2 534	2 700	2 925
Здравоохранение и предоставление социальных услуг	1 966	2 176	2 373
Предоставление прочих коммунальных, социальных и персональных услуг	1 854	2 096	2 441

Источник: Российский статистический ежегодник, 2012. Табл. 11.27.

Проанализируйте структуру основных фондов по видам деятельности и ее изменение за рассматриваемый период

58. Известны следующие показатели баланса основных фондов в 2011 г., млрд руб.

	Полная учетная стоимость	Остаточная балансовая стоимость
Наличие основных фондов на начало года	94 876	49 901
Поступило за отчетный год — всего	17 482	14 629
в том числе:		
ввод в действие новых основных фондов	8 813	8 813
поступило основных фондов из прочих источников	8 669	5 816
Выбыло за отчетный год — всего	7 274	4 052
в том числе:		
ликвидировано основных фондов	615	123
выбыло основных фондов по прочим причинам	6 659	3 929
износ основных фондов	—	5 182
Изменение за счет переоценки, проведен ной на конец года	2 917	1 016
Наличие основных фондов на конец года	108 001	56 312

Источник: Российский статистический ежегодник, 2012. Табл. 11.34.

Охарактеризуйте состояние и движение основных фондов

59. На основании следующих данных проанализируйте изменение структуры инвестиций в нефинансовые активы, %

Годы	Инвестиции в нефинан- совые акти- вы — всего	В том числе			
		инвестиции в основной капитал	инвестиции в нематери- альные ак- тивы	инвестиций в другие нефинансо- вые активы	затраты на научно- исследовательские, опытно- конструкторские и технологические работы
2006	100	98,7	0,6	0,4	0,3
2007	100	98,8	0,5	0,4	0,3
2008	100	98,7	0,5	0,5	0,3
2009	100	98,8	0,4	0,5	0,3
2010	100	98,7	0,4	0,5	0,4
2011	100	98,4	0,5	0,7	0,4

Источник: Российский статистический ежегодник, 2012. Табл. 24.1

60. На основании следующих данных проанализируйте динамику и структуру инвестиций в основной капитал.

	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Индексы физического объема инвестиций в основной капитал (в постоянных ценах, в % к предыдущему году)	116,7	122,7	109,9	84,3	106,0	108,3
Инвестиции в основной капитал, млрд руб.	4 730,0	6 716,2	8 781,6	7 976,0	9 152,1	10 776,8
в том числе:						
в жилища	557,2	876,3	1 193,8	1 036,9	1 111,2	1 566,9
в здания (кроме жилых) и сооружения	1 935,3	2 798,4	3 742,2	3 482,2	3 965,5	4 751,9
в машины, оборудование, транспортные средства	1 917,5	2 612,3	3 311,9	2 970,2	3 470,5	3 791,2
прочие	320,0	429,2	533,7	486,7	604,9	666,8

Источник: Российский статистический ежегодник, 2012. Табл. 24.3, 24.8

61. Проанализируйте изменения в структуре инвестиций в основной капитал по источникам финансирования, млрд руб.

	2007	2008	2009	2010	2011
Инвестиции в основной капитал — всего	5 217,2	6 705,5	6 040,8	6 625,0	8 406,6
в том числе по источникам финансирования:					
собственные средства	2 105,0	2 648,6	2 243,3	2 715,0	3 538,3
из них:					
прибыль	1 010,1	1 235,4	963,7	1 130,7	1 507,9
амортизация	920,0	1 161,3	1 101,4	1 359,0	1 713,8
привлеченные средства	3 112,2	4 056,9	3 797,5	3 910,0	4 868,3
из них:					
кредиты банков	544,0	791,9	621,5	595,8	711,3
заемные средства других организаций	370,4	413,5	445,3	404,7	484,6
бюджетные средства	1 119,0	1 404,7	1 324,1	1 294,9	1 592,6
средств внебюджетных фондов	27,3	23,7	16,2	21,0	18,3
прочие	1 051,5	1 423,1	1 390,4	1 563,6	2 061,5

Источник: Российский статистический ежегодник, 2012. Табл. 24.5

17.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

На рынке товаров и услуг происходит движение продукта от производителей к потребителям посредством его пространственного перемещения и товарно-денежного обмена, т.е. обращение продукта.

Рынок товаров и услуг служит связующим звеном между производством и потреблением. Общественное разделение труда привело к обособлению функций рынка товара и услуг в самостоятельную сферу деятельности, в состав которой входят грузовой транспорт, связь, торговля.

Задачи этих отраслей заключаются в своевременном доведении средств производства и предметов потребления до потребителя. Без доведения продукта до потребителей не может быть закончен один и начат другой производственный цикл. На рынке товаров и услуг помимо реализации продукции осуществляются некоторые производственные функции: хранение, расфасовка, упаковка, транспортировка и др. Система показателей статистики рынка товаров и услуг учитывает особенности этого процесса.

Для сферы транспорта произведенная продукция — это услуги, связанные с транспортировкой груза. Груз должен быть перемещен от места производства к месту потребления.

Социально-экономическая статистика характеризует процесс транспортировки грузов такими показателями, как грузооборот порта, средняя дальность перевозки грузов, средняя густота перевозок и др. Грузооборот определяется по формуле

$$ГО = \sum q_i l_i,$$

где ГО — грузооборот;
 q_i — масса перевезенного груза;
 l_i — расстояние перевозки

Средняя дальность перевозки рассчитывается следующим образом:

$$\bar{l} = \frac{ГО}{\sum q_i},$$

где $\bar{l}$ — средняя дальность перевозки

Интенсивность перевозок характеризуется показателем их густоты (d):

$$d = \frac{ГО}{L}.$$

где L – длина эксплуатационного пути.

Торговля выполняет функции по доведению товаров до конечного потребителя. Для статистической характеристики обращения продукта в торговле используются следующие показатели: товарооборот; товарные запасы на дату и их средняя величина за определенный период времени; скорость товарооборота; издержки обращения торговли и др.

Пример 1. Товарооборот торговых организаций региона характеризуется следующими данными, млн руб.

Продавец	Покупатель		
	торговые организации		население
	данного региона	других регионов	
Оптовые предприятия	4 000	140	10
Розничные предприятия	250	—	2 800

Определим ряд показателей:

1) оптовый товарооборот (ОТ) равен сумме продаж товаров торговым организациям (млн руб.):

$$ОТ = 4000 + 250 + 140 = 4390;$$

2) розничный товарооборот (РТ) представляет сумму продаж населению (млн руб.):

$$РТ = 10 + 2800 = 2810;$$

3) валовой товарооборот (ВТ) равен сумме всех продаж товаров (млн руб.):

$$ВТ = ОТ + РТ = 4390 + 2810 = 7200;$$

4) чистый товарооборот (ЧТ) равен сумме продаж товаров за пределы торговой системы региона; для торговли в целом чистый товарооборот равен розничному, для отдельных территорий (организаций торговли) – превышает розничный на величину оптовых продаж за пределы региона, т.е. другим торговым организациям (млн руб.):

$$ЧТ = 2810 + 140 = 2950;$$

5) для характеристики числа посреднических звеньев торговли рассчитывается коэффициент звенности товародвижения:

$$K_{\text{зв}} = \frac{\text{ВТ}}{\text{ЧТ}} = \frac{7200}{2950} = 2,4.$$

Коэффициент звенности в данном случае показывает, что проходили товары в среднем 2,4 звена.

Пример 2. Известны следующие данные по торговой организации.

Квартал	Объем розничного товарооборота по бизнес-плану, млн руб	Товарный запас на начало каждого квартала, млн руб	Норматив товарных запасов по бизнес-плану, дней
I	1 650	1 600	84
II	1 850	1 680	81
III	1 870	1 450	82
IV	2 300	2 000	79

1. Определим обеспеченность товарными запасами в каждом квартале по формуле

$$O_6 = \frac{Z_{\text{нп}} \cdot D}{V},$$

где O_6 — обеспеченность запасами в днях;
 $Z_{\text{нп}}$ — запасы на начало периода;
 D — число дней в периоде;
 V — объем товарооборота (по бизнес-плану или за предшествующий период).

$$\text{I квартал. } O_{6\text{I}} = \frac{Z_{\text{нп}} \cdot D}{V} = \frac{1600 \cdot 90}{1650} = 87 (\text{дней});$$

$$\text{II квартал: } O_{6\text{II}} = \frac{Z_{\text{нп}} \cdot D}{V} = \frac{1680 \cdot 90}{1850} = 82 (\text{дня});$$

$$\text{III квартал: } O_{6\text{III}} = \frac{Z_{\text{нп}} \cdot D}{V} = \frac{1450 \cdot 90}{1870} = 69 (\text{дней});$$

$$\text{IV квартал: } O_{6\text{IV}} = \frac{Z_{\text{нп}} \cdot D}{V} = \frac{2000 \cdot 90}{2300} = 77 (\text{дней}).$$

2. Определим отклонения фактической обеспеченности товарными запасами в днях от норматива по бизнес-плану в каждом квартале:

$$\Delta O_6 = 87 - 84 = 3 (\text{дня}),$$

$$\Delta O_6 = 82 - 81 = 1 (\text{день}),$$

$$\Delta O_6 = 69 - 82 = -13 (\text{дней}),$$

$$\Delta O_6 = 77 - 79 = -2 (\text{дня}).$$

3. Рассчитаем для каждого квартала отклонение товарного запаса от норматива по бизнес-плану в стоимостном выражении. Для этого сначала определим однодневный товарооборот по бизнес-плану по формуле:

$$V_{\text{одн}} = \frac{V}{D}.$$

Таблица 17.1

Однодневный товарооборот, млн руб.

Квартал	I	II	III	IV
$V_{\text{одн}}$	18,3	20,6	21	26
Отклонение товарного запаса от норматива, млн руб	$3 \cdot 18,3 = 54,9$	$1 \cdot 20,6 = 20,6$	$(-13) \cdot 21 = -273$	$(-2) \cdot 26 = -52$

Абсолютное отклонение от потребности в товарных запасах по бизнес-плану за год составило (млн руб.): $54,9 + 20,6 - 273 - 52 = -249,5$.

Показатель скорости товарооборота определяется по формуле

$$n = \frac{V}{\bar{3}},$$

где n — скорость товарооборота (или число оборотов товарных запасов),

$\bar{3}$ — средние товарные запасы

Средние товарные запасы определяются по формуле средней хронологической простой (см. формулу (11.2)).

Для расчета времени обращения (t) используется следующая формула:

$$t = \frac{D}{n},$$

17.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Сформулируйте функции рынка товаров и услуг
2. Какие показатели используются для характеристики процесса транспортировки грузов?
3. Какие показатели используются для характеристики скорости товарного обращения?
4. Известны следующие данные о товарообороте торговой организации и ценах по трем товарным группам

Группа товаров	Розничный товароборот в фактических ценах, тыс. руб		Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
1	12 280	12 880	+3,1
2	11 950	12 750	+5,0
3	12 990	13 180	-1,5

Определите:

- а) общие индексы товарооборота в фактических и сопоставимых ценах,
 - б) общий индекс цен,
 - в) абсолютное изменение товарооборота, в том числе за счет каждого фактора (вследствие изменения объемов реализации продукции и цен в отчетном периоде по сравнению с базисным).
5. Известны следующие данные о товарообороте супермаркета за два периода

Товар	Розничный товароборот в фактических ценах, млн. руб		Изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
Ткани	242	270	-3,0
Верхний трикотаж	264	321	+2,0
Швейные изделия	418	504	+4,0

Определите:

- а) индексы товарооборота в фактических и сопоставимых ценах по каждой товарной группе и по всем товарам вместе;
- б) общий индекс цен,
- в) прирост товарооборота супермаркета за счет изменения цен;

6. Известны следующие данные об остатках товарных запасов на начало каждого месяца 2012 г., млн руб.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
280	290	250	230	245	260	220	205	235	240	270	280

На начало 2013 г. товарные запасы снизились до 2,65 млн руб. Объем розничного товарооборота в I квартале 2012 г. составил 2600 млн руб., во II — 2800 млн руб., в III — 2900 млн руб., в IV — 2700 млн руб.

Определите для каждого полугодия:

- число оборотов товарных запасов и их динамику;
 - продолжительность одного оборота и ее динамику;
 - обеспеченность товарными запасами на 1 июля и на 1 января (следующего года).
7. Известны следующие данные о работе трех филиалов торговой фирмы за месяц.

Номер филиала	Время обращения товаров, дн.	Однодневный товарооборот, млн руб.
1	7	165
2	4	182
3	3	195

Определите средние товарные запасы в каждом филиале, среднее время обращения товаров и среднюю скорость товарооборота в целом по фирме.

8. Известны следующие данные о работе трех филиалов торговой фирмы за квартал.

Номер филиала	Число оборотов товарных запасов	Розничный товарооборот, млн руб.
1	12	1 750
2	8	1 880
3	6	1 920

Определите по фирме в целом средние товарные запасы, среднее число оборотов, среднее время обращения.

9. Производители поставили товаров оптовым торговым организациям области на сумму 930 млрд руб., розничным торговым организациям — на 160 млрд руб., населению — на 2 млрд руб. Оптовые торговые организации области поставили товаров розничным торговым организациям на сумму 820 млрд руб., а торговым организациям других областей — на 95 млрд руб. Розничные торговые организации области продали товаров населению на 995 млрд руб.

Определите.

- товарооборот производителей и торговых организаций;
- валовой, оптовый, розничный и чистый товарооборот;
- коэффициент звенности товародвижения.

10. По области известны следующие данные, млн руб :

- производители продали товаров оптовым фирмам своей области на 2900, других областей — на 1800, организациям розничной торговли области — на 1300, организациям социальной сферы: на 500, населению — на 80, оптовые фирмы продали товаров оптовым организациям своей области на 600, оптовым фирмам других регионов — на 700, организациям розничной торговли области — на 850, производителям — на 580, населению — на 60;
- организации розничной торговли продали товаров населению на 2190, продуктов питания предприятиям социальной сферы для обеспечения обслуживаемых ими контингентов населения (санаториям, больницам и др.) — на 420.

Постройте таблицу, характеризующую распределение товарооборота области по продавцам и покупателям, на основании этих данных. Исчислите по области в целом валовой, оптовый, розничный и чистый товарооборот, коэффициент звенности. Определите, как изменились товарные запасы в организациях розничной торговли области.

11. Известны следующие данные о реализации продуктов питания в городе, млн руб

Год	Квартал			
	I	II	III	IV
2010	44	74	128	56
2011	52	82	124	52
2012	62	88	118	60

Определите индексы сезонности продажи мороженого методом постоянной средней.

12. Известны следующие данные о товарообороте и товарных запасах гастронома за два квартала, тыс. руб.

Товарная группа	Товарооборот		Показатель средних товарных запасов	
	базисный квартал	отчетный квартал	базисный квартал	отчетный квартал
Мясо	1 950	2 230	61	42
Колбасные изделия	1 415	2 536	15	14
Сыры	1 250	2 301	30	29

Определите по каждой товарной группе и по всем видам товаров:

- а) скорость товарооборота;
- б) время обращения товаров;
- в) индексы динамики средней скорости товарооборота, скорости товарооборота и структурных сдвигов.

Покажите взаимосвязь индексов.

13. Известны следующие данные о работе магазинов торговой организации, млн руб

Мага- зин	Товароборот		Затрас товаров						
	I кв	II кв	01.01	01.02	01.03	01.04	01.05	01.06	01.07
1	660	518	63	72	78	69	64	70	71
2	450	481	45	55	58	57	54	60	59
3	321	292	25	23	29	24	26	27	23
4	990	985	81	89	93	86	87	86	89

Определите по каждому магазину и по их совокупности скорость товарооборота и время обращения товаров в I и II кварталах. Охарактеризуйте динамику оборачиваемости товаров

14. Известны следующие данные о поступлении материалов и выпуске продукции по предприятию за первое полугодие.

Месяц	Поступление материалов, млн руб.			Выпуск продукции, шт.		
	I декада	II декада	III декада	I декада	II декада	III декада
Январь	400	410	420	100	102	105
Февраль	370	400	430	98	100	104
Март	360	380	410	95	100	106
Апрель	400	410	430	100	102	106
Май	400	415	415	105	105	108
Июнь	410	420	430	105	110	112

Определите показатели неравномерности поступления материалов и производства продукции. Проанализируйте влияние неравномерности поставок материалов на неравномерность выпуска продукции

15. По следующим данным определите показатель неравномерности поставок товаров за первое полугодие

Период	Объем поставки, т	
	по договору	фактически
Январь	400	400
Февраль	420	410
Март	480	480
Апрель	410	420
Май	405	415
Июнь	410	420

16. Известны следующие данные о поставках двух групп товаров.

Товар	Вид товара	Единица измерения	Количество товаров		Цена товара, тыс. руб	
			по договору	фактически	на момент заключения договора	фактически
А	1	м	200	250	50	52
	2	м	300	250	65	70
В	1	шт.	100	80	300	300
	2	шт	100	110	400	400
	3	шт	100	120	500	550

Проанализируйте выполнение договора поставки по каждому товару и по двум товарам вместе

17. Известны следующие данные о перевозке грузов по железнодорожному участку, имеющему эксплуатационную длину 1500 км

Перевезено грузов, млн т	Расстояние перевозки, км
41	640
60	785
98	1500

Определите:

- величину грузооборота на данном участке;
- показатель средней дальности перевозки;
- среднюю плотность перевозок

18. Известны следующие данные о перевозке грузов по железнодорожному участку, эксплуатационная длина которого составляет 1860 км за текущий период.

Перевезено грузов, млн т	Расстояние перевозки, км
50	1 860
45	620
72	750
60	1 225
90	1 050

Определите.

- грузооборот,
- среднюю дальность перевозки грузов;
- среднюю плотность перевозок

19. Определите среднюю продолжительность доставки грузов и среднюю скорость доставки грузов, используя следующие данные

Группа грузов	Перевезено грузов, млн т	Общее время доставки, млн т/сут	Скорость доставки, км/сут.
1	9	11	50
2	7	9	65

20. Известны следующие данные о посевной площади и валовом сборе зерновых культур.

Сельскохозяйственная культура	Посевная площадь, га		Валовый сбор, ц	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
Пшеница озимая	300	350	7 500	9 100
Рожь озимая	100	80	1 500	1 248

Определите:

- уровни урожайности по каждой культуре и по обоим культурам вместе за каждый год;
- показатели динамики урожайности
 - по отдельным культурам,
 - по группе зерновых культур,
- влияние изменений в структуре посевной площади на динамику средней урожайности группы зерновых культур;
- абсолютный прирост валового сбора зерна в отчетном году по сравнению с базисным за счет отдельных факторов
 - размера посевной площади,
 - урожайности отдельных культур,
 - изменения структуры посевной площади.

21. Известны следующие данные по районам области.

Район	Посевная площадь, га		Урожайность картофеля, ц/га	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	300	200	150	165
2	100	250	110	121
3	100	50	90	90

Определите

- показатели динамики урожайности по каждому району и в целом по области;

- б) влияние изменений в структуре посевной площади на динамику средней урожайности по области;
- в) абсолютный прирост валового сбора картофеля в отчетном периоде по сравнению с базисным за счет увеличения размера посевной площади, урожайности картофеля по отдельным районам и изменения структуры посевной площади

22. Известны следующие данные за отчетный год, млн руб.

Сданный заказчикам объем строительно-монтажных работ, выполненных подрядным способом	560,2
Геологоразведочные работы — всего	20,1
Стоимость проектно-изыскательских работ	15,0
Капитальный ремонт зданий и сооружений, выполненный подрядным способом	45,4
Капитальными ремонт зданий и сооружений, выполненный хозяйственным способом	60,0
Индивидуальное жилищное строительство	20,1
Изменение остатков незавершенного строительного производства	-10,1

Определите выпуск продукции строительства за отчетный период.

23. Известны следующие данные по области за отчетный год, млн руб.

Объем строительно-монтажных работ	1 040,0
Объем строительно-монтажных работ, выполненных застройщиком хозяйственным способом	310,1
Стоимость проектно-изыскательских работ	131,1
Геологоразведочные и буровые работы	128,0
Капитальный ремонт зданий и сооружений	286,0
Индивидуальное жилищное строительство	130,8

Определите выпуск продукции строительства за отчетный период

24. Известны следующие данные по строительству, млн руб

Объем строительно-монтажных работ	5 000
Приобретено оборудования для строящихся объектов	2 000
Стоимость проектно-изыскательских работ	800
Геологоразведочные и буровые работы	500
Затраты на содержание дирекции строящихся объектов	50
Затраты на подготовку кадров для строящихся объектов	15
Капитальный ремонт зданий и сооружений	900

Определите выпуск продукции строительства

25. Известны следующие данные по торговым организациям района: розничный товароборот составил 5000 млн руб.; издержки обращения — 650 млн руб., в том числе оплата услуг наемного грузового транспорта — 200 млн руб. Реализованное торговое наложение составило 15% к товаробороту.
- Определите объем услуг торговли и прибыль торговых организаций.
26. Известны следующие данные по результатам деятельности речного пароходства за отчетный период:

Количество грузовых перевозок	5 млн т
Количество перевезенных пассажиров	1 тыс. человек
Доходы от грузовых перевозок	600 млн руб.
Доходы от пассажирских перевозок	550 тыс. руб.
Доходы от погрузочной и разгрузочной деятельности	80 млн руб.

Определите объем оказанных услуг речного пароходства.

ТЕМА 18. СТАТИСТИКА ЧИСЛЕННОСТИ И ДВИЖЕНИЯ ПЕРСОНАЛА ОРГАНИЗАЦИЙ, ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАБОЧЕГО ВРЕМЕНИ

18.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Для анализа использования трудовых ресурсов применяются следующие показатели: средняя списочная численность, средняя явочная численность и средняя численность фактически работавших лиц.

Пример 1. В августе списочная численность работников организации составляла, человек:

1—3 августа	250
6—9 августа	256
10 августа	257
13, 14 августа	259
15—17 август	260
20—24 августа	258
27—31 августа	262

Выходные и праздничные дни в августе: 4, 5, 11, 12, 18, 19, 25, 26.

Рассчитаем среднюю списочную численность (ССЧ)

$$\begin{aligned} \text{ССЧ} &= \frac{250 \cdot 5 + 256 \cdot 4 + 257 \cdot 3 + 259 \cdot 2 + 260 \cdot 5 + 258 \cdot 7 + 262 \cdot 5}{31} = \\ &= \frac{7979}{31} = 257 \text{ (человек)}. \end{aligned}$$

При анализе движения персонала организации исчисляются относительные показатели: коэффициенты оборота по приему и увольнению, постоянства кадров, восполнения кадров

Одно из направлений изучения эффективности использования трудовых ресурсов — анализ количества затраченного труда в процессе производства товаров и услуг. Для этих целей составляются балансы рабочего времени. На их основе рассчитываются показатели струк-

туры и использования фондов рабочего времени, показатели использования рабочего дня и рабочего периода.

Пример 2. Дополним условие предыдущего примера следующими данными.

Фактически отработано: человеко-дней	5 600
человеко-часов	43 992
Целодневные простои, человеко-дней	259
Неявки на работу, человеко-дней	2 120
в том числе:	30
в связи с очередными отпусками	
в связи с выходными днями	2 050
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,9

Для анализа использования рабочего времени рассчитаем:

1) календарный фонд рабочего времени:

$$КФ = 5600 + 259 + 2120 = 7979 \text{ (человеко-дней);}$$

2) табельный фонд рабочего времени:

$$ТФ = 7979 - 2050 = 5929 \text{ (человеко-дней);}$$

3) максимально возможный фонд рабочего времени:

$$МВФ = 5929 - 30 = 5899 \text{ (человеко-дней);}$$

4) коэффициент использования максимально возможного фонда рабочего времени:

$$K_{МВФ} = \frac{5600}{5899} = 0,949, \text{ или } 94,9 \text{ (\%)},$$

т.е. неиспользованное рабочее время составляет 5,1%, или 229 человеко-дней,

5) коэффициент использования продолжительности рабочего периода:

$$K_{ПД(дн)} = \frac{5600 : 257}{23} = \frac{21,8}{23} = 0,947, \text{ или } 94,7 \text{ (\%)},$$

т.е. каждым работником было отработано 94,7% от установленной продолжительности рабочего периода;

6) коэффициент использования продолжительности рабочего дня:

$$K_{РД} = \frac{43992 : 5600}{7,9} = \frac{7,86}{7,9} = 0,994, \text{ или } 99,4 \text{ (\%)},$$

т.е. потери рабочего времени в течение рабочего дня в расчете на одного работника составили 0,6%;

7) коэффициент использования рабочего времени по числу часов, отработанных одним среднесписочным работником за месяц:

$$K_{\text{пр(мес)}} = \frac{43\,992}{23 \cdot 7,9 \cdot 257} = 0,942, \text{ или } 94,2 (\%),$$

т.е. потери рабочего времени за месяц в расчете на одного работника составили 5,8%, или 2705 человеко-часов ($43\,992 - 23 \cdot 7,9 \cdot 257 = 2705$).

18.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Как исчисляется средняя списочная численность работников?
2. Какие показатели используются для характеристики движения персонала организации?
3. Какие показатели используются для характеристики ресурсов рабочего времени?
4. Какие показатели используются для характеристики состава максимально возможного фонда рабочего времени?
5. Охарактеризуйте состав показателей балансов использования рабочего времени в человеко-часах и человеко-днях.
6. Какие факторы влияют на изменение фонда отработанного времени?
7. Укажите экономическое содержание показателей использования рабочих мест
8. Известны следующие данные о численности работников организации за август.

Число месяца	Состояло по списку каждый день	Являлось на работу каждый день	Число целодневных простоев за каждый день
1—3	100	100	—
6—8	105	102	—
9—10	110	105	—
13—16	108	106	20
17	107	104	—
20—24	112	108	—
27—29	120	116	—
30—31	122	120	—

Выходные и праздничные дни: 4, 5, 11, 12, 18, 19, 25, 26.

Определите среднюю списочную численность; среднюю явочную численность и среднее число фактически работавших лиц за август. Рассчитайте коэффициент использования средней списочной численности

9. Предприятие введено в действие с 8 ноября. Численность его работников в ноябре по списку составляла (человек): 8 ноября – 200, 9 – 202, 12—16 — 205, 19—23 – 215; 26–30 – 220. Выходные дни: 10, 11, 17, 18, 24, 25. Определите среднесписочную численность работников в указанном месяце
10. Предприятие работает с 18 июля. Среднесписочная численность его работников в этом месяце составила 39 человек. Списочная численность работников 18—20 июля — 81 человек; 23–24 июля — 85 чело-

век, 26– 27 – 91 человек, 30– 31 – 92 человека. Определите, сколько человек состояло в списке предприятия на 25 июля. Выходные дни: 1, 7, 8, 14, 15, 21, 22, 28, 29.

11. Численность работников организации, осуществляющей свою деятельность с 15 февраля, по списку составляла (человек) 15—20 февраля— 200, 21—24 — 208; 25—28 — 215. Среднесписочная численность работников организации в марте составляла 220 человек, во II квартале — 225 человек, в III квартале — 223 человек, в октябре – 222 человек, в ноябре — 228 человек, в декабре - 230 человек. Определите среднесписочную численность работников организации:
а) за февраль;
б) I квартал,
в) первое полугодие
г) IV квартал,
д) второе полугодие,
е) год (различными методами).

12. Известны следующие данные по организации за март.

Отработанное время, человеко-дней	5 080
Целодневные простои, человеко-дней	200
Неявки за рабочие дни, человеко-дней	220
Неявки за выходные дни, человеко-дней	2 250
Число рабочих дней	22

Определите среднесписочную и среднюю явочную численность работников в марте

13. Списочная численность работников организации на начало года составила 420 человек. В течение года принято на работу 50 человек, уволено — 60 человек (в том числе в связи с окончанием срока договора — 20 человек, уходом на пенсию – 10 человек; поступлением в учебные заведения — 12 человек, по собственному желанию – 13 человек, за прогулы и другие нарушения трудовой дисциплины — 5 человек). Среднесписочная численность работников за год составила 406 человек. Постройте баланс рабочей силы и определите абсолютные и относительные показатели оборота по приему, увольнению, текучести, восполнения и постоянства кадров.
14. Известны следующие данные по организации за апрель (человечно-дней): отработано рабочими — 6500, целодневные простои — 40, всего неявок — 3060, в том числе в связи с выходными днями — 2560, очередными отпусками — 200. Рабочих дней в апреле — 22. Определите:
а) календарный, табельный и максимально возможный фонды рабочего времени,

- б) среднесписочную и среднюю явочную численность рабочих,
- в) среднее число дней неявок в составе максимально возможного фонда рабочего времени в расчете на одного списочного рабочего

15. Известны следующие данные по организации об использовании рабочего времени за март (22 рабочих дня).

Отработано рабочими, человеко-дней	6 150
Целодневные простои, человеко-дней	100
Неявки, человеко-дней, всего	3 050
в том числе	
в связи с очередными отпусками	210
по болезни	90
в связи с отпусками по учебе	20
в связи с выполнением государственных обязанностей	8
по разрешению администрации	10
прогулы	12
в связи с выходными и праздничными днями	2 700
Отработано рабочими, человеко-часов	46 125
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,8

Постройте баланс использования рабочего времени и определите:

- а) относительные показатели структуры максимально возможного фонда рабочего времени;
- б) коэффициенты использования фондов рабочего времени,
- в) коэффициенты использования рабочего времени.
 - по числу дней работы на одного списочного рабочего,
 - по продолжительности рабочего дня,
 - по числу часов, отработанных в среднем одним списочным рабочим за март

16. Известны следующие данные по организации об использовании рабочего времени за два квартала.

Показатель	I квартал	II квартал
Явки на работу, человеко-дней	49 300	54 660
Целодневные простои, человеко-дней	125	50
Неявки, человеко-дней, в том числе:		
в связи с очередными отпусками	603	794
по болезни	400	500
в связи с отпусками по учебе	102	62
в связи с выполнением государственных обязанностей	140	153
по разрешению администрации	203	200
прогулы	2	1

Показатель	I квартал	II квартал
в связи с выходными и праздничными днями	28 000	23 760
Время, не использованное в течение рабочих смен, человеко-часов, в том числе:	187	175
по болезни		
в связи с выполнением государственных обязанностей	97	101
в связи с сокращением для отдельных категорий работников продолжительности рабочего дня	7 047	4 900
внутрисменные простои	5 338	86
в связи с опозданиями и преждевременным уходом с работы	210	199
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,8	7,9
Число рабочих дней	58	64

За каждый квартал постройте балансы использования рабочего времени по полной схеме (в человеко-часах) и определите

- а) относительные показатели структуры максимально возможного фонда рабочего времени;
- б) коэффициенты использования фондов рабочего времени;
- в) коэффициенты использования рабочего времени:
 - по числу дней работы на одного списочного рабочего,
 - по продолжительности рабочего дня,
 - по числу часов, отработанных в среднем одним списочным рабочим за квартал

Проанализируйте динамику показателей использования рабочего времени и изменение структуры максимально возможного фонда рабочего времени во II квартале по сравнению с I.

17. При изучении ресурсов времени рабочих по организации были получены следующие данные за два месяца.

В апреле (23 рабочих дня) максимально возможный фонд рабочего времени составил 7680 человеко-дней, число неявок по всем причинам — 1122 человеко-дней, в том числе в связи с выходными днями — 960 человеко-дней, очередными отпусками — 80 человеко-дней; целодневные простои — 40 человеко-дней; отработано рабочими 19 158 человеко-часов

В мае общее число явок составило 2570 человеко-дней (целодневных простоев не было); всего неявки — 1186 человеко-дней, в том числе в связи с выходными днями — 1008 человеко-дней, очередными отпусками — 100 человеко-дней; отработано рабочими — 19 789 человеко-часов.

Определите за каждый месяц

- среднюю списочную численность рабочих;
- среднюю фактическую продолжительность рабочего периода;
- среднюю фактическую продолжительность рабочего дня

Проанализируйте изменение фонда отработанного времени (в человеко-часах) под влиянием различных факторов

18. Известны следующие данные по предприятию за два периода.

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Средняя списочная численность рабочих	280	310
Отработано рабочими, человеко-дней	17 920	20 150
	139 776	153 140

Определите изменение общего количества отработанного времени (в человеко-часах) за счет различных факторов. Проанализируйте динамику показателей использования рабочего времени (средней фактической продолжительности рабочего периода в днях и часах, средней фактической продолжительности рабочего дня)

19. Заполните таблицу недостающими показателями

Показатель	Февраль	Март
Число календарных дней	28	31
Число рабочих дней		22
Средняя списочная численность, человек	100	..
Неявки, человеко-дней,		
в связи с выходными днями	800	819
в связи с очередными отпусками	48	..
по болезни	35	..
в связи с учебными отпусками	10	12
в связи с выполнением государственных обязанностей	16	18
по разрешению администрации	8	6
прогулы	2	..
Целодневные простои, человеко-дней	40	44
Фонд отработанного времени:		
человеко-часы		13 808
человеко-дни	..	..
Потери рабочего времени, человеко-дней		52
Время, не использованное по уважительным причинам в составе МВФ, человеко-дней	..	60
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,8	7,7
Коэффициент использования рабочего дня, %	97	..

Показатель	Февраль	Март
Коэффициент использования рабочего времени по числу дней работы на одного списочного рабочего, %	92,1	93,2
Коэффициент использования рабочего времени по числу часов, отработанных в среднем одним списочным рабочим, %		89,6

Проанализируйте влияние отдельных факторов на изменение фонда отработанного времени в марте по сравнению с февралем

20. За месяц по предприятию число отработанных человеко-дней составило в первой смене 1302, во второй — 1200, в третьей — 1100. Число рабочих мест на предприятии — 60, число рабочих дней в месяце — 22.

Определите:

- коэффициенты сменности, использования сменного режима, непрерывности и интегральный коэффициент использования рабочих мест,
- резервы рабочего времени из-за неполного использования рабочих мест,
- приrost объема продукции, который можно получить в результате повышения эффективности использования рабочих мест, если коэффициент сменности рабочих увеличить до 2,8 (средняя выработка продукции за смену одним рабочим составляет 800 руб.)

**19.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ**

Производительность труда может быть выражена количеством продукции, производимой одним работником в единицу времени (этот показатель называется средней выработкой продукции в единицу времени: за час, день, месяц и т.д.), или затратами времени на производство единицы продукции (этот показатель называется трудоемкостью единицы продукции). На уровень производительности труда оказывают влияние продолжительность рабочего дня, количество отработанных дней за период, удельный вес рабочих в общей численности работающих.

Пример 1. Известны следующие данные по организации об использовании рабочего времени за ноябрь (21 рабочий день)

Фактически отработано рабочими*	
человеко-дней	9 500
человеко-часов	74 100
Целодневные простои, человеко-дней	60
Неявки на работу, человеко-дней	4 840
в том числе	
в связи с очередными отпусками	420
в связи с праздничными и выходными днями	4 300
Средняя установленная продолжительность рабочего дня, ч.	7,9
Объем произведенной продукции, тыс. руб	48 500
Доля рабочих в общей численности работающих, %	80

Исчислим уровни производительности труда:

1) средняя часовая выработка:

$$W_{\text{час}} = \frac{Q}{T_{\text{час}}},$$

где Q — объем произведенной продукции;
 $T_{\text{час}}$ — отработанные человеко-часы,

$$W_{\text{час}} = \frac{48\,500\,000}{74\,100} = 654,52 \text{ (руб.)};$$

2) средняя дневная выработка:

$$W_{\text{дн}} = \frac{Q}{T_{\text{дн}}},$$

где $T_{\text{дн}}$ — отработанные человеко-дни,

$$W_{\text{дн}} = \frac{48\,500\,000}{9500} = 5105,26 \text{ (руб.)},$$

или

Средняя фактическая

$$W_{\text{дн}} = W_{\text{час}} \cdot \text{продолжительность} = 654,52 \cdot 7,8 = 5105,26 \text{ (руб.)};$$

рабочего дня

3) средняя месячная выработка в расчете на одного рабочего

$$W_{\text{мес}} = \frac{Q}{\text{ССЧ}_{\text{рабочих}}},$$

$$W_{\text{мес}} = \frac{48\,500\,000}{480^1} = 101\,041,7 \text{ (руб.)},$$

или

Средняя фактическая

$$W_{\text{мес}} = W_{\text{дн}} \cdot \text{продолжительность} = 5105,26 \cdot 19,79 = 101\,041,7 \text{ (руб.)};$$

рабочего периода

4) средняя месячная выработка в расчете на одного работающего

$$W_{\text{мес}} = \frac{Q}{T},$$

где $\bar{T}$ — средняя списочная численность всего персонала организации

$$\bar{T} = \frac{480}{0,8} = 600 \text{ (человек)},$$

$$W_{\text{мес}} = \frac{48\,500\,000}{600} = 80\,833,33 \text{ (руб.)}$$

Известно, что в декабре по сравнению с ноябрем произошли следующие изменения: средняя часовая выработка увеличилась на 5,48 руб., средняя фактическая продолжительность рабочего дня на 0,02 часа, число отработанных одним рабочим дней в месяце — на 0,21 дня, доля рабочих в общей численности персонала организации — на 1%.

¹ Рассчитано по условно примера: $(9500 + 60 + 4840) : 30 = 480$ человек

Определим, как изменилась средняя месячная выработка в расчете на одного работающего за счет различных факторов:

а) изменения доли рабочих в общей численности персонала организации:

$$\Delta W_d = W'_{\text{час } 0} \cdot b_0 \cdot c_0 \cdot (d_1 - d_0) = 654,52 \cdot 7,8 \cdot 19,79 \cdot 0,01 = 1010,33 (\text{руб.}),$$

где b — средняя фактическая продолжительность рабочего дня,
 c — средняя фактическая продолжительность рабочего периода,
 d — доля рабочих в общей численности персонала,

б) изменения продолжительности рабочего периода:

$$\Delta W_c = W'_{\text{час } 0} \cdot b_0 \cdot (c_1 - c_0) \cdot d_1 = 654,2 \cdot 7,8 \cdot 0,21 \cdot 0,81 = 867,98 (\text{руб.});$$

в) изменения продолжительности рабочего дня:

$$\Delta W_b = W'_{\text{час } 0} \cdot (b_1 - b_0) \cdot c_1 \cdot d_1 = 654,2 \cdot 0,02 \cdot 20 \cdot 0,81 = 211,96 (\text{руб.});$$

г) изменения средней часовой выработки:

$$\Delta W_{\text{час}} = (W'_{\text{час } 1} - W'_{\text{час } 0}) \cdot b_1 \cdot c_1 \cdot d_1 = 5,48 \cdot 7,82 \cdot 0,81 = 694,23 (\text{руб.}).$$

Таким образом, изменение средней месячной выработки составило:

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{мес}} &= \Delta W_{\text{час}} + \Delta W_d + \Delta W_c + \Delta W_b = 694,23 + 211,96 + 867,98 + 1010,33 = \\ &= 2784,5 (\text{руб.}). \end{aligned}$$

U_г

19.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Как измеряется уровень производительности труда?
2. Как связаны между собой показатели уровня производительности труда?
3. Как количественно оценить изменение объема продукции (в абсолютном и относительном выражении) за счет изменения производительности труда?
4. Какие индексы используются для измерения динамики производительности труда?
5. Известны следующие данные за два месяца.

Показатель	Сентябрь	Октябрь
Выпуск продукции, тыс. руб	7 700	8 546
Среднесписочная численность персонала организации, человек	125	138
в том числе рабочих	100	105
Отработано рабочими, человеко-дней	2 000	2 205
Отработано рабочими, человеко-часов	15 400	16 758

Определите:

- а) уровни производительности труда;
- б) динамику производительности труда;
- в) прирост среднемесячной выработки в расчете на одного работающего за счет отдельных факторов;
- г) прирост объема продукции, полученный за счет:
 - увеличения численности работающих;
 - роста производительности труда

Поясните, как взаимосвязаны показатели уровня производительности труда.

6. Известны следующие данные за два месяца

Показатель	Июнь	Июль
Выпуск продукции, тыс. шт	1 485,7	1 670,0
Среднесписочная численность промышленно-производственного персонала, человек	250	255
в том числе рабочих	187	190
Отработано рабочими, человеко-дней	3 834	3 933
Отработано рабочими, человеко-часов	29 714	30 363

Определите.

- а) уровни производительности труда (выработку продукции в единицу времени);
- б) трудоемкость единицы продукции;

- в) динамику производительности труда,
- г) динамику трудоемкости единицы продукции,
- д) прирост среднемесячной выработки в расчете на одного рабочего за счет отдельных факторов;
- е) прирост объема продукции, полученный за счет:
 - увеличения фонда отработанного времени (в человеко-часах),
 - роста производительности труда

Укажите, как взаимосвязаны показатели уровня производительности труда

7. По организации известны следующие данные

Показатель	Апрель	Май
Объем продукции, тыс. руб.	480 000	561 000
Отработано рабочими, тыс. человеко-дней	2 000	2 255

В отчетном году индекс средней фактической продолжительности рабочего дня составил 92%, а индекс средней фактической продолжительности рабочего периода (в днях) — 105%. Определите индексы среднечасовой, среднелетней и среднемесячной выработки продукции

8. По организации известны следующие данные

Показатель	I квартал	II квартал
Объем продукции, тыс. руб.	55 270	59 987
Отработано рабочими, человек-часов	92 112	98 340

Во II квартале индекс средней фактической продолжительности рабочего дня составил 104%, а индекс средней фактической продолжительности рабочего периода (в днях) — 103%. Определите индексы среднечасовой, среднелетней и среднеквартальной производительности труда.

9. При составлении плана были предусмотрены следующие показатели.

Средняя месячная выработка на одного рабочего, руб.	342 500
Средняя дневная выработка, руб.	160 000
Средняя часовая выработка, руб.	2 000
Доля рабочих в общей численности персонала, %	80

Фактически за отчетный месяц выпуск продукции в ценах, предусмотренных в плане, составил 39 468 тыс. руб., средняя списочная численность персонала — 150 человек, в том числе число рабочих — 115 человек, число отработанных рабочими: человеко-дней — 2392, число отработанных рабочими: человеко-часов — 17 940. Определите индексы средней часовой, дневной и месячной выработки продукции.

10. Данные по организации за два квартала следующие

Филиал	Средняя дневная выработка одного рабочего, шт.		Средняя продолжительность рабочего дня, ч		Средняя продолжительность рабочего месяца, дней	
	I кв	II кв	I кв	II кв	I кв.	II кв.
1	20	22	8,0	7,8	63	65
2	18	19	8,0	7,9	60	63

Определите по каждому филиалу организации динамику среднечасовой, среднечасовой и среднечасовой выработки продукции. Рассчитайте индекс производительности труда по организации в целом, если известно, что численность рабочих в первом филиале на 10% больше, чем во втором

11. Как изменится производительность труда, если объем произведенной продукции в сопоставимых ценах увеличится на 8,5%, а численность работающих сократится на 5%?
12. Как изменится объем произведенной продукции, если фонд отработанного времени увеличится на 5,5%, а производительность труда на 3,6%? Определите влияние каждого фактора на изменение объема произведенной продукции

13. Заполните таблицу недостающими показателями

Показатель	Январь	Февраль
Среднечасовая выработка, шт	10	
Фонд отработанного времени рабочими:		
человеко-дни	2 100	
человеко-часы	16 380	
Средняя списочная численность рабочих, человек	100	
Удельный вес рабочих в общей численности работающих, %	70	72
Среднедневная выработка в расчете на одного рабочего, шт.		..
Среднемесячная выработка в расчете на одного рабочего, шт		..
Среднемесячная выработка в расчете на одного среднесписочного работника предприятия, шт.		
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения уровня среднечасовой выработки, тыс. шт *	+16,38	
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения фонда отработанного времени (в человеко-часах), тыс. шт *		
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения уровня среднедневной выработки, тыс. шт *	..	..
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения фонда отработанного времени (в человеко-днях), тыс. шт *	..	..

Показатель	Январь	Февраль
Прирост (уменьшение) объема продукции за счет изменения среднемесячной выработки рабочего, тыс. шт. *		
Прирост (уменьшение) фонда отработанного времени, %*		
отработанных человеко-дней	-2,0	+1,5
отработанных человеко-часов	+5,0	+2,0
Изменение объема продукции:		
в тыс. шт.		
в %		+2,5
Изменение среднесписочной численности рабочих, %*	+2,0	+1,0

* Указано изменение по сравнению с предыдущим месяцем

14. Как изменится производительность труда, если трудоемкость продукции снизится на 4,5%?
15. Как изменится трудоемкость продукции, если производительность труда повысится в 1,08 раза?
16. Известны следующие данные за два периода.

Вид продукции	Произведено продукции, т		Затраты труда на 1 т, человеко-часов	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
A	400	500	5,5	4,8
B	600	610	7,0	6,7

Определите

- а) динамику производительности труда по каждому виду продукции.
 б) общие индексы производительности труда и трудоемкости продукции,
 в) экономии рабочего времени при производстве каждого вида продукции и по двум видам продукции в целом, полученную в результате роста производительности труда

17. Известны следующие данные о производстве одежды и затратах труда на швейной фабрике за два месяца.

Вид продукции	Выпуск продукции, шт.		Фактические затраты рабочего времени в среднем на 1 шт., человеко-часов	
	сентябрь	октябрь	сентябрь	октябрь
A	200	400	5,5	5,0
B	250	300	6,0	5,6
B	100	100	10,0	9,8

Определите

- а) индивидуальные индексы производительности труда;
- б) общий индекс производительности труда:
— средний арифметический,
— агрегатный;
- в) экономию рабочего времени, полученную в результате роста производительности труда по предприятию в целом.

18. В отчетном периоде по сравнению с базисным количество произведенной продукции увеличилось вследствие повышения производительности труда на 500 г. Трудоемкость единицы продукции в базисном периоде составила 3 человеко-дня на 1 т. Определите экономию затрат рабочего времени в результате повышения производительности труда.

19. Известны следующие данные о работе железнодорожного транспорта за три года

Показатель	I год	II год	III год
Грузооборот, млрд т·км	2 523	2 326	2 310
Среднегодовая численность работающих, тыс. человек	1 120	1 100	1 090

Определите:

- а) индексы динамики объема перевозок;
- б) индексы динамики численности работников железнодорожного транспорта;
- в) индексы производительности труда,
- г) среднегодовые темпы роста и прироста производительности труда за рассматриваемый период.

20. Известны следующие данные за два периода

Вид продукции	Затраты времени на единицу продукции по норме, человеко-часов	Ноябрь		Декабрь	
		выработано по нормам, шт.	общие затраты рабочего времени, человеко-часов	выработано по нормам, шт.	общие затраты рабочего времени, человеко-часов
А	3,8	7 400	25 900	7 500	25 500
Б	4,5	8 000	35 200	8 500	36 550

Определите общий индекс производительности труда трудовым методом

21. Известны следующие данные за два периода.

Вид продукции	Затраты времени на производство 1 м по норме, человеко-часов	Февраль		Март	
		выработано продукции, м	общие затраты рабочего времени, человеко-часов	выработано продукции, м	общие затраты рабочего времени, человеко-часов
А	1,5	500	700	510	663
Б	2,5	450	1 080	470	1 081

Определите:

- индекс производительности труда трудовым методом;
- агрегатный индекс производительности труда;
- индекс трудоемкости,
- экономно (дополнительные затраты) труда в связи с изменением трудоемкости в отчетном периоде по сравнению с базисным.

22. Известны следующие данные по двум филиалам организации:

Филиал	Отработано, человеко-часов		Индекс производительности труда в отчетном периоде, %
	базисный период	отчетный период	
1	7 200	7 500	105,5
2	6 900	7 100	108,8

Определите:

- сводный по организации индекс производительности труда,
- экономно рабочего времени, полученную за счет роста производительности труда;
- прирост продукции за счет повышения производительности труда по каждому филиалу и в целом по организации, если средняя часовая выработка составляла в отчетном периоде:
 - филиал 1 – 500 руб.,
 - филиал 2 – 620 руб.

23. Известны следующие данные по трем филиалам организации.

Филиал	Всего отработано, человеко-дней		Повышение производительности труда в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
1	8 360	8 380	+2,5
2	7 100	7 090	+3,8
3	7 500	7 600	+5,3

Определите:

- общий по организации индекс производительности труда,

- б) экономии рабочего времени, полученную за счет роста производительности труда;
- в) прирост продукции (%) за счет повышения производительности труда по каждому филиалу и в целом по организации

24. Известны следующие данные о производстве однородной продукции в затратах рабочего времени по двум филиалам фирмы

Филиал	I квартал		II квартал	
	изготовлено изделий, т	затраты рабочего времени, ч	изготовлено изделий, т	затраты рабочего времени, человеко-часов
1	20 000	24 570	22 176	24 640
2	18 000	19 656	17 811	19 152

Определите:

- а) показатели динамики производительности труда по каждому филиалу;
- б) показатели динамики производительности труда по фирме в целом (индексы производительности труда переменного и постоянного состава),
- в) экономию рабочего времени в связи с ростом производительности труда по фирме в целом.

25. Данные о производительности труда и структуре численности работающих фирмы следующие

Филиал	Базисный период		Отчетный период	
	средняя выработка продукции на одного работающего, руб.	удельный вес филиала в общей численности работающих, %	средняя выработка продукции на одного работающего, руб.	удельный вес филиала в общей численности работающих, %
1	17 000	35	17 500	30
2	16 800	30	16 500	20
3	17 900	35	18 200	50
Итого		100		100

Определите.

- а) индивидуальные индексы производительности труда;
- б) общие индексы производительности труда;
- переменного состава,
 - постоянного состава,
 - влияния структурных сдвигов,
- в) изменение средней выработки на одного работающего по фирме в целом за счет отдельных факторов в абсолютном выражении

26. Известны следующие данные по двум филиалам фирмы.

Филиал	Базисный период		Отчетный период	
	произведенная продукция в сопоставимых ценах, тыс. руб	средняя списочная численность работающих, человек	произведенная продукция в сопоставимых ценах, тыс. руб.	средняя списочная численность работающих, человек
1	12 160	440	12 240	480
2	12 400	714	12 363	700

Определите:

- индексы производительности труда по каждому филиалу;
- общие индексы производительности труда:
 - постоянного состава,
 - переменного состава

Проанализируйте полученные результаты.

27. Известны следующие данные о стаже работы 20 рабочих цеха и выработке ими продукции за смену.

№ п/п	Стаж работы, лет	Выработка продукции за смену, шт	№ п/п	Стаж работы, лет	Выработка продукции за смену, шт
1	2	34	11	14	38
2	17	46	12	12	41
3	3	37	13	14	46
4	6	40	14	1	35
5	1	36	15	11	42
6	4	39	16	7	39
7	8	40	17	15	46
8	10	43	18	8	41
9	11	45	19	8	40
10	3	38	20	10	40

Задание:

- постройте ряды распределения (дискретный и интервальный), определите показатели вариации и структурные характеристики каждого ряда;
- используя метод группировок, установите характер зависимости между стажем работы и выработкой продукции за смену, рассчитайте эмпирическое корреляционное отношение;
- определите тесноту связи между стажем и производительностью труда, рассчитайте параметры уравнения регрессии.

ТЕМА 20. СТАТИСТИКА ОПЛАТЫ ТРУДА И ЗАТРАТ НА РАБОЧУЮ СИЛУ

20.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Оплата труда – это вознаграждение, которое получают работники за произведенную продукцию и оказанные услуги или за отработанное время. Кроме того, к оплате труда относится оплата ежегодных отпусков, выходных и праздничных дней и прочего неотработанного времени, оплачиваемого в соответствии с трудовым законодательством и условиями трудовых договоров. Задачи статистики оплаты труда состоят в определении размера фондов оплаты труда, его состава и структуры; анализе уровня, динамики и факторов, влияющих на оплату труда, изучении и анализе дифференциации оплаты труда; изучении расходов на рабочую силу.

При анализе фонда заработной платы выделяют *часовой, дневной и месячный фонды заработной платы*. Фонды *часовой и дневной заработной платы* включают выплаты, начисленные за фактически отработанное время, учтенное соответственно в часах или днях. *Фонд заработной платы*, начисленной за месяц, включает выплаты как за отработанное, так и за неотработанное время в течение месяца.

Между показателями, характеризующими средний уровень оплаты труда, существует следующая взаимосвязь:

$$f_{\text{дн}} = f_{\text{час}} \cdot \text{СФПРД} \cdot K_{\text{дн}}$$

где СФПРД – средняя фактическая продолжительность рабочего дня;
 $K_{\text{дн}}$ – коэффициент увеличения дневного фонда заработной платы за счет доплат за не отработанные, но оплаченные часы за месяц

$$f_{\text{мес}} = f_{\text{дн}} \cdot \text{СФПРП} \cdot K_{\text{мес}}$$

где СФПРП – средняя фактическая продолжительность рабочего месяца;
 $K_{\text{мес}}$ – коэффициент увеличения месячного фонда заработной платы за счет доплат за не отработанные, но оплаченные дни за месяц.

Пример 1. Имеются следующие данные по организации за месяц, тыс. руб.

Заработная плата, начисленная по сдельным расценкам, тарифным ставкам и окладам за отработанное время	8 377,80
Компенсационные выплаты, связанные с режимом работы и условиями труда	50,80
Доплаты за работу в ночное время	52,80
Стимулирующие доплаты к тарифным ставкам и окладам	410,80
Оплата внутрисменных простоев	2,50
Оплата льготных часов подростков	8,30
Оплата часов, не отработанных в связи с выполнением государственных и общественных обязанностей	4,90
Оплата дней, не отработанных в связи с выполнением государственных и общественных обязанностей	7,20
Оплата целодневных простоев	13,50
Оплата очередных и учебных отпусков	375,80
Вознаграждение за выслугу лет	168,80
Денежная компенсация за неиспользованный отпуск	9,36
Прочие виды единовременных поощрительных выплат	310,20

Среднесписочная численность работников организации в этом месяце составляла 480 человек. Они отработали 9500 человеко-дней ($T_{\text{дн}}$) и 74 100 человеко-часов ($T_{\text{час}}$). Средняя фактическая продолжительность рабочего дня составляла 7,8 часа, а продолжительность рабочего периода — 19,97 дня.

Определим среднечасовую, среднедневную и среднемесячную заработную плату и покажем взаимосвязь между исчисленными показателями уровня оплаты труда.

1) Часовой фонд заработной платы:

$$F_{\text{час}} = 8\,377,8 + 50,8 + 52,6 + 410,8 = 8\,892 \text{ (тыс. руб.)};$$

2) дневной фонд заработной платы

$$F_{\text{дн}} = 8\,892 + 2,5 + 8,3 + 4,9 = 8\,907,7 \text{ (тыс. руб.)};$$

3) месячный фонд заработной платы:

$$F_{\text{мес}} = 8\,907,7 + 7,2 + 13,5 + 375,8 + 168,8 + 9,36 + 310,2 = 9\,792,56 \text{ (тыс. руб.)};$$

4) коэффициент увеличения фонда дневной заработной платы за счет доплат:

$$K_{\text{дн}} = F_{\text{дн}} : F_{\text{час}} = 8\,907,7 : 8\,892 = 1,0018;$$

5) коэффициент увеличения месячного фонда заработной платы за счет доплат:

$$K_{\text{мес}} = F_{\text{мес}} : F_{\text{шт}} = 9\,792,56 : 8\,907,7 = 1,0993;$$

6) среднечасовая заработная плата:

$$f_{\text{час}} = F_{\text{мес}} : T_{\text{мес}} = 8\,892 : 74\,100 = 120 \text{ (руб./человеко-час);}$$

7) среднесплодная заработная плата:

$$f_{\text{сп}} = F_{\text{шт}} : T_{\text{шт}} = 8\,907,7 : 9500 = 937,65 \text{ (руб./человеко-день);}$$

8) средняя месячная заработная плата:

$$f_{\text{мес}} = F_{\text{мес}} : \text{ССЧ} = 9\,792,56 : 480 = 20\,401,2 \text{ (руб./человек)}$$

А теперь покажем взаимосвязь исчисленных показателей уровня оплаты труда:

$$f_{\text{шт}} = f_{\text{мес}} \cdot \text{СФПРД} \quad K_{\text{шт}} = 120 \cdot 7,8 \cdot 1,0018 = 937,65 \text{ (руб./человеко-день);}$$

$$f_{\text{мес}} = f_{\text{шт}} \cdot \text{СФПРП} \quad K_{\text{мес}} = 937,65 : 19,97 \cdot 1,0993 = 20\,401,2 \text{ (руб./человек)}$$

(расхождения связаны с округлениями в расчетах).

Важная задача статистики — анализ дифференциации заработной платы. Он осуществляется с помощью квартильного и децильного коэффициентов дифференциации заработной платы.

Анализ динамики заработной платы проводится с помощью индексного метода. Для работников отдельных категорий рассчитываются индивидуальные индексы заработной платы, а для совокупности работников различных профессий, отраслей экономики, регионов исчисляются общие индексы, в том числе индексы заработной платы переменного, фиксированного состава и индексы влияния структурных сдвигов. Расчет этих индексов позволяет также определить влияние отдельных факторов на изменение средней заработной платы и фонда заработной платы.

Затраты на рабочую силу представляют собой издержки, связанные с наймом и содержанием рабочей силы, которые несет работодатель. Этот показатель содержит все элементы оплаты труда, входящие в фонд оплаты труда, а также ряд статей расходов, связанных с социальной защитой, профессиональным образованием работников и рядом других расходов.

Помимо абсолютного показателя расходов на рабочую силу статистика рассчитывает ряд относительных показателей *структуру расходов по элементам, затраты работодателя на рабочую силу в расчете на единицу выпущенной продукции и единицу трудовых затрат*. Кроме того, данные о расходах группируются по отраслям, регионам и категориям работников.

20.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Каков смысл понятия «оплата труда работающих» и в чем состоят задачи статистики оплаты труда?
2. Что такое фонд оплаты труда и каковы его составные элементы?
3. Какие выплаты, кроме входящих в фонд оплаты труда, получает работник на предприятии?
4. Как исчисляются показатели среднего уровня оплаты труда? Как связаны между собой показатели среднечасовой, среднедневной и среднемесячной заработной платы?
5. Как проводится анализ динамики оплаты труда с помощью индексного метода?
6. Как проводится факторный анализ изменения фонда оплаты труда?
7. Как исчисляются показатели, характеризующие дифференциацию оплаты труда?
8. Что такое «затраты (расходы) на рабочую силу»? Какая группировка используется для изучения их состава?
9. Каково информационное обеспечение статистики оплаты труда?
10. Укажите, какие из перечисленных ниже выплат входят в фонд оплаты труда.
 - 1) доходы по акциям и другие доходы от участия работников в собственности предприятия (дивиденды, проценты, выплаты по долговым паям и т.д.);
 - 2) оплата по тарифным ставкам, окладам или сдельным расценкам за отработанное время или выполненную работу;
 - 3) доплата сдельщикам по прогрессивным расценкам и в связи с изменениями условий труда;
 - 4) прогрессивные выплаты работникам с повременной оплатой;
 - 5) надбавки к тарифным ставкам и окладам за профессиональное мастерство, за высокие достижения, ежемесячные и ежеквартальные вознаграждения (процентные надбавки) за выслугу лет, стаж работы, стаж работы по специальности;
 - 6) выплаты компенсирующего характера, связанные с режимом работы и условиями труда;
 - 7) выплаты, обусловленные районным регулированием оплаты труда;

- 8) доплаты за работу в ночное время, сверхурочное время, в нерабочие дни, за работу в многосменном режиме, за разъездной характер труда, на подземных работах, вахтовым методом и т.п.;
- 9) оплата очередных и учебных отпусков;
- 10) денежная компенсация за неиспользованный отпуск;
- 11) отчисления органам социального страхования;
- 12) взносы в негосударственные пенсионные фонды;
- 13) взносы на добровольное медицинское страхование за счет предприятия;
- 14) выплаты из внебюджетных фондов; пособия по временной нетрудоспособности, беременности и родам, оплата санаторно-курортного лечения и семейного отдыха;
- 15) вознаграждение по итогам работы за год, годовое вознаграждение за выслугу лет;
- 16) стоимость питания, топлива и жилья, бесплатно предоставляемых работникам ряда отраслей;
- 17) надбавки к пенсиям, единовременные пособия уходящим на пенсию ветеранам труда;
- 18) стипендии студентам и учащимся, направляемым данным предприятием на учебу;
- 19) материальная помощь по личным обстоятельствам,
- 20) выплаты выходного пособия;
- 21) стоимость выданной спецодежды, дезинфицирующих средств и др., связанных с условиями труда;
- 22) оплата командировочных расходов, полевого довольствия

11. Известны следующие данные по организации за отчетный период о выплатах, начисленных работникам, тыс. руб.

Оплата по основным сдельным расценкам	1 673,93
Оплата по тарифным ставкам и окладам	471,69
Доплата сдельщикам по прогрессивным расценкам и в связи с изменением условий работы	13,14
Премии по установленным премиальным системам оплаты труда	9,22
Доплаты за работу в ночное время	2,20
Надбавки за трудные условия труда	5,52
Надбавки неосвобожденным бригадирам за организацию работы бригады	8,77
Оплата льготных часов подростков	7,20

Оплата внутрисменных простоев	3,50
Оплата за обучение учеников на производстве	2,50
Выплата выходного пособия	4,40
Оплата целодневных простоев	8,63
Оплата очередных и учебных отпусков	160,80
Оплата дней выполнения государственных обязанностей	2,80
Вознаграждение за выслугу лет	40,20
Командировочные расходы	6,90
Пособия по временной нетрудоспособности, беременности и родам	76,80

Среднесписочная численность работников составила 100 человек, они отработали 2000 человеко-дней и 15 000 человеко-часов.

Определите среднечасовую, среднедневную и среднемесячную заработную плату. Покажите взаимосвязь показателей, характеризующих уровень оплаты труда.

12. Известны следующие данные по организации за отчетный период. руб.

Начисления по сдельным расценкам и тарифным ставкам	3 686 760
Премии сдельщикам и повременщикам, доплаты в связи с изменениями условий работы, за работу в ночное время, за обучение учеников на производстве и бригадирам за организацию работы бригады	194 090
Доплаты к часовому фонду заработной платы до дневного фонда заработной платы	40 270
Доплаты к дневному фонду заработной платы до месячного фонда заработной платы	80 500
Пособия по временной нетрудоспособности	8 502
Командировочные расходы	14 550
Доходы по акциям от участия в собственности предприятия	28 000

Среднесписочная численность работников организации за этот период составляла 200 человек, в течение месяца они отработали в среднем по 21 дню при средней продолжительности рабочего дня в 7,3 часа.

Определите показатели среднечасовой, среднедневной и среднемесячной заработной платы рабочих. Покажите взаимосвязь этих показателей.

13. Известны следующие данные по организации за ноябрь.

Отработано рабочими, человеко-дней	5 250
Целодневные простои, человеко-дни	20
Число неявок на работу, человеко-дней	2 250
Число отработанных рабочими человеко-часов	39 900
Месячный фонд заработной платы рабочих, тыс. руб.	6 300,0
Дневной фонд заработной платы рабочих, тыс. руб.	5 512,5
Часовой фонд заработной платы рабочих, тыс. руб.	5 200,5

Определите среднечасовую, среднедневную и среднемесячную заработную плату рабочих. Покажите взаимосвязь исчисленных показателей

14. Известны следующие данные по организации (руб.).

Суммы, начисленные работникам за отработанное время по тарифным ставкам, окладам, сдельным расценкам	2 356 069
Стоимость продукции, выданной в порядке натуральной оплаты труда	25 000
Доплаты и надбавки за профессиональное мастерство, совмещение профессий и другие выплаты стимулирующего характера	248 200
Доплата за работу в ночное время	83 050
Доплата за работу в опасных условиях	125 900
Выплата квалифицированным работникам за подготовку учеников на производстве	126 067
Оплата учебных отпусков	20 545
Оплата очередных отпусков	98 500
Оплата внутрисменных простоев	82 960
Оплата целодневных простоев	113 863
Оплата льготных часов подростков	42 000
Оплата внутрисменных часов, не отработанных в связи с выполнением государственных или общественных обязанностей	1 505
Пособия по временной нетрудоспособности	32 842
Доходы по акциям предприятия	415 010
Командировочные расходы	102 860
Оплата дней, не отработанных в связи с выполнением государственных или общественных обязанностей	5 854
Денежная компенсация за неиспользованный отпуск	28 760
Вознаграждение за выслугу лет	108 600
Материальная помощь, предоставленная — работникам основных цехов	42 000
— даун работникам по семейным обстоятельствам	5 300
Выплаты на питание, жилье, предоставляемые в соответствии с законодательством работникам данной отрасли	26 107
Суммы, выданные работникам на погашение кредита, предоставленного на жилищное строительство	510 200
Обязательные отчисления в государственные социальные фонды	984 630
Надбавки к пенсиям	3 600
Оплата путевок на лечение и отдых	11 048
на экскурсии	11 370
Расходы на переподготовку кадров	52 500
Расходы на проведение вечера отдыха	38 960
Оплата проезда к месту работы	21 800

Среднесписочная численность работников предприятия - 100 человек
 Фактически отработанное время
 2 100 человеко-дней,
 — 16 170 человеко-часов.

Задание

- а) определите фонд заработной платы и выплаты социального характера, начисленные за месяц;
- б) рассчитайте показатели средней часовой, дневной и месячной заработной платы;
- в) покажите взаимосвязь между исчисленными показателями среднего уровня заработной платы;
- г) определите предполагаемое увеличение фонда заработной платы в следующем месяце (в руб. и в %) за счет каждого фактора, если численность работников возрастет на шесть человек, а средняя месячная заработная плата — на 1860 руб.;
- д) проанализируйте структуру затрат предприятия на рабочую силу;
- е) определите среднечасовые и среднemesячные затраты на рабочую силу, укажите взаимосвязь исчисленных показателей

15. На базе следующих данных анализа показателей по труду и заработной плате за два года определите динамику среднечасовой и среднemesячной заработной платы, %.

Индекс среднего числа дней работы на одного списочного рабочего	105
Индекс средней фактической продолжительности рабочего дня	101
Индекс среднечасовой заработной платы	110
Индекс коэффициента увеличения фонда дневной заработной платы за счет доплат	102,4
Индекс коэффициента увеличения фонда месячной заработной платы за счет доплат	101,3

16. Результаты анализа показателей по труду и заработной плате за два квартала следующие: индекс среднего числа дней работы одного списочного рабочего составил 104,5%, индекс средней фактической продолжительности рабочего дня - 99%, индекс средней дневной заработной платы 108,9%, индекс коэффициента увеличения фонда дневной заработной платы за счет доплат - 102,5%, индекс коэффициента увеличения фонда месячной заработной платы за счет доплат 104,8%.

Определите динамику среднечасовой и среднemesячной заработной платы.

17. Проанализируйте динамику заработной платы и производительности труда по следующим данным.

Показатель	Базисный период	Текущий период
Объем продукции, тыс. руб.	8 570	8 539
Фонд заработной платы, тыс. руб.	2 580	2 540
Средняя списочная численность работников, человек	110	98

18. Известны следующие данные по организации.

Показатель	Июнь	Июль
Фонд заработной платы, тыс. руб.	3 721,0	4 017,6
Явки на работу, человеко-дней	2 440	2 542
Неявки на работу, человеко-дней	1 220	1 302

Определите.

- динамику среднemesячной заработной платы рабочих,
 - абсолютный прирост фонда заработной платы в результате изменения средней списочной численности работников и уровня средней заработной платы.
- Фонд заработной платы работающих в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 12%, а средняя заработная плата за этот же период на 9%. Определите динамику численности работающих
 - Фонд заработной платы промышленно-производственного персонала в отчетном году увеличился на 17%, среднегодовая численность персонала за этот же период уменьшилась на 3%. Определите, как изменилась средняя заработная плата одного работающего.
 - Среднemesячная заработная плата работника в отчетном периоде составила 32 750 руб., что на 10% превышало соответствующий показатель базисного периода. Численность работников за этот же период сократилась на 5% и составила 130 человек. Определите, как изменился фонд заработной платы за этот период в абсолютном и относительном выражении в целом и за счет отдельных факторов, за счет изменения средней заработной платы и за счет изменения численности работников.
 - Средняя заработная плата в отчетном периоде увеличилась на 8%, а численность работников не изменилась. Определите, как изменился фонд заработной платы
 - Известны следующие данные о динамике численности и среднemesячной заработной платы основных и вспомогательных рабочих.

Категория рабочих	Среднemesячная заработная плата, руб.		Численность рабочих	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Основные рабочие	31 800	35 900	60	70
Вспомогательные рабочие	26 500	27 900	15	15

Рассчитайте

- в каждом периоде среднemesячную заработную плату рабочих,
- индексы заработной платы переменного, фиксированного состава и индексы влияния структурных сдвигов;

- в) абсолютную величину прироста фонда заработной платы за счет различных факторов:
- изменения численности рабочих,
 - изменения уровней заработной платы отдельных категорий рабочих,
 - изменения удельного веса категорий рабочих с различными уровнями заработной платы.

Проанализируйте полученные результаты:

24. На основании приведенных ниже данных рассчитайте по организации в целом:
- а) среднемесячную заработную плату,
 - б) индексы переменного, фиксированного состава и индекс влияния структурных сдвигов;
 - в) абсолютную величину прироста фонда заработной платы за счет различных факторов:
- изменения численности работающих,
 - изменения уровней заработной платы,
 - изменения удельного веса работающих с различными уровнями заработной платы

Состав персонала организации	Фонд заработной платы работающих, тыс. руб.		Средняя списочная численность работающих, человек	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Рабочие	3 744,8	4 522,5	124	135
Служащие	721,6	868,6	22	24

25. Известны следующие данные о заработной плате работающих в отчетном и базисном периодах по организациям региона

Организация	Базисный период		Отчетный период	
	среднемесячная заработная плата, руб.	удельный вес организаций в общей численности работающих, %	фонд заработной платы, тыс. руб.	среднемесячная заработная плата, руб.
1	26 500	30,2	5 800	29 000
2	27 970	48,5	10 395	31 500
3	25 000	21,3	4 200	28 000

Определите

- а) индексы переменного состава, фиксированного состава и влияния структурных сдвигов,
- б) влияние отдельных факторов на изменение средней заработной платы работающих по трем организациям региона в целом в абсолютном выражении

26. Известны следующие данные по четырем организациям о темпах роста производительности труда и заработной платы в отчетном периоде по сравнению с базисным.

Показатель	Организация			
	1	2	3	4
Темп роста заработной платы, %	109	114	106	110
Темп роста производительности труда, %	116	123	104	110

Определите

- коэффициент роста производительности труда по сравнению с ростом заработной платы по каждой организации;
 - эмпирический коэффициент эластичности
27. Распределение работающих по размерам начисленной заработной платы характеризуется следующими данными

Начисленная заработная плата в месяц, тыс. руб	Численность работающих, % к итогу
Менее 15	5
15—20	8
20—25	9
25—30	12
30—35	20
35—40	25
40—45	15
Свыше 45	6
Итого	100

Для характеристики дифференциации заработной платы определите следующие показатели

- среднюю заработную плату;
 - коэффициент вариации,
 - модальное и медианное значение заработной платы,
 - квартильный и децильный коэффициенты дифференциации.
- Прокомментируйте полученные результаты
28. Известны следующие данные по двум регионам.

Затраты на рабочую силу в расчете на одного работающего в месяц, тыс. руб	Число организаций, % к итогу	
	регион А	регион Б
До 25,0	2	—
25,0—25,6	4	1
25,6—26,2	7	2
26,2—26,8	10	4

Окончание

Затраты на рабочую силу в расчете на одного работающего в месяц, руб	Число организаций, % к итогу	
	регион А	регион Б
26,8—27,4	12	6
27,4—28,0	20	8
28,0—28,6	21	10
28,6—29,2	12	25
29,2—29,8	9	20
29,8—30,4	3	14
30,4—31,0	—	6
Свыше 31,0	—	4
Итого	100	100

Проанализируйте по каждому региону дифференциацию уровня затрат на рабочую силу в расчете на одного работающего в месяц.

ТЕМА 21. СТАТИСТИКА ОСНОВНЫХ ФОНДОВ И МАТЕРИАЛЬНЫХ ОБОРОТНЫХ СРЕДСТВ ОРГАНИЗАЦИИ (ПРЕДПРИЯТИЯ)

21.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Основные фонды – это произведенные активы, подлежащие использованию неоднократно или постоянно в течение длительного периода времени (не менее года) для производства товаров и оказания услуг.

Статистика основных фондов изучает объем, состав, распределение, состояние и использование основных фондов, процесс их воспроизводства.

Для характеристики воспроизводства основных фондов составляют балансы основных фондов по полной первоначальной стоимости (ПС) и остаточной стоимости (ОС).

Пример 1. Известны следующие данные о наличии и движении основных фондов предприятия за год.

Основные фонды по полной первоначальной стоимости на начало года, тыс. руб.	4 980
Степень износа основных фондов на начало года, %	35
Введено новых основных фондов за год, тыс. руб.	1 110
Выбыло основных фондов по полной первоначальной стоимости за год, тыс. руб.	555
Остаточная стоимость выбывших основных фондов, тыс. руб.	45
Сумма начисленного износа за год, тыс. руб.	495
Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.	5 040
Стоимость произведенной продукции, тыс. руб.	7 710

На основании приведенных данных построим балансы основных фондов.

Баланс основных фондов по полной первоначальной стоимости, тыс. руб.

Наличие основных фондов на начало года	Введено в действие основных фондов за год	Выбыло основных фондов за год	Наличие основных фондов на конец года
4 980	1 110	555	5 535

$$ПС_{\text{к.г.}} = 4980 + 1110 - 555 = 5535 \text{ (тыс. руб.)}$$

Баланс основных фондов по остаточной стоимости, тыс. руб.

Наличие основных фондов на начало года	Введено в действие основных фондов за год	Выбыло основных фондов за год	Начислен износ основных фондов за год	Наличие основных фондов на конец года
3 237	1 110	45	495	3 807

$$ОС_{кг} = 3237 + 1110 - 45 - 495 = 3807 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Состояние основных фондов характеризуется следующими показателями, которые можно определить на начало и конец года.

1) коэффициент износа основных фондов рассчитывается как отношение суммы износа основных фондов к полной первоначальной стоимости основных фондов на дату:

— на начало года:

$$K_{изн} = (4980 - 3237) : 4980 = 0,35, \text{ или } 35 (\%),$$

— на конец года:

$$K_{изн} = (5535 - 3807) : 5535 = 0,31, \text{ или } 31 (\%);$$

2) коэффициент годности рассчитывается как отношение остаточной стоимости основных фондов к их полной первоначальной стоимости на дату:

— на начало года:

$$K_{год} = 3237 : 4980 = 0,65, \text{ или } 65 (\%),$$

— на конец года:

$$K_{год} = 3807 : 5535 = 0,69, \text{ или } 69 (\%).$$

Взаимосвязь коэффициентов износа и годности:

$$K_{изн} + K_{год} = 1, \text{ или } 100 (\%).$$

К показателям, характеризующим движение основных фондов относятся:

1) коэффициент обновления основных фондов, который рассчитывается как отношение стоимости введенных в действие основных фондов к полной первоначальной стоимости основных фондов на конец года:

$$K_{обн} = 1110 : 5535 = 0,2, \text{ или } 20 (\%);$$

2) коэффициент выбытия основных фондов рассчитывается как отношение полной первоначальной стоимости выбывших основных фондов к полной первоначальной стоимости основных фондов на начало года:

$$K_{\text{выб}} = 555 : 4980 = 0,11, \text{ или } 11 (\%).$$

Использование основных фондов характеризуется следующими показателями.

1) Фондоотдача — этот показатель рассчитывается как отношение стоимости продукции в сопоставимых ценах за год (Q) к среднегодовой полной первоначальной стоимости основных фондов (F):

$$f = Q : F = 7710 : 5040 = 1,53 \text{ (руб.)};$$

2) фондоскость — этот показатель, обратный фондоотдаче, рассчитывается как отношение среднегодовой полной первоначальной стоимости основных фондов к стоимости продукции в сопоставимых ценах за год:

$$m = F : Q = 5040 : 7710 = 0,65 \text{ (руб.)}.$$

Для анализа динамики фондоотдачи и фондоскости используют систему индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов.

Активная часть основных фондов, непосредственно связанная с производством продукции, — это оборудование. Основными показателями статистики оборудования выступают показатели использования оборудования по численности, времени, мощности и объему работы.

В отличие от основных фондов оборотные фонды находятся в текущем хозяйственном обороте и целиком потребляются в одном производственном цикле.

Статистика изучает их объем, состав, динамику и эффективность использования. Важнейшие показатели статистики оборотных фондов следующие: коэффициенты оборачиваемости и закрепления оборотных фондов, продолжительность одного оборота, материалоскость продукции, обеспеченность предприятия оборотными фондами и др.

Пример 2. Известны следующие данные по предприятию, тыс. руб.

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Выручка от реализации продукции	48 000	48 400
Среднегодовая стоимость оборотных фондов	6 000	5 900

1. Определим показатели скорости обращения оборотных фондов.
 - а) Коэффициент оборачиваемости рассчитывается как отношение выручки от реализации продукции к среднему остатку оборотных фондов:
 - в базисном году:

$$48\,000 : 6\,000 = 8 \text{ (оборотов),}$$
 - в отчетном году:

$$48\,400 : 5\,900 = 8,2 \text{ (оборотов);}$$
 - б) коэффициент закрепления оборотных фондов рассчитывается как величина обратная коэффициенту оборачиваемости:
 - в базисном году:

$$6\,000 : 48\,000 = 0,13 \text{ (руб.),}$$
 - в отчетном году:

$$5\,900 : 48\,400 = 0,12 \text{ (руб.);}$$
 - в) средняя продолжительность одного оборота рассчитывается как отношение числа календарных дней в периоде к коэффициенту оборачиваемости:
 - в базисном году:

$$360 : 8 = 45 \text{ (дней),}$$
 - в отчетном году:

$$360 : 8,2 = 44 \text{ (дней).}$$
2. Рассчитаем индексы динамики скорости обращения оборотных фондов:
 - а) по числу оборотов:

$$8,2 : 8 = 1,025, \text{ или } 102,5 \text{ (\%)};$$
 - б) по продолжительности одного оборота:

$$44 : 45 = 0,978, \text{ или } 97,8 \text{ (\%)}.$$
3. Исчислим высвобождение оборотных фондов в результате ускорения их оборачиваемости, (тыс. руб.):

$$(0,12 - 0,13) \cdot 48\,400 = -484.$$

21.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Охарактеризуйте состав основных средств.
2. Какие показатели используются для характеристики состояния, движения и использования основных фондов?
3. Какие показатели применяются для характеристики использования оборудования?
4. Охарактеризуйте состав оборотных фондов
5. Какие показатели используются для характеристики оборотных фондов?
6. Какие показатели отражают характер использования оборотных фондов?
7. По приведенным ниже данным рассчитайте показатели, недостающие в таблице

Показатель	Виды основных фондов		
	машины, оборудование	здания, сооружения	прочие основные фонды
Полная балансовая стоимость до переоценки, тыс. руб.	14 848		
Коэффициент пересчета, применяемый для переоценки	1,15	1,25	
Полная восстановительная стоимость после переоценки, тыс. руб.			
Остаточная балансовая стоимость до переоценки, тыс. руб.	11 132	13 544	2 968
Коэффициент износа основных фондов, %		35	22
Остаточная восстановительная стоимость после переоценки, тыс. руб.			3 860

8. Известны следующие данные по организации за год.

Основные фонды по полной первоначальной стоимости на начало года, тыс. руб.	12 120
Степень износа основных фондов на начало года, %	56
Введено за год новых основных фондов, тыс. руб.	4 050
Выбыло за год основных фондов по полной первоначальной стоимости, тыс. руб.	1 170
Остаточная стоимость выбывших основных фондов, тыс. руб.	25
Начислен износ основных фондов за год, тыс. руб.	1 605
Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.	13 560
Стоимость произведенной продукции в сопоставимых ценах, тыс. руб.	13 100

Постройте балансы основных фондов по полной и остаточной стоимости и определите показатели состояния, движения и использования основных фондов.

9. Полная первоначальная стоимость основных фондов организации на начало года составляла 13 600 тыс. руб., степень их годности – 70%. В апреле выбыло основных фондов по полной первоначальной стоимости на сумму 348 тыс. руб., их износ составил 96 тыс. руб. В июне введено в эксплуатацию новых основных фондов на 532 тыс. руб. В октябре списаны основные фонды на 86 тыс. руб., их остаточная стоимость – 7,5 тыс. руб. Норма амортизации основных фондов – 15%.

Определите:

- а) среднегодовую полную первоначальную стоимость основных фондов;
- б) полную первоначальную и остаточную стоимость основных фондов на начало и конец года;
- в) показатели состояния и движения основных фондов

10. Основные фонды организации по остаточной стоимости на начало года составили 2800 тыс. руб., их износ – 35%. В марте выбыли основные фонды, полная первоначальная стоимость которых составляла 770 тыс. руб., а износ на момент выбытия – 198 тыс. руб. В августе введено в действие новых основных фондов на 630 тыс. руб. В ноябре выбыло в связи с ветхостью и износом основных фондов на 110 тыс. руб. Норма амортизации основных фондов предприятия 10%. Стоимость произведенной продукции в сопоставимых ценах за год – 9500 тыс. руб.

Определите

- а) полную первоначальную и остаточную стоимость основных фондов на начало и конец года,
- б) среднегодовую полную первоначальную стоимость основных фондов;
- в) показатели состояния, движения и использования основных фондов.

11. Полная первоначальная стоимость основных фондов организации на начало каждого месяца составляла, тыс. руб.: январь – 7500, февраль – 7740, март – 7620, апрель – 7650, май – 7680, июнь – 7800, июль – 7950, август – 7875, сентябрь – 8550, октябрь – 8775, ноябрь – 8175, декабрь – 7920, январь (следующего года) – 8400. Стоимость произведенной продукции в сопоставимых ценах за год составила 13 335 тыс. руб.

Определите:

- а) показатели использования основных фондов;
- б) как изменится стоимость продукции (в абсолютном и относительном выражении) в следующем году, если среднегодовая стоимость основных фондов увеличится в 1,15 раза, а фондоотдача возрастет на 2%.

12. Объем произведенной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 12% (в сопоставимых ценах). Среднегодовая стоимость основных фондов за этот период возросла в 1,5 раза. Определите, как изменилась фондоотдача
13. Среднегодовая стоимость основных фондов в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась на 15%. Фондоотдача за этот период снизилась на 5%. Определите, как изменились объем произведенной продукции и фондоемкость продукции
14. Уровень фондоемкости продукции в 2007 г. составил 97,5% к ее уровню в 2003 г. Определите изменение фондоотдачи основных фондов за этот период, ее среднегодовые темпы роста и прироста
15. Среднегодовая стоимость основных фондов организации в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась на 22% и составила 11 500 тыс. руб. Уровень фондоотдачи основных фондов за этот период возрос на 14% и составил 2,85 руб. Определите изменение фондоемкости и объема продукции за этот период в абсолютном и относительном выражении
16. Известны следующие данные по двум филиалам организации

Филиал	Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб		Фондоотдача, руб	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	7 680	8 160	2,35	1,85
2	7 780	10 040	2,65	2,55

Определите.

- а) динамику уровня фондоотдачи и фондоемкости по каждому филиалу,
 - б) средний уровень фондоотдачи и фондоемкости по организации в базисном и отчетном периоде,
 - в) индексы фондоотдачи и фондоемкости переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов.
17. Фондоотдача основных фондов в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась 4,5%. Удельный вес машин и оборудования в стоимости основных фондов составил в отчетном периоде 55%, а в базисном – 62%. Определите изменение фондоотдачи активной части основных фондов.
 18. Известны следующие данные по организации, тыс. руб

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Объем продукции в сопоставимых ценах	90 297	151 500
Среднегодовая стоимость основных фондов	75 248	75 750

Определите

- а) показатели использования основных фондов и их динамику,
- б) прирост продукции в абсолютном выражении, в том числе за счет отдельных факторов.

19. Объем произведенной продукции (в сопоставимых ценах) в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 25% и составил 90 240 тыс. руб. Среднегодовая стоимость основных фондов за этот период возросла на 32% — до 69 420 тыс. руб.

Определите

- а) динамику уровня фондоотдачи;
- б) прирост продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

20. Выпуск продукции (в сопоставимых ценах) в 2007 г. по сравнению с 2005 г. увеличился в 1,3 раза, а среднегодовая стоимость основных фондов организации за этот период — на 20%.

Определите

- а) среднегодовые темпы роста и прироста объема продукции и основных фондов,
- б) изменение фондоотдачи и фондоемкости за весь период и в среднем за год

21. Известны следующие данные по организации, тыс. руб

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Объем продукции в сопоставимых ценах	148 045	153 890
Среднегодовая стоимость основных фондов	110 592	91 351

Определите

- а) динамику фондоотдачи и фондоемкости;
- б) абсолютную величину экономии в стоимости примененных основных фондов, полученную в результате улучшения их использования

22. По плану объем продукции предприятия должен возрасти на 17%. Как изменится потребность в основных фондах, если при этом фондоотдача возрастет на 6%?

23. В организации в базисном периоде среднегодовая стоимость основных фондов составила 2016 тыс. руб., объем произведенной продукции — 1818 тыс. руб. Как изменится потребность в основных фондах, если в отчетном периоде объем продукции увеличился на 15%, а фондоотдача — на 10%.

24. Известны следующие данные по организации:

Показатель	Базисный год	Отчетный год
Объем продукции в сопоставимых ценах, тыс. руб	67 065	74 844
Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб	78 900	83 160
Среднесписочная численность рабочих	11 176	11 514

Определите:

- показатели использования основных фондов и их динамику;
- фондовооруженность труда рабочих основными фондами и его динамику;
- прирост объема продукции, в том числе за счет отдельных факторов.

25. Известны данные по организации, тыс. руб

Филиал	Среднегодовая стоимость основных фондов		Выпуск продукции	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	87 500	93 750	262 500	309 375
2	62 500	75 000	223 125	276 250

Определите по организации:

- индексы фондоотдачи и фондоемкости переменного, постоянного состава и структурных сдвигов;
- изменение объема продукции, в том числе за счет отдельных факторов.
- экономию основных фондов за счет их лучшего использования

26. Известны следующие данные по организации.

Филиал	Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб		Фондоемкость, руб	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	14 040	15 210	0,95	0,85
2	14 760	15 750	0,78	0,67

Определите:

- динамику уровня фондоотдачи и фондоемкости по каждому предприятию;
- средний уровень фондоотдачи и фондоемкости по организации за базисный и отчетный период;
- индексы фондоотдачи и фондоемкости переменного, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;
- изменение объема продукции по организации, в том числе за счет отдельных факторов;
- экономию основных фондов за счет их лучшего использования по организации

27. Известны следующие данные по региону

Год	Среднегодовая стоимость основных фондов, млн руб.	Среднегодовая численность персонала, тыс человек	Выпуск продукции в сопоставимых ценах, млн руб
2002	55,3	3 382	65,5
2003	59,3	3 455	74,5
2004	63,4	3 468	72,7
2005	67,7	3 486	74,1
2006	72,2	3 468	75,7
2007	76,5	3 493	77,1
2008	80,7	3 504	80,6
2009	84,3	3 496	82,6
2010	88,2	3 429	85,8
2011	92,6	3 339	87,5
2012	96,5	3 235	86,7

Определите:

- показатели использования основных фондов за каждый год;
- фондоворуженность труда рабочих за каждый год;
- среднегодовые темпы роста и прироста фондоотдачи и фондосмоности за 2002—2012 гг.;
- изменение объема продукции в 2012 г. по сравнению с 2002 г., в том числе за счет отдельных факторов

Проведите аналитическое выравнивание рядов, характеризующих динамику фондоотдачи, фондоворуженности и производительности труда. Проанализируйте полученные результаты.

28. Данные о работе парка оборудования за II квартал текущего года по предприятию следующие

Категория оборудования	Число станков на начало месяца, шт			
	01.04	01.05	01.06	01.07
Наличное оборудование, всего	360	364	386	390
В том числе:				
установленное	335	345	362	368
фактически работавшее	315	327	348	360

Организация работала в две смены (продолжительность смены – 8 часов). За квартал фактически отработано 340,3 тыс. станко-часов; время плановых ремонтов составило 13,8 тыс. станко-часов. Число рабочих дней в квартале – 64.

Определите за II квартал:

- показатели использования оборудования по численности;
- коэффициент использования календарного, режимного и планового фондов времени установленного оборудования.

29. В цеху установлено 60 станков, из них в первую смену работало 55 станков, во вторую смену — 40 станков, в третью — 30 станков, не работало пять станков.
Определите коэффициенты сменности установленного и фактически работающего оборудования.
30. Среднее число станков за месяц по организации составило: установленных — 450, фактически работавших — 440. По данным единовременного наблюдения за сутки фактически работало 430 станков, в том числе в одну смену — 110, в две смены — 140, в три — 180. Продолжительность рабочей смены — 8 часов, число рабочих дней — 23. Фактически отработано станками за месяц — 242 тыс. станко-часов.
Определите показатели использования парка установленного оборудования по численности и времени работы.
31. На фабрике установлено 80 станков. За месяц (23 рабочих дня при двухсменном рабочем режиме) ими отработано 2466 смен. В среднем на одном станке за смену вырабатывается продукции на 30 тыс. руб.
Определите:
а) коэффициент сменности работы оборудования;
б) прирост объема продукции, который можно получить в результате повышения эффективности использования оборудования, если повысить коэффициент сменности работы оборудования до 2.
32. Известны следующие данные о распределении оборудования по возрасту (на конец года)

Возраст оборудования, лет	Год		
	2010	2011	2012
До 5	35	33	25
5—10	29	26	31
10—15	22	29	23
15 и более	14	12	21

Определите

- а) средний возраст производственного оборудования,
б) структурные средние, характеризующие возраст оборудования (моду, медиану, квартили, децили).

Проанализируйте динамику возрастных характеристик производственного оборудования.

33. Известны следующие данные по цеху за II квартал

Число установленных станков	46
Производительность станка (по паспорту), деталей в час	150
Плановый ремонт станков составил, станко-часов	750
Отработано:	
станко-часов	38 400
станко-смен	5 550
Изготовлено деталей, тыс. шт.	1728

Режим работы цеха - двухсменный, продолжительность пятидневной рабочей недели - 41 час, число календарных дней - 92, выходных дней - 26

Определите.

- а) календарный, режимный и плановый фонды времени работы оборудования и показатели его экстенсивного использования;
- б) коэффициенты сменности установленного оборудования и использования сменного режима оборудования;
- в) коэффициенты интенсивной и интегральной нагрузки оборудования

34. Коэффициент использования заводской электростанции по объему выработанной электроэнергии составил за отчетный период 82%, а коэффициент использования установленной мощности - 93%. Определите коэффициент использования станции по времени

35. По плану оборудованием должно быть отработано 64 100 машино-часов при производительности 25 руб/час. Фактически отработано 59 315 машино-часов и выработано продукции на 1665 тыс. руб. Определите показатели использования оборудования организации по времени, мощности и объему работы

36. За отчетный период организацией произведено продукции на 9256 тыс. руб. при плане в 9100 тыс. руб. Число отработанных машино-часов составило 1078 тыс. при плане 1085 тыс.

Определите

- а) показатели использования оборудования организации по времени, мощности и объему работы;
- б) прирост продукции, который мог быть получен при соответствии фактического фонда времени плановому;
- в) прирост объема продукции, полученный в результате улучшения использования оборудования по мощности по сравнению с планом.

37. Производственная мощность предприятия на начало года составляла 600 тыс. т продукции. В марте в результате нового строительства введены в действие новые мощности на 120 тыс. т продукции. В октябре списано вследствие ветхости и износа оборудование, что привело к уменьшению производственной мощности предприятия на 64 тыс. т. Фактически произведенный объем продукции за год составил 563 тыс. т. Определите

- а) среднегодовую производственную мощность предприятия;
- б) коэффициент использования производственной мощности предприятия

38. Известны следующие данные по организации за отчетный период, тыс. руб.

Показатель	Апрель	Май	Июнь	Июль
Оборотные фонды на начало месяца, всего	5 412	5 322	5 610	5 700
в том числе:				
сырье, основные материалы и покупные полуфабрикаты	3 444	3 450	3 434	3 438
вспомогательные материалы	678	684	680	672
топливо	20	24	108	102
таря	20	30	72	64
запасные части	130	122	204	206
незавершенное производство и полуфабрикаты	258	264	270	264
расходы будущих периодов	42	24	28	30
готовая продукция на складе	432	436	438	444
отгруженные товары и сданные работы	90	120	64	126
денежные средства	150	144	150	180
прочие оборотные средства	148	24	142	174
Выручка от реализованной продукции	8 140	7 950	8 070	8 160

Определите за II квартал:

- средние остатки оборотных фондов организации;
- показатели оборачиваемости оборотных фондов (коэффициент оборачиваемости, продолжительность одного оборота, коэффициент закрепления;
- структуру оборотных фондов за каждый месяц II квартала.

39. Данные по организации за два года следующие, тыс. руб.

Показатели	Базисный год	Отчетный год
Выручка от реализации продукции	44 164	45 500
Средняя годовая стоимость оборотных фондов	15 456	15 169

Определите:

- показатели оборачиваемости оборотных фондов и их динамику;
- высвобождение оборотных средств в отчетном году по сравнению с базисным в результате ускорения их оборачиваемости.

40. Известны следующие данные по двум филиалам организации, тыс. руб.

Филиал	Выручка от реализации продукции		Среднегодовая стоимость оборотных фондов	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
1	5 400	5 850	1 080	1 098
2	10 350	13 050	1 719	2 106

Определите:

- показатели оборачиваемости оборотных фондов по каждому филиалу и по организации в целом;
- индексы оборачиваемости оборотных фондов (по числу оборотов):
 - переменного состава;
 - фиксированного состава,
 - влияния структурных сдвигов.

41. Известны следующие данные по организации за первое полугодие, тыс. руб.

Показатель	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Остатки оборотных фондов на начало месяца	1 600	1 660	1 760	1 744	1 792	1 720	1 744
Выручка от реализации продукции	5 040	5 008	5 136	5 264	5 280	5 240	5 280

Определите:

- средние остатки оборотных фондов в каждом квартале;
 - показатели оборачиваемости оборотных фондов в каждом квартале;
 - показатели динамики оборачиваемости оборотных фондов во II квартале по сравнению с I;
 - сумму оборотных фондов, высвобожденных в результате ускорения их оборачиваемости.
- 42. Средние остатки оборотных фондов организации в отчетном году уменьшились на 5,2% и составили 10 320 тыс. руб. при увеличении средней продолжительности одного оборота с 60 до 65 дней.**
- Определите:
- выручку от реализации продукции в отчетном и базисном году;
 - сумму дополнительно вовлеченных средств в результате замедления оборачиваемости оборотных фондов.
- 43. Выручка от реализации продукции в текущем квартале увеличилась на 15% и составила 2600 тыс. руб. при сокращении средней продолжительности одного оборота с 27 до 22 дней.**

Определите:

- изменение остатков оборотных фондов (тыс. руб. и %);
- сумму оборотных фондов, высвобожденных из оборота в результате ускорения их оборачиваемости.

44. Данные по фирме за текущий квартал следующие.

Показатель	Филиал		
	1	2	3
Средние остатки оборотных фондов, тыс. руб.	2 400	2 600	2 600
Средняя продолжительность одного оборота, дней	8	11	16

Определите по фирме в целом средний коэффициент оборачиваемости оборотных фондов и среднюю продолжительность одного оборота.

45. Как изменилась выручка от реализации продукции, если средние остатки оборотных средств снизились на 3%, а коэффициент оборачиваемости возрос на 7%?

46. Данные за текущий период по организации следующие.

Вид продукции	По плану		Фактически	
	выпуск, шт.	общий расход материала, кг	выпуск, шт	общий расход материала, кг
А	550	660	605	665
Б	1 100	1 650	1 128	1 580

Определите:

- индивидуальные и общий индексы удельных расходов материала;
- экономно (перерасход) материала по сравнению с плановой потребностью на фактический выпуск продукции.

47. Данные о расходе материала на производство продукции по организации следующие.

Вид материала	Единица измерения	Общий расход материала		Принятая в плане цена единицы материала, руб.
		по плану	фактически	
А	м	17 500	18 480	70
Б	кг	4 200	4 700	55

Выпуск продукции составил: по плану — 3500; фактически — 3850.

Определите:

- индивидуальные и общий индексы удельных расходов материалов;
- экономно (перерасход) материала по сравнению с плановой потребностью на фактический выпуск продукции.

ТЕМА 22. СТАТИСТИКА ФИНАНСОВЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ (ПРЕДПРИЯТИЯ)

22.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Важнейшая задача статистики издержек производства и обращения — изучение уровня и динамики себестоимости продукции, анализ влияния отдельных факторов на изменение затрат на производство и реализацию продукции.

С этой целью могут использоваться индивидуальные и общие индексы себестоимости.

Пример 1. Известны следующие данные о выпуске и затратах на производство продукции.

Показатель	Базисный период	Отчетный период	
		по плану	фактически
Себестоимость единицы продукции, руб	50	52	55
Объем выпуска продукции, шт.	1 000	1 100	1 120

Определим следующие показатели:

1) индекс планируемого изменения себестоимости единицы продукции:

$$i = \frac{z_{\text{пл}}}{z_0} = 52 : 50 = 1,04, \text{ или } 104(\%),$$

т.е. планировалось увеличить себестоимость единицы продукции на 4% по сравнению с базисным периодом; дополнительные затраты на производство продукции в связи с этим должны были составить 2200 руб.:

$$\Delta_{\text{пл}} = (z_{\text{пл}} - z_0) \cdot q_{\text{пл}} = (52 - 50) \cdot 1100 = 2200(\text{руб.});$$

2) индекс выполнения плана по себестоимости продукции:

$$i = \frac{z_1}{z_{\text{пл}}} = 55 : 52 = 1,058, \text{ или } 105,8\%,$$

т.е. по сравнению с планом себестоимость единицы продукции увеличилась на 5,8%;
это привело к дополнительным затратам на производство продукции в размере 3240 руб..

$$\Delta_z = (z_1 - z_{пл}) \cdot q_1 = (55 - 52) \cdot 1120 = 3360 \text{ (руб.)};$$

3) индекс динамики себестоимости продукции

$$I = \frac{z_1}{z_0} = 55 : 50 = 1,1, \text{ или } 110 (\%),$$

т.е. по сравнению с базисным периодом себестоимость единицы продукции увеличилась на 10%;
это привело к дополнительным затратам на производство продукции в размере 5400 руб.:

$$\Delta_{\text{факт}} = (z_1 - z_0) q_1 = (55 - 50) \cdot 1120 = 5600 \text{ (руб.)}.$$

По сравнению с планом дополнительные затраты возросли на 3400 руб. ($5600 - 2200 = 3400$ руб.), в том числе за счет сверхпланового выпуска продукции на 40 руб. ($(52 - 50) \cdot (1120 - 1100) = 40$ руб.) и за счет сверхпланового увеличения себестоимости единицы продукции на 3360 руб. (см. п. 2 данного примера).

При изучении динамики себестоимости всей произведенной продукции, как сравнимой, так и несравнимой, используется показатель затрат на 1 руб. продукции

Затраты на рубль продукции определяются:

$$h = \frac{\sum z \cdot q}{\sum p \cdot q},$$

где $\sum z \cdot q$ — себестоимость продукции,

$\sum p \cdot q$ — стоимость продукции;

Изменение фактических затрат на рубль произведенной продукции по сравнению с планом (или уровнем затрат базисного периода) обусловлено действием следующих факторов

а) изменением в ассортименте произведенной продукции

$$\Delta h_q = \frac{\sum z_{пл} q_1}{\sum p_{пл} q_1} - \frac{\sum z_{факт} q_{пл}}{\sum p_{факт} q_{пл}};$$

б) изменением уровней себестоимости продукции:

$$\Delta h_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum p_{пл} q_1} - \frac{\sum z_{пл} q_1}{\sum p_{пл} q_1};$$

в) изменением цен на произведенную продукцию:

$$\Delta h_p = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum p_1 q_1} - \frac{\sum z_1 q_1}{\sum p_{пл} q_1}.$$

Таким образом, общее изменение затрат на 1 руб. произведенной продукции за счет всех факторов составляет:

$$\Delta h = \Delta h_q + \Delta h_z + \Delta h_p.$$

4/15

22.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. С помощью каких группировок изучается состав себестоимости продукции?
2. Какие показатели используются для изучения динамики издержек производства и обращения?
3. Известны следующие данные о выпуске и затратах на производство продукции

Вид продукции	Выпуск продукции, шт			Затраты на выпуск продукции, тыс. руб.		
	базисный период	отчетный период		базисный период	отчетный период	
		по плану	фактически		по плану	фактически
А	2 100	2 000	2 020	1 600	1 515	1 490
Б	4 200	4 000	4 100	4 000	3 690	3 690

Определите по каждому виду продукции и в целом по всей произведенной продукции

- а) индексы планового задания, выполнения плана и динамики себестоимости продукции,
 - б) сумму экономии от снижения себестоимости продукции: плановую, фактическую, сверхплановую, выделив суммы сверхплановой экономии, полученные вследствие изменения объема выпуска продукции и себестоимости единицы продукции по сравнению с планом
4. Известны следующие данные о затратах на производство продукции

Вид продукции	Общая сумма затрат на производство продукции, тыс. руб		Изменение себестоимости в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
А	5 000	5 400	+5
Б	6 500	6 800	-4
В	3 400	3 600	-3

Определите:

- а) общий индекс затрат на производство продукции;
- б) общий индекс себестоимости продукции;
- в) сумму экономии (перерасхода), полученную в отчетном периоде за счет изменения себестоимости продукции

5. Известны следующие данные о производстве и себестоимости однородной продукции, производимой двумя филиалами организации

Филиал	Базисный период		Отчетный период	
	произведено продукции, шт.	себестоимость единицы продукции, руб.	произведено продукции, шт.	себестоимость единицы продукции, руб.
1	700	2 500	760	2 750
2	300	3 700	---	3 720

Определите:

- изменение себестоимости единицы продукции в каждом филиале;
- среднюю себестоимость единицы продукции в целом по организации за каждый период;
- индексы себестоимости продукции переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов

Прокомментируйте полученные результаты.

6. Известны следующие данные о производстве однородной продукции, производимой двумя филиалами организации

Филиал	Базисный период		Отчетный период	
	произведено продукции, шт.	затраты на выпуск, тыс. руб.	произведено продукции, шт.	затраты на выпуск, тыс. руб.
1	900	4 100	920	4 600
2	700	3 000	730	3 100

Определите:

- изменение себестоимости единицы продукции на каждом предприятии;
- среднюю себестоимость единицы продукция в целом по двум предприятиям за каждый период;
- индексы себестоимости продукции переменного и постоянного состава, индекс влияния структурных сдвигов.

Объясните причину расхождения между величинами индексов себестоимости продукции переменного и постоянного состава и структурных сдвигов.

7. Известны следующие данные по организации

Виды продукции	Выпуск продукции, шт			Себестоимость единицы продукции, тыс. руб.			Цена за единицу продукции, тыс. руб.		
	базисный период	отчетный период		базисный период	отчетный период		базисный период	отчетный период	
		по плану	фактически		по плану	фактически		по плану	фактически
А	600	680	690	12	10	9	24	25	26
Б	950	980	960	40	44	42	80	82	85
В	700	—	—	50	—	—	100	—	—
Г	—	650	600	—	30	32	—	60	64

Определите по предприятию в целом

- а) уровень затрат на один рубль произведенной продукции в базисном периоде;
в отчетном периоде (по плану и фактически);
- б) индексы планового задания, выполнения плана и динамики затрат на 1 руб. продукции,
- в) абсолютное и относительное отклонение фактических затрат на 1 руб. продукции от уровня затрат по плану вследствие ассортиментных сдвигов, изменения себестоимости и цен,
- г) индексы планового задания, выполнения плана и динамики себестоимости сравнимой продукции

8. По организации известны следующие данные, тыс. руб.

Стоимость произведенной продукции по плану	5 800
Полная себестоимость продукции по плану	3 100
Стоимость фактически произведенной продукции в ценах, принятых в плане	5 850
в фактических ценах реализации	5 900
Себестоимости фактически выпущенной продукции:	
исчисленная исходя из планового уровня себестоимости продукции	4 300
фактическая	4 240

Проанализируйте выполнение плана по себестоимости продукции и определите отклонение (в коп. и в %) фактических затрат на 1 руб. продукции от уровня затрат по плану вследствие изменений ассортимента, себестоимости продукции и цен

9. В отчетном периоде по сравнению с базисным выпуск продукции в ценах реализации предприятия увеличился в 1,2 раза, а объем затрат на ее производство на 30%. Определите динамику затрат на 1 руб. продукции
10. Известны следующие данные о затратах на производство продукции, тыс. руб.

Статья затрат	Затраты на фактически произведенную продукцию	
	при плановых уровнях себестоимости	при фактических уровнях себестоимости
1	2	3
Сырье и основные материалы	4 500	5 100
Покупные полуфабрикаты	1 200	1 100
Топливо и энергия на технологические цели	900	950
Заработная плата производственных рабочих основная и дополнительная с отчислением на социальное страхование	1 300	1 400
Расходы на содержание и эксплуатацию оборудования	750	690

1	2	3
Цеховые расходы	620	450
Общезаводские расходы	920	1 000
Коммерческие расходы	750	560

Определите

- структуру затрат фактически выпущенной продукции при плановых и фактических уровнях себестоимости;
- экономии (перерасход) по каждой статье затрат (тыс. руб., %) и ее влияние на изменение полной себестоимости продукции (%).

11. Затраты по статье «Сырье и материалы» увеличились на 5%, при этом цены на сырье и материалы возросли на 10%. Доля сырья и материалов в общей сумме затрат на фактический объем и ассортимент продукции при базисных уровнях себестоимости составляет 35%. Определите изменение полной себестоимости продукции вследствие изменения затрат по статье «Сырье и материалы» (всего и в том числе за счет удельных расходов и цен)

12. Известны следующие данные о затратах материалов на производство продукции

Вид изделия	Выпуск изделий, шт		Вид израсходованного материала	Расход материала на единицу изделия, м		Цена материала, руб за 1 м	
	по плану	фактически		по плану	фактически	по плану	фактически
А	2 000	2 100	ткань 1	2,5	2,4	30	32
			ткань 2	1,3	1,3	18	17
Б	2 600	2 520	ткань 2	2,6	2,7	18	17
			ткань 3	1,2	1,3	16	19

Определите

- общие индексы удельных расходов, цен и затрат на материалы;
- абсолютную сумму экономии (перерасхода) материалов за счет их меншия:
 - удельных расходов,
 - цен на материалы,
 - затрат на материалы;
- процент снижения (роста) полной себестоимости продукции вследствие изменения затрат на материалы (исего и в том числе за счет удельных расходов и цен), если известно, что доля затрат на материалы в общей сумме затрат на фактический объем и ассортимент продукции при плановых уровнях себестоимости составляет 52%.

13. Имеются следующие данные по производству сельскохозяйственных культур.

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Посевная площадь, га	120	110
Валовый сбор, ц	2100	2 400
Затраты на производство продукции, тыс. руб.	3 500	3 400

Определите

- уровни и динамику урожайности, затрат на возделывание 1 га и себестоимости 1 ц продукции;
 - влияние изменения затрат на возделывание 1 га и урожайности на динамику себестоимости продукции (руб., %).
14. В текущем периоде по сравнению с базисным урожайность овощей увеличилась на 5,5%, затраты на возделывания 1 га овощей возросли на 7,5%. Определите изменение себестоимости овощей
15. Известны следующие данные о товарообороте и издержках обращения, тыс. руб

Сфера деятельности	Товарооборот		Издержки обращения	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
Розничная торговля	8 500	8 800	480	500
Общественное питание	2 900	3 000	220	260

Определите.

- уровни издержек обращения (% к товарообороту);
- размер и темп изменения уровня издержек обращения;
- сумму экономии (перерасхода) за счет изменения уровня издержек обращения.

Прованализируйте полученные результаты

16. Известны следующие данные об издержках обращения розничной торговли сети по региону, млн руб

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Сумма издержек обращения, всего,		
в том числе.		
расходы на перевозки	4 500	4 600
заработная плата	1 100	1 500
	2 100	2 000
Розничный товарооборот	60 000	65 000

Определите в целом по каждой статье

- а) уровни издержек обращения (% к товарообороту),
- б) экономии (потери) от снижения (роста) уровня издержек обращения (руб., %) и ее влияние на изменение общего уровня издержек обращения.

17. Известны следующие данные о товарообороте и издержках обращения за два периода, млн руб.

Показатель	Базисный период	Отчетный период	Индексы цен и тарифов, %
Товарооборот	2 200	2 400	130
Издержки обращения	95	80	110

Определите

- а) относительные уровни издержек обращения,
- б) индексы уровней издержек обращения в фактических и неизменных ценах,
- в) размер изменения уровня издержек обращения,
- г) сумму экономии (потерь) от снижения (роста) издержек обращения в отчетном периоде

18. Известны следующие данные, характеризующие деятельность организации за отчетный период, тыс. руб.

Показатель	По плану	По плану в пересчете на фактический объем реализации	Фактически
Выручка от реализации продукции в отпускных ценах предприятия	3 800	3 400	3 600
Полная себестоимость реализованной продукции	2 200	2 100	2 500

Определите.

- а) индексы выполнения плана по объему прибыли и уровню рентабельности,
- б) влияние отдельных факторов на абсолютное и относительное изменение прибыли от реализации продукции,
- в) отклонение фактического уровня рентабельности реализованной продукции от уровня рентабельности по плану вследствие изменения ассортимента реализованной продукции, себестоимости и цен на продукцию

19. Данные об объеме реализации продукции, выручке и затратах на производство продукции по группе сельскохозяйственных предприятий следующие

Реализованная продукция	Объем реализованной продукции, тыс. ц		Выручка от реализации продукции, тыс. руб		Полная себестоимость реализованной продукции, тыс. руб	
	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год	базисный год	отчетный год
Пшеница	3 100	4 600	58 000	65 000	30 000	381 000
Сахарная свекла	40	45	210	260	150	160
Картофель	30	36	360	400	210	200

Определите

- прибыль от реализации продукции,
- абсолютный прирост прибыли в результате изменения средних цен реализации, себестоимости продукции и объема реализации (в том числе за счет структурных сдвигов),
- уровень рентабельности каждого вида продукции и его динамику;
- уровень рентабельности всей реализованной продукции и влияние отдельных факторов на его динамику,
- общие индексы рентабельности продукции (переменного состава, фиксированного состава и влияния структурных сдвигов).

20. Известны следующие данные по двум организациям, тыс. руб

Организация	Балансовая прибыль		Среднегодовая стоимость основных производственных фондов, нематериальных активов и материальных оборотных средств	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
1	270	290	2 210	2 320
2	250	245	2 250	2 210

Определите

- индексы рентабельности по каждому предприятию,
- индексы рентабельности по двум предприятиям в целом
 - переменного состава,
 - фиксированного состава,
- влияние структурных сдвигов

21. Известны следующие данные по производственному объединению.

Филиалы	Прибыль в отчетном периоде, тыс. руб	Изменение прибыли в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
1	2 500	+2,5
2	2 200	-3,0
3	2 300	-2,4

Определите:

- средний процент изменения объема прибыли по объединению в целом,
- величину прибыли в базисном периоде по каждому предприятию.

22. Известны следующие данные за ряд лет:

Показатель	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Реализовано продукции, т	6 200	6 300	6 500	6 800	7 500	7 900
Себестоимость одного центнера продукции, руб	22	24	25	28	30	31
Выручка от реализации продукции, тыс руб	160	200	210	220	260	290

Определите величину прибыли от реализации продукции для каждого года. Используя различные методы экстраполяции, рассчитайте величину прибыли от реализации продукции в 2013 г.

1457

**23.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ**

Задачи на вычисление средних величин, показателей динамики, а также оценивание вариации и тесноты связи между финансовыми явлениями решаются способами, рассмотренными в курсе «Общая теория статистики».

Статистика государственных финансов ведет учет доходов и расходов сектора государственного управления. В число *неналоговых доходов* входят доходы от внешнеэкономической деятельности, доходы от имущества, находящегося в государственной и муниципальной собственности, а также от их деятельности, доходы целевых бюджетных фондов, безвозмездные доходы, доходы от предпринимательской деятельности.

К *налоговым доходам*, поступающим в распоряжение органов государственной власти Российской Федерации, субъектов Российской Федерации и органов местного самоуправления, относят налог на прибыль организаций, на доходы физических лиц, на добавленную стоимость, акцизы, налог с продаж, на совокупный доход, на имущество, платежи за пользование природными ресурсами, единый социальный налог.

Текущие расходы складываются из закупок товаров и услуг, выплаты процентов, субсидий и текущих трансфертов. Текущие расходы обеспечивают текущее финансирование органов государственной власти и местного самоуправления, а также бюджетных учреждений.

Капитальные расходы — это вложения в основные фонды, создание государственных запасов и резервов и капитальные трансферты. Капитальные расходы обеспечивают инновационную и инвестиционную деятельность.

Дефицит (профицит) бюджета — превышение расходов (доходов) над доходами (расходами).

Источники финансирования дефицита федерального бюджета подразделяются на внутренние и внешние. Внутренние источники — кредиты, полученные Российской Федерацией от кредитных организаций в национальной валюте и от бюджетов других уровней; государственные займы, осуществляемые путем выпуска ценных бумаг от имени Российской Федерации, поступления от продажи государственного имущества, превышение доходов над расходами по госзапасам драгоценных металлов и камней, остатки средств бюджетов.

Внешние источники — госзаимы в иностранной валюте от имени Российской Федерации, кредиты в иностранной валюте иностранных правительств, банков, фирм, международных финансовых организаций, привлеченные государством.

Показатели денежной статистики включают в себя:

1) денежный агрегат (M0), который определяется как сумма наличных денег в обращении (т.е. вне банков);

2) денежную массу (M2) — складывается из агрегата (M0) и остатков средств с начисленными процентами на расчетных, текущих, срочных счетах, счетах до востребования в национальной валюте нефинансовых предприятий и физических лиц;

3) количество оборотов ($V_{об}$) денежной массы за период — рассчитывается как отношение объема валового внутреннего продукта к агрегату (M2) в среднем за год; величина, обратная рассчитанной и умноженная на число календарных дней в году, покажет скорость обращения совокупной денежной массы:

$$t_{об} = \frac{Д}{V_{об, агрег}};$$

4) денежный мультипликатор — представляет собой отношение денежной массы (M2) к денежной базе, уровень монетизации экономики вычисляется как отношение M2 к размеру ВВП.

Для оценки уровня инфляции вычисляют индекс потребительских цен фиксированного состава Ласпейреса. В зависимости от исходных данных исчисляют агрегатный или средневзвешенный индекс.

$$J_{пч} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} = \frac{\sum P_0 q_0}{\sum P_0 q_0}.$$

Расчет $J_{\text{из}}$ в России осуществляется за каждый месяц по сравнению с предыдущим многоступенчатым методом по модифицированной формуле Ласпейреса:

$$J_{\text{из}} = \frac{\sum \frac{P_t}{P_0} d_0}{\sum \frac{P_{t-1}}{P_0} d_0} = \frac{\sum i_{t,0} \cdot d_0}{\sum i_{t-1,0} \cdot d_0},$$

где $i_{t,0} = \frac{P_t}{P_0}$ — индекс цен (тарифов) по товару (услуге) — представителю отчетного месяца к декабрю предыдущего года,
 $i_{t-1,0}$ — индекс цен (тарифов) по товару (услуге) — представителю предыдущего (по отношению к отчетному) месяца к декабрю предыдущего года,
 $d_0 = \frac{P_0 q_0}{\sum P_0 q_0}$ — доля стоимости расходов на данный товар (услугу) в общей стоимости расходов домашних хозяйств в базисном периоде.

Уровень инфляции оценивают так:

$$I_{\text{из}} = J_{\text{из}} - 100 (\%).$$

Для оценки динамики инфляции применяют показатель

$$N = \frac{I_{\text{из}t} - I_{\text{из}t_0}}{I_{\text{из}t_0}}.$$

Для исчисления *реальной стоимости денег* (наращенной с учетом их обесценения под влиянием инфляции) все формулы корректируются путем деления на $(1 + I_{\text{из}})^n$:

$$FV_{I_{\text{из}}} = PV \frac{1 + ni}{(1 + I_{\text{из}})^n} \quad \text{— при начислении простых процентов};$$

$$FV_{I_{\text{из}}} = PV \frac{(1 + i)^n}{(1 + I_{\text{из}})^n} \quad \text{— при начислении сложных процентов},$$

где i — ставка процентов за период,
 n — число процентных периодов,
 $I_{\text{из}}$ — уровень инфляции за период,
 PV — первоначальная сумма денег,
 FV — наращенная сумма денег.

Индекс биржевой активности Дюу—Джонса — среднеарифметическая невзвешенная величина из стоимости акций на момент закрытия биржи. В знаменателе вместо числа осредняемых признаков используют коэффициент для устранения последствий деления компаний и соответственно капитала на одну акцию.

Решая примеры раздела «Финансовая математика», следует помнить, что суть всех необходимых расчетов заключается в определении стоимости денег в заданный момент времени путем анализа процесса наращивания капитала в течение некоторого периода. Основная причина изменения стоимости денег во времени — процент, т. е. доход, уплачиваемый за престоавление их в долг. Причем в финансово-экономических расчетах процент трактуется шире — как показатель доходности даже лишь предполагаемого изменения капитала (когда реального движения денег может и не быть).

Свое количественное выражение процент находит в следующих показателях:

а) в *абсолютном показателе доходности* — сумме процентных денег, выплаченных за единицу времени (обозначим I);

б) *относительном показателе доходности* — процентной ставке, равной отношению суммы абсолютного дохода за период времени к размеру капитала.

Методы финансово-экономических расчетов различаются в зависимости от вида применяемых процентов. По способу начисления проценты подразделяются на две группы:

1) *обычные* (декурсивные), эти проценты начисляются в конце периода относительно исходной величины денег, доход на процент выплачивается в конце процентных периодов финансовой операции,

2) *авансовые* (антисипативные), которые начисляются в начале периода относительно конечной суммы денег.

Рассмотренным двум видам процентов на практике соответствуют определенные процентные ставки: *обычная* (ставка процентов — i) и *антисипативная* (учетная, дисконтная, вексельная — d).

Основное отличие процентных ставок в том, что они применяются к различным суммам денег: i — к текущей (исходной, современной) стоимости денег (PV), d — к будущей стоимости денег (FV).

В зависимости от того, переменная или постоянная величина выступает базой для начисления процентов, они делятся на две группы:

— *простые проценты*, которые весь срок обязательства начисляются на первоначальную сумму;

— сложные, база для начисления которых постоянно меняется за счет ранее присоединенных процентов

Большинство задач финансовой математики связано с исчислением наращенной суммы (как результата операции наращивания), современной стоимости денег (как результата дисконтирования), ставок доходности помещения капитала, фактора инфляции.

Пример 1. Средства — 100 тыс. руб. — размещены 01.01 текущего года во вклад до востребования под 10% годовых. Определим сумму вклада с процентами на 01.04 текущего года, если начисляют точные проценты с точным сроком операции.

$$FV = PV + PV \cdot \frac{t}{y} = 100\,000 + 100\,000 \cdot \frac{90}{365} \cdot 0,1 = 120\,466 \text{ (руб.)}$$

Пример 2. Определим текущую стоимость вложений, величина которых через 10 лет оценивается в 2000 ден. ед. Ставка дисконтирования — 3% годовых.

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} = \frac{2000}{(1+0,03)^{10}} = 1488 \text{ (ден. ед.)}$$

Пример 3. Вычислим нетто-ставку по годичным депозитам с доходностью 14% годовых, если уровень инфляции будет составлять 1% в месяц.

$$i_{\text{н}} = \frac{i - I_{\text{г}}}{1 + I_{\text{г}}} = \frac{0,14 - 0,1268}{1 + 0,1268} = +0,0117;$$

$$(I_{\text{н}} = (1 + 0,01)^{12} - 1 = 0,1268).$$

23.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

- Каковы особенности организации статистики финансов в России?
- Что общего между статистикой финансов и финансовым учетом и чем они различаются?
- Каковы основные показатели банковской статистики?
- Что такое платежный баланс, каковы его структура и принципы заполнения?
- Известны следующие макроэкономические показатели в Российской Федерации за 2007—2010 гг., млрд руб.

Показатели	2007	2008	2009	2010
Наличные деньги в обращении (вне банков), на начало года	2 785,2	3 702,2	3 794,8	4 038,1
Безналичные средства (на начало года)	6 210,6	9 569,9	9 698,3	11 659,7
Денежная база в широком определении (на начало года)	4 122,4	5 513,3	5 578,7	6 467,3
ВВП (в текущих рыночных ценах)	33 247,5	41 276,8	38 786,4	44 939,2

Определите:

- денежные агрегаты М0, М2 (национальное определение);
 - денежный мультипликатор;
 - показатели совокупной скорости обращения денег;
 - уровень монетизации экономики;
- Оцените изменение совокупной скорости обращения денег вследствие:
- изменения скорости обращения наличных денег;
 - изменения состава денежной массы (М2).
- Сделайте выводы.

- Проанализируйте структуру источников финансирования (млрд руб.) дефицита федерального бюджета и ее изменение по следующим данным

	2008	2009
Общее финансирование, в том числе	-1 709,1	2 322,3
<i>внутреннее финансирование, в том числе</i>	<i>-1 570,0</i>	<i>2 450,9</i>
государственные (муниципальные) ценные бумаги, номинальная стоимость которых указана в валюте Российской Федерации	171,6	415,9
иные источники внутреннего финансирования дефицитов бюджетов, из них	249,7	-3,5
акции и иные формы участия в капитале, находящиеся в государственной и муниципальной собственности	6,7	2,0
государственные запасы драгоценных металлов и драгоценных камней	-2,1	5,6
курсовая разница	722,6	350,7
бюджетные кредиты, предоставленные внутри страны в валюте Российской Федерации	-15,9	-136,0

Окончание

	2008	2009
прочие источники внутреннего финансирования дефицитов бюджетов	-472,5	-241,3
изменение остатков средств на счетах по учету средств бюджетов	-1 991,3	2 036,5
внешнее финансирование, в том числе	-135,0	-128,6
государственные ценные бумаги, номинальная стоимость которых указана в иностранной валюте	-80,1	-48,0
кредиты иностранных государств, включая целевые иностранные кредиты (заимствования) международных финансовых организаций, иных субъектов международного финансового права, иностранных юридических лиц в иностранной валюте	-34,5	-52,5
иные источники внешнего финансирования	-20,4	-28,2

7. Оцените уровень инфляции в отчетном периоде на основании следующих данных.

Товарная группа	Расходы базисного периода, тыс. руб.	Расходы отчетного периода (по структуре потребления базисного периода в ценах текущего периода), тыс. руб.
Продукты питания	620,0	680,7
Непродовольственные товары	570,8	587,2
Услуги	210,7	272,0

8. Оцените уровень инфляции в отчетном периоде на основании следующих данных.

Товарная группа	Расходы населения в текущем периоде, тыс. руб.	Индекс потребительских цен, % к базисному периоду
Продукты питания	620,0	106,2
Непродовольственные товары	570,8	104,5
Услуги	210,7	110,0

9. Оцените уровень и динамику инфляции в России в 2011 г. на основании следующих данных.

Показатель	2009	2010	2011
Импорт, млрд дол. США	167,3	226,9	305,6
Товарные запасы в розничной торговле (на конец периода), млрд руб.	486,6	591,9	727,3
Депозиты (вклады) физических лиц (на начало года), млрд руб.	5 907,0	7 485,0	9 818,0
Численность населения с доходами ниже прожиточного минимума, % ко всему населению	13,0	12,6	12,8
Темпы роста потребительских цен, % к предыдущему периоду	90,7	108,2	104,7
Индекс объема промышленного производства в % к предыдущему году	108,8	108,8	106,1

10. Существует модель¹ взаимосвязи по России уровня индекса потребительских цен (J_{pt}) и денежного агрегата M2, общей кредиторской задолженности (З), средневзвешенного курса доллара по отношению к рублю (К):

$$J_{pt} = -10,519 + 0,7691J_{pt} + 0,060M2 + 0,1073_4 + 0,161K.$$

Оценки надежности модели.

D (коэф. множеств детерминации) = 0,923,

F — крит. эмп. = 108,6;

F — крит. табл. = 2,02;

ООА (ср. ошибка аппроксимации) = 0,82%;

$D W_{факт}$ (критерий Дарбина—Уотсона) = 1,73;

$n = 41$,

$\alpha = 0,95$,

$D W_{табл} = 1,70$

В модель включаются такие временные значения факторов, которые наиболее коррелируют с результативным

На основании линейных парных коэффициентов корреляции (табл. 1) значений с разным временным лагом (от одного до восьми месяцев) выберите нужное значение (табл. 2), включите в модель и вычислите ожидаемый J_{pt} на август 2005 г. и уровень инфляции, сравните с фактическим значением. По приведенным характеристикам оцените модель

Таблица 1

Показатель	Временной лаг								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
J_{pt}	1,000	0,911	0,793	0,705	0,576	0,497	0,461	0,435	0,476
M2	0,356	0,447	0,356	0,353	0,430	0,604	0,564	0,595	0,529
З	0,464	0,452	0,379	0,366	0,362	0,211	0,272	0,489	0,457
К	0,727	0,697	0,681	0,666	0,525	0,414	0,377	0,395	0,442

Таблица 2

Значения, необходимые для проведения расчетов

Показатель	Базисный год			Отчетный год						
	октябрь	ноябрь	декабрь	январь	февраль	март	апрель	май	июнь	июль
Индекс потребительских цен, % к предыдущему месяцу	100,1	101,1	101,1	102,6	101,2	101,3	101,1	100,8	100,6	100,5
									99,9	

¹ Райская Н.Н. и др. Модели инфляции переходного периода // Вопросы статистики. 1998. № 9

Показатель	Базисный год			Отчетный год							
	ок- тяб- рь	но- яб- рь	де- каб- рь	ян- ва- рь	фе- вр- вал- ь	ма- рт	апр- ель	ма- й	ию- нь	июл- ь	ав- густ
Денежная масса (M2) (на 1-е число месяца), млрд руб.	3 72 7	3 79 8	3 94 0	4 36 3	4 49 0	4 31 1	4 47 5	4 58 7	4 68 9	4 97 2	4 98 6
Кредиторская задолженность (на 1-е число месяца), млрд руб.											
Средневзвешенный курс рубля (за 1 дол США)	26, 7	28, 24	27, 75	28, 08	27, 77	27, 83	27, 77	28, 09	28, 67	28, 6 3	28, 55

- Индекс потребительских цен за месяц составил 107%. Исчислите наращенную с учетом обесценения денег стоимость вклада размером 200 тыс. руб., хранившегося на счете до востребования в Сбербанке России семь месяцев. Ставка – 10% годовых.
- Исчислите скорректированную с учетом инфляции ставку по годовым депозитам, если исходная ставка банка – 12% годовых, а уровень инфляции за месяц – 4%.
- Разделите основные группировки балансовых показателей коммерческих банков страны по методологии международной финансовой статистики на активные и пассивные, вычислите сальдо и валюту баланса. Оцените структуру актива и пассива, а также динамику балансовых показателей, млн руб.

Показатель	На 01.01 текущего года	На 01.01 будущего года
Резервы	301 124,5	284 648,5
Иностранные активы	476 581,8	599 000,8
Требования к расширенному правительству	526 020,7	598 371,0
Требования к нефинансовым государственным предприятиям	73 972,6	67 134,4
Требования к предприятиям частного сектора и населению	867 132,2	1 215 505,7
Требования к прочим финансовым институтам	14 525,0	20 658,3
Депозиты до востребования	443 020,9	524 010,6
Срочные и сберегательные депозиты	680 646,9	850 587,3
Инструменты денежного рынка	191 059,0	238 985,3

Показатель	Окончание	
	На 01 01 текущего года	На 01 01 будущего года
Иностранные пассивы	248 920,7	315 287,9
Депозиты расширения правительства	54 547,2	94 826,5
Кредиты, предоставленные денежными властями	203 468,2	235 397,6
Счета капитала	437 265,2	570 442,9

14. Исчислите среднюю ставку по межбанковским кредитам на срок от одного до трех месяцев.

Субъект межбанковского рынка	Стоимость кредита, % годовых	Объем МБК в среднем за неделю, млн руб
Финансовый дом	21,0	5,0
Межбанковское объединение	21,5	19,4
Финансовая компания	23,5	6,0

15. Оцените вариацию процентных ставок ряда коммерческих банков. Сравните результаты на две рассматриваемые даты.

Банк	Ставка привлечения по валютным межбанковским кредитам на срок от 1 до 3 дней, % годовых		Оборот, тыс. дол	
	01 10	01 11	01 10	01 11
А	5,5	4,5	52	45
Б	5,5	4,25	10	6
В	4,8	4,64	16	8,9
Г	5,0	4,5	7	6
Д	4,75	4,5	1	1
Е	5,0	4,8	11	12

16. На основании приведенных данных вычислите по каждому виду вклада его средний объем за II квартал, а также медианный размер срока привлечения по всем вкладам вместе за указанный период. Объем некоторых видов привлеченных депозитов и вкладов физических лиц всеми кредитными организациями страны, млн руб.

Сроки привлечения	01.04	01.05	01.06	01.07
До 30 дней	354	347	310	598
31—90 дней	17 152	17 791	14 867	13 576
91—180 дней	49 586	52 842	57 026	59 069
180—1 год	9 920	9 719	9 486	9 112
1 год—3 года	6 581	6 572	6 566	6 527
Свыше 3 лет	2 791	2 860	2 962	2 798

17. Пусть котировки акций 30 крупнейших промышленных корпораций США на момент закрытия бирж составили, в дол. США

1	16,7	7	13,9	13	25,1	19	70,4	25	4,7
2	9,4	8	28,6	14	40,0	20	28,2	26	30,8
3	27,3	9	60,5	15	24,2	21	13,7	27	46,2
4	45,4	10	62,1	16	80,3	22	4,7	28	47,4
5	80,7	11	70,3	17	62,1	23	11,1	29	76,2
6	60,4	12	27,3	18	15,6	24	9,1	30	31,1

Исчислите индекс Доу-Джонса, если корректирующий фактор равен 0,58600

18. Текущая сумма денег — 100 ден. ед. Определите будущую стоимость денег через четыре периода, если ставка наращенная (простая ставка процентов) составляет 10% за период
19. Во вклад до востребования 1 марта размещены 100 тыс. руб. Определите наращенную сумму через два месяца, если ставка 10% годовых, начисляют точные проценты с точным сроком
20. Исчислите процентные деньги, уплаченные за пользование ссудой размером 1 млн руб. в течение первого полугодия. Ставка по кредиту — 6% годовых
21. На текущий счет предприятия 01.09 поступили средства — 1 120 073 руб. Рассчитайте абсолютную сумму начисленных процентов по состоянию на 30.12 путем исчисления процентного числа и дивизора, если ставка составляет 10% годовых по остатку по счету.
22. Ставка по сертификатам Сбербанка России со сроком обращения один год составила 3,5% годовых. Какова стоимость погашения? Номинал сертификата — 1 тыс. руб.
23. Акционерный коммерческий банк предлагает размещение средств на срочных депозитных вкладах под следующие проценты:

Срок депозита	Процентная ставка (годовая)
Один месяц	10%
Два месяца	10,2%
Три месяца	10,4%

Определите объем средств к итогу операций, если вложить 1 тыс. руб.

24. Средства предоставлены в долг под 4% годовых с 01.04. по 10.12. Исчислите множитель наращенная, если применяются простые обычные проценты
25. Инвестиционная компания размещает денежные средства предприятий путем оформления процентных векселей. В случае досрочного расторжения договора проценты выплачиваются из расчета 1% годовых. Ис-

числите доход по векселю (в руб.) номиналом 100 тыс. руб., выданному 01.01 на 7 месяцев под 6,5% годовых. Каков будет доход в случае погашения векселя за один день до срока?

26. По депозитным сертификатам номинальной стоимостью 10 тыс. руб. и сроком обращения шесть месяцев объявленная доходность была равна 16,5% годовых. После первых двух недель ставка была снижена до 16%. Определите выкупную стоимость сертификата к окончанию срока его обращения.
27. Определите доходность (% годовых) помещения капитала в 100 ден. ед. 1 июля на три месяца, если его наращившая стоимость составляет 120 ден. ед.
28. Банк «Восход» объявил о возможности получения при первоначальной сумме вклада 1000 руб. следующего дохода:

Через три месяца	1331 руб.
Через шесть месяцев	1804 руб.
Через девять месяцев	2489 руб.
Через год	3498 руб.

Исчислите заложенную ставку привлечения, если вклады срочные и начисление процентов предусматривается в конце срока финансовой операции.

29. Дисконтные облигации номиналом 100 тыс. руб. со сроком обращения девять месяцев продаются в день выпуска по цене 60 тыс. руб., а через 90 дней - по цене 75,8 тыс. руб. Определите доходность облигаций к погашению и ее текущую доходность.
30. Курс дисконтных облигаций со сроком 90 дней в день выпуска составил 80,5 в %. Оцените доходность к погашению.
31. Финансовый актив, купленный за 15 тыс. ден. ед., продали спустя 27 дней за 15,1 тыс. ден. ед. Оцените доходность операции.
32. Исчислите текущую стоимость денег, будущая стоимость которых через 3 процентных периода при начислении простых процентов оценивается в размере 100 ден. ед. Ставка процентов за период — 1%.
33. Банк начисляет по трехмесячному депозиту 12,8% годовых. Какую сумму надо внести на депозит 01.07 текущего года, чтобы получить 3 тыс. руб. к концу операции?
34. Учтите дисконтный вексель номиналом 10 тыс. руб. за два месяца (март, апрель) до погашения по вексельной ставке 4% годовых.
35. Дата погашения дисконтного векселя — 05.07 текущего года. Какова его выкупная цена на 23.02 текущего года? Номинал векселя 1 млн. руб., учетная ставка — 8% годовых.

36. Исчислите дисконт при учете дисконтного векселя номиналом 10 тыс. руб. за семь дней до погашения в банке по дисконтной ставке 12,2% годовых
37. Текущий размер задолженности с процентами – 312 тыс. руб. Кредитное учреждение отсрочило ее уплату на полтора месяца. Определите сумму долга по обязательству исходя из того, что ставка — 10% годовых
38. Организация имеет обязательство к одному и тому же кредитору уплатить 20.02 162 тыс. руб., 14.06 16 тыс. руб. и 15.07 — 284 тыс. руб. Принято решение о замене платежей: 20.09 уплатить 200 тыс. руб., остальные — 20.10. Определите сумму к погашению 20.10, исходя из того, что ставка — 14% годовых
39. Процентный вексель банка гарантирует исчисление процентов исходя из 14% годовых при сроке обращения 30 дней. Определите эквивалентную дисконтную ставку
40. Оцените, что выгоднее:
 - а) приобрести дисконтный вексель со сроком обращения 100 дней, если доходность оценена вексельной ставкой 7%;
 - б) предоставить ссуду на тот же срок под 7,1% годовых.
 Остальные параметры сделок одинаковые
41. Сравните доходность финансовых инструментов.
 - а) дисконтный вексель со сроком обращения девять месяцев, учетная ставка — 14,0% годовых,
 - б) процентный вексель с таким же сроком, ставка — 14,5% годовых.
42. Ссуда предоставлена на четыре года под 16% годовых. Процент начисляется ежегодно и присоединяется к основной сумме долга. Во сколько раз дешевле обойдется ссуда, полученная под простые проценты?
43. Средства размером 2 тыс. руб. помещены во вклад, по которому проценты начисляются ежеквартально из расчета 16% годовых и присоединяются к основной сумме. Определите наращенную стоимость вклада, если срок хранения вклада — девять месяцев начиная с 03.11, а за неполный процентный период начисляют простые проценты
44. Определите сумму долга с процентами, если ссуда размером 200 тыс. руб. предоставлена с 01.07 текущего года по 20.10 текущего года под 12% годовых с ежемесячным начислением их и присоединением к основной сумме долга.
45. Ставка по кредиту — 15% годовых. Определите размер полученной 01.07 на четыре месяца ссуды, если надлежит вернуть 310 тыс. руб. Процент начисляется ежемесячно и присоединяется к основной сумме долга
46. Срок финансовой операции — пять периодов. Ставка процентов — 12% за период. Начисление процентов — один раз в конце периода на возросшую на проценты сумму. Исчислите коэффициент приведения и фактор капитализации.

47. Номинальная ставка процента — 6,2% годовых. Процент начисляется и присоединяется ежеквартально. Определите эффективную ставку процента.
48. Банк предлагает следующие варианты размещения денежных средств: во вклад А — под 4% годовых с ежегодной капитализацией; во вклад Б — под 3% годовых с начислением и присоединением процентов каждое полугодие; во вклад В — под 2% годовых с ежеквартальным начислением и присоединением процентов. Определите вклад с наибольшим годовым наращением.
49. Исчислите дисконтирующий множитель и фактор капитализации исходя из параметров $n = 7$, $i = 10\%$ при начислении:
 - а) простых процентов;
 - б) сложных процентов.
50. Рассчитайте эффективную ставку процента, если банк начисляет и присоединяет по вкладу А проценты из расчета 6,5% годовых ежегодно, ежеквартально.
51. Определите размер разовых взносов на счет под 10% годовых с ежеквартальным обслуживанием, чтобы через 2,5 года собрать 725 тыс. руб. целевого назначения. Взносы осуществляются один раз в конце года.
52. Для создания погасительного фонда предприятие в течение трех лет перечисляло в банк ежегодно 40 тыс. руб., на которые кредитное учреждение начисляло проценты из расчета 10% годовых (дважды в год, сложные проценты). Равные взносы осуществляются каждое полугодие. Определите объем фонда к моменту окончания всех взносов.
53. На текущий счет переводят каждое полугодие в конце периода в течение трех лет 1 млн руб. под 10% годовых. Определите аккумулированную к концу третьего года сумму.
54. В течение семи периодов по ценной бумаге выплачиваются дивиденды 100 руб. каждый период. Приведите величину всех будущих поступлений на начало первого периода исходя из того, что ставка — 2% за период.
55. В течение четырех лет ожидаются поступления от реализации проекта в размере 1,3 млн руб. ежеквартально. Единовременные вложения в проект в начале первого года — 8 млн руб. Оцените соотношение доходов и расходов, исходя из ставки сравнения 10% годовых.
56. Ежеквартальные текущие производственные расходы планируются на период один год равными 120 тыс. руб. Эту сумму решено зарезервировать в начале первого квартала. Определите необходимый объем денежных средств при условии их хранения в банке, начисляющем и присоединяющем проценты поквартально из расчета 2% годовых.
57. Срочный аннуитет осуществляется в течение четырех лет в конце каждого года. Определите наращенную и современную стоимость анну-

тета, если вносить по 20 ден. ед. Используйте ставку 12% годовых (ежеквартальное начисление и присоединение процентов).

58. Ссуда размером 1000 ден. ед. предоставлена на три года под 12% годовых с начислением и присоединением процентов к основной сумме долга один раз в конце года и выплатой их вместе с ней. Сразу же после получения ссуды в банке в течение трех лет начинают создавать погасительный фонд, куда ежегодно в конце периода перечисляют равные суммы. Проценты по ссуде начисляют один раз в год исходя из 14% годовых. Определите годовые расходы по обслуживанию долга.
59. Ссуда размером 1000 ден. ед. предоставлена на три года под 20% годовых с ежегодными выплатами процентов. Сразу же после получения ссуды в банке в течение трех лет начинают создавать погасительный фонд, куда ежегодно в конце периода перечисляют равные суммы. Проценты по ссуде начисляют один раз в год исходя из 12% годовых. Определите годовые расходы по обслуживанию долга.
60. Ссуда размером 200 ден. ед. предоставлена на два года под 10% годовых. Процент начисляется и присоединяется один раз в конце года. Составьте план погашения задолженности равными срочными (годовыми) платежами (определите равные годовые уплаты и отдельные их элементы).
61. Сбербанк России предоставляет кредит размером 120 тыс. дол. США на 12 месяцев под 12% годовых. Долг погашается ежемесячно равными частями, проценты начисляются на остаток долга и выплачиваются ежемесячно. Составьте план погашения кредита.
62. Исчислите индексы номинального и реального валютных курсов и индекс опережения индексом валютного курса индекса цен по России по данным на начало 2012 г.

Месяц	Курс доллара США к рублю, на начало месяца	Индекс потребительских цен США, % к предыдущему месяцу	Индекс потребительских цен страны валюты-измерителя
Июнь	32,82	100,0	101,82
Июль	32,19	100,0	101,19
Август	32,29	100,6	101,29

63. Исчислите валютный курс по паритету покупательной способности по формулам Пааше и Ласпейреса

Наименование товарных групп	Объем потребления, кг в год		Средняя цена за покупку, ед. нац. валюты за кг	
	в стране А	в стране Б	в стране А	в стране Б
Хлебобулочные продукты	122,1	26,0	4 811	0,8
Картофель	111,3	73,6	1 882	1,2
Овощи и бахчевые	96,6	97,7	2 728	2,16
Фрукты и ягоды	21,0	72,0	6 036	2,85

Наименование товарных групп	Объем потребления, кг в год		Средняя цена за покупку, ед. нац. валюты за кг	
	в стране А	в стране Б	в стране А	в стране Б
Сахар	19,9	12,3	4 486	2,66
Мясопродукты	25,1	57,4	15 649	6,17
Рыбопродукты	11,7	28,4	9 288	3,21
Молокопродукты	224,8	210,3	10 566	3,78
Яйца, шт.	166,8	170,3	5 345	1,72
Масло растительное	6,4	7,2	10 460	3,0

64. Паритет покупательной способности валют по Ласпейресу — 5,28 руб. за 1 ден. ед., по Пааше — 4,27 руб. за 1 ден. ед. Фактический валютный курс составляет 24,15 руб. за 1 ден. ед.

Задание:

- 1) вычислите индекс Фишера;
- 2) оцените расхождения фактически сложившегося валютного курса от ППС: объясните причины.

65. Вычислите эффективный валютный курс рубля. Сделайте выводы.

Валюта	Курс рубля, руб за 1 ед. валюты на конец года	Общий объем экспортно-импортных операций, в фактически действовавших ценах, млн дол. США
Фунт стерлингов Великобритании	53,29	7 804
Доллар США	27,75	9 783
Японская иена	28,75	7 364
Евро	37,81	81 425

66. Паритет покупательной способности валют (ППС) и валютный курс (ВК) составили, ден. ед. за 1 ед. нац. валюты-измерителя.

	ППС	ВК
I квартал	2,5	5,20
II квартал	2,7	5,4
III квартал	2,9	5,5
IV квартал	3,8	6,1

Оцените происходящие изменения в соотношении паритета и валютного курса.

ТЕМА 24. СТАТИСТИКА СОЦИАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ И УРОВНЯ ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ

24.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

Социально-экономические индикаторы уровня жизни населения и отраслей социальной сферы характеризуют социальное положение и развитие общества.

Уровень жизни населения — это сложная комплексная социально-экономическая категория. Уровень жизни не может быть отражен в виде одного показателя, поэтому в статистике используется система показателей, которая позволяет дать всестороннюю характеристику уровня жизни. В нее входят обобщающие стоимостные показатели (валовой располагаемый доход, расходы на конечное потребление, реальные доходы и реальная заработная плата и др.), натуральные показатели, характеризующие объем потребления материальных благ и услуг (продуктов питания, тканей, обуви, предметов длительного пользования и т.д.), и показатели, характеризующие занятость, продолжительность рабочего дня и недели, продолжительность оплачиваемых отпусков, охрану труда, качество жилья, использование свободного времени и т.п.

Особый интерес в статистике представляет анализ объема и источников денежных доходов, а также объема и структуры денежных расходов населения. В состав денежных доходов входят: доходы от предпринимательской деятельности; оплата труда; социальные выплаты (пенсии, пособия, стипендии); доходы от собственности, поступления от продажи сельскохозяйственной продукции, недвижимости и др. Денежные расходы и сбережения населения включают расходы на покупку товаров и оплату услуг, обязательные платежи и разнообразные взносы, приобретение недвижимости и прирост финансовых активов; прирост (уменьшение) сбережений во вкладах, ценных бумагах, иностранной валюте.

Показатель совокупного дохода домашних хозяйств рассчитывается на базе данных, полученных в результате систематических обследований бюджетов домашних хозяйств.

Уровень и дифференциация доходов при прочих равных условиях — решающие факторы регулирования уровня жизни различных групп населения. Если речь идет о дифференциации доходов как о явлении в целом, оптимальный способ его выражения — статистический ряд распределения населения по доходу. На его основе рассчитывают показатели среднего дохода населения, моду, медиану, децили, децильный коэффициент дифференциации доходов, коэффициент концентрации доходов (коэффициент Джини) и коэффициент фондов.

В системе показателей уровня жизни населения важнейшее место занимают показатели стоимости жизни, реальных доходов населения и реальной заработной платы.

Пример 1. Стоимость набора товаров и услуг в базисном году ($\sum P_0 q_0$) — 256 млн руб. Стоимость этого же набора товаров и услуг в отчетном году ($\sum P_1 q_1$) — 287,5 млн руб

Индекс потребительских цен можно определить по следующей формуле

$$I_p = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0} = \frac{287,5}{256} = 1,123$$

Следовательно, за отчетный период потребительские цены выросли на 12,3%.

Уровень потребления отдельных товаров зависит от уровня цен и уровня среднедушевого дохода. Для изучения зависимости между результивным признаком (y) и факторным признаком (x) рассчитывается коэффициент эластичности ($\mathcal{E}$) по следующей формуле.

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta y}{\Delta x} : \frac{y}{x} = \frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x}$$

Пример 2. Цены на предметы длительного пользования (x) в отчетном периоде увеличились на 25% по сравнению с базисным, а расходы на приобретение предметов длительного пользования (y) — на 20%

Коэффициент эластичности ($\mathcal{E}$) потребления предметов длительного пользования в зависимости от цен на эти товары равен.

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} = \frac{0,20}{0,25} = 0,8, \text{ или } 80 (\%).$$

Полученный результат указывает на то, что при увеличении цены на товары на 1% расходы на приобретение этих товаров сокращаются на 20%.

В настоящее время предлагается в качестве обобщающего показателя, характеризующего уровень общественного благосостояния, использовать индекс человеческого развития (по методике, предложенной специалистами Программы развития организации Объединенных Наций (ПРООН)).

Индекс человеческого развития (ИЧР) — это совокупный показатель уровня развития человека в той или иной стране, поэтому его иногда используют в качестве синонима таких понятий, как «качество жизни» или «уровень жизни». ИЧР измеряет достижения страны по трем основным направлениям: с точки зрения состояния здоровья, получения образования и фактического дохода ее граждан. Для оценки каждого направления используются свои показатели:

- индекс ожидаемой продолжительности жизни (I_1): здоровье и долголетие, измеряемые показателем средней ожидаемой продолжительности жизни при рождении;
- индекс образования (I_2): доступность образования, измеряемый средней ожидаемой продолжительностью обучения детей школьного возраста и средней продолжительностью обучения взрослого населения;
- индекс валового национального дохода (I_3): уровень жизни, измеряемый величиной валового национального дохода (ВНД) на душу населения в долларах США по паритету покупательной способности (ППС).

Эти три индекса стандартизируются в виде числовых значений от 0 до 1. Среднее геометрическое значение трех показателей представляет собой обобщающий (совокупный) показатель индекс человеческого развития (ИЧР), который принимает значения в диапазоне от 0 до 1:

$$\text{ИЧР} = \sqrt[3]{I_1 \cdot I_2 \cdot I_3}.$$

Для сравнения качества жизни страны ранжируются на основе ИЧР. Россия находится на 66 месте в мире по этому показателю, ее ИЧР равен 0,755.

Указанные выше частные индексы, используемые при оценке каждого направления для составления обобщающего показателя ИЧР,

имеют свои особенности исчисления. Общий принцип их построения может быть выражен следующей формулой:

$$I_i = \frac{X_i - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}},$$

где X_i — фактическое значение i -го показателя для данной страны;
 $X_{\min}$ и $X_{\max}$ — минимальное и максимальное значение i -го показателя в рассматриваемой группе стран

К отраслям социальной сферы относятся образование, культура и искусство, охрана здоровья населения, туризм, отдых, физическая культура и спорт, наука и инновации, жилищный фонд и коммунальное хозяйство. При статистическом изучении данных отраслей основное внимание уделяется, с одной стороны, абсолютным показателям, характеризующим наличие соответствующих учреждений и организаций и отражающим их основную деятельность, а с другой — относительным показателям, характеризующим обеспечение населения результатами функционирования этих отраслей в целом по стране, по отдельным регионам, краям, областям и республикам, сельской и городской местности.

24.2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Назовите группы показателей, формирующих понятие «уровень жизни»
2. Назовите основные показатели, характеризующие уровень доходов населения, и объясните, как они взаимосвязаны
3. Назовите статистические показатели, характеризующие денежные доходы населения, их уровень и структуру
4. Назовите статистические показатели, характеризующие расходы населения.
5. Как определяется совокупный доход домашнего хозяйства?
6. Как проводится изучение дифференциации и концентрации доходов населения?
7. Как определяется уровень реальной заработной платы и реальных доходов?
8. Какие статистические показатели используются для характеристики уровня и динамики потребления материальных благ и услуг?
9. Назовите основные показатели, характеризующие уровень благосостояния населения
10. Перечислите основные отрасли, входящие в социальную сферу
11. Назовите основные показатели, характеризующие такие отрасли, как образование, культура и искусство
12. Назовите основные показатели, характеризующие сферу здравоохранения, туризма, отдыха, физкультуры и спорта.
13. Назовите основные показатели, характеризующие научную, инновационную отрасли, а также жилищно-коммунальное хозяйство
14. Известны следующие данные о располагаемом доходе домашних хозяйств в Российской Федерации за ряд лет в ценах соответствующих лет, млрд руб.

Показатель	2000	2005	2008	2009
Располагаемый доход домашних хозяйств	3 530	12 047	22 284	24 402
в том числе:				
оплата труда наемных работников	2 945	9 440	19 205	20 214
смешанный доход	697	2 071	3 294	3 662
сальдо доходов от собственности	211	1 210	1 336	1 627
сальдо текущих трансфертов	-323	-674	-1 198	-1 551

Источник: Российский статистический ежегодник 2011. Табл. 6.2.

Рассчитайте структуру располагаемого дохода домашних хозяйств, проведите сравнение за ряд лет и сделайте выводы

15. На основании данных Росстата за ряд лет о фактическом конечном потреблении домашних хозяйств проанализируйте изменение его структуры.

Год	2000	2005	2008	2009	2010
Фактическое конечное потребление домашних хозяйств в текущих ценах, млрд руб.	3 813	12 455	23 684	25 071	27 427
в том числе за счет					
расходов домашних хозяйств	3 295	10 653	19 967	20 980	23 097
из них					
денежные расходы на покупку товаров и оплату услуг	2 996	10 020	19 038	19 979	22 128
потребление товаров и услуг в натуральной форме	299	633	929	1 001	969
социальных трансфертов в натуральной форме	518	1 802	3 717	4 091	4 330

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 6.3.

16. Дается ряд распределения населения в Российской Федерации в 2009 г. по размеру среднедушевого денежного дохода, % к общей численности населения.

Все население	100
В том числе со среднедушевым доходом в месяц, руб.	
до 4 000,0	7,4
4 000,1—6 000,0	10,3
6 000,1—8 000,0	11,1
8 000,1—10 000,0	10,4
10 000,1—15 000,0	20,4
15 000,1—20 000,0	13,3
20 000,1—30 000,0	14,1
Свыше 30 000,0	13,0

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 6.20

Определите:

- средний размер дохода населения, моду, медиану, децильный коэффициент дифференциации дохода,
- коэффициент концентрации доходов (коэффициент Джини).

Проанализируйте полученные результаты и сформулируйте выводы.

17. Ниже представлена динамика основных видов денежных доходов населения в реальном выражении (1995=100).

Показатели	2006	2007	2008	2009	2010
Реальные располагаемые денежные доходы	172,2	193,0	197,6	203,7	214,0
Реальный размер назначенных пенсий	136,0	142,5	168,3	186,3	251,1
Реальная начисленная заработная плата	198,5	232,6	259,3	250,2	263,2

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 6.5.

Рассчитайте годовичные темпы роста (снижения), среднегодовые темпы роста (снижения), среднегодовые темпы прироста (снижения) реальных денежных доходов населения за период с 2006 по 2010 г.

18. Известны следующие данные Росстата о распределении общего объема денежных доходов в 2005 и в 2010 гг.

Показатель	2005	2010
Денежные доходы	100	100
В том числе по 20%-ным группам населения		
I (с наименьшими доходами)	5,4	5,2
II	10,1	9,8
III	15,1	14,8
IV	22,7	22,5
V (с наивысшими доходами)	46,4	47,7

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 6.21.

Постройте кривые концентрации Лоренца, рассчитайте коэффициенты концентрации доходов Джини и коэффициенты фондов в 2005 и 2010 гг.

19. Среднемесячная денежная заработная плата работников региона в отчетном периоде составила 18 795 руб., в базисном — 13 593 руб. За этот период потребительские цены выросли в 1,8 раза. Определите индекс реальной заработной платы.
20. Сводный индекс цен составил 105,8%. Как изменилась покупательная способность национальной валюты?
21. Известны следующие данные за 2012 г.: среднемесячное увеличение цен на товары и услуги составило в I квартале 11%, во II квартале — 10%, в III — 7%, в IV — 10%. Номинальная заработная плата за год удвоилась. Определите:
- рост цен в каждом квартале и за год в целом,
 - изменение реальной заработной платы за год.

22. Известны следующие данные об объеме продаж предметов длительного пользования.

Вид товара	Продано товаров в фактических ценах, млн руб.		Индекс цен в отчетном периоде по сравнению с базисным, раз
	базисный период	отчетный период	
Компьютеры	300	400	1,15
Видеомагнитофоны	240	400	1,05
Холодильники	520	610	1,04
Кофеварки	80	86	1,50

Известно также, что за указанный период численность населения выросла на 1,5%.

Определите.

- индекс стоимости потребленных товаров длительного пользования;
 - индекс физического объема потребления отдельных видов товаров;
 - индекс физического объема потребления всех товаров (сводный индекс физического объема потребления);
 - индекс потребления отдельных товаров на душу населения;
 - индекс потребления всех товаров длительного пользования на душу населения
23. В результате проведения бюджетных обследований домашних хозяйств было обнаружено, что за истекший период потребление овощей увеличилось на 2,8% по сравнению с предыдущим годом, а молочных продуктов снизилось на 1,6%. За этот же период среднедушевые доходы домашних хозяйств выросли на 12%. Определите коэффициенты эластичности
24. За истекший период рост стоимости покупок предметов длительного пользования составил 115,6%, а рост среднедушевых доходов – 110%. Определите коэффициент эластичности потребления предметов длительного пользования.
25. Потребление картофеля в базисном периоде составило 10,3 кг на человека в месяц, а в отчетном периоде увеличилось на 0,8 кг. Цена картофеля базисного периода равнялась 25 руб/кг, а в отчетном периоде она возросла на 4%. За этот же период среднедушевой доход увеличился с 12 до 15 тыс. руб. в месяц.
- Рассчитайте коэффициенты эластичности потребления картофеля.

26. Определите общий индекс физического объема потребления материальных благ и индекс уровня потребления материальных благ на душу населения, если известны следующие данные в отчетном и базисном периодах.

Показатель	Базисный период	Отчетный период
Потреблено материальных благ в текущих ценах, млрд руб.	216 800	254 230
Общий индекс цен на товары	—	103,75
Численность населения, млн человек	14,8	14,6

27. Потребление отдельных видов продуктов питания характеризуется следующими данными.

Продукт	Объем потребления в текущих ценах, млн руб.		Индекс цен, %
	базисный период	отчетный период	
Мясо	680	735	130
Рыба	370	365	120
Картофель	150	130	110
Масло животное	210	230	150
Хлеб и хлебные продукты	151	141	155
Сахар	241	260	145

Определите индекс физического объема потребления данных продуктов, индекс уровня потребления, если численность населения данной территории за этот период увеличилась на 2,5%.

28. Прирост денежных доходов за квартал составил 70%. Затраты на питание за этот период возросли на 59%.

Рассчитайте коэффициент эластичности между доходами и затратами на питание.

29. Известны следующие данные Росстата об обеспеченности населения медицинской помощью на конец года.

Показатель	2000	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Число больничных учреждений, тыс.	10,7	9,5	7,5	6,8	6,5	6,5	6,3
Число больничных коек, тыс.	1 671,6	1 575,4	1 553,6	1 521,7	1 398,5	1 373,4	1 339,5
Численность врачей, тыс. человек	680,2	690,3	702,2	707,3	703,8	711,3	715,8
Численность среднего медицинского персонала, тыс. человек	1 563,6	1 529,8	1 545,0	1 542,5	1 511,2	1 517,6	1 508,7
Численность населения, млн человек (на начало года)	146,9	143,5	142,8	142,2	142,0	141,9	142,9

Источник: Российский статистический ежегодник 2011. Табл. 8.1, 8.4

Проанализируйте.

- а) динамику численности врачей и среднего медицинского персонала и числа больничных коек,
 - б) обеспеченность населения (в расчете на 10 000 человек) врачами, средним медицинским персоналом и больничными койками.
30. Известны следующие данные о подготовке специалистов в образовательных учреждениях высшего и среднего профессионального образования в Российской Федерации за ряд лет на начало учебного года

Показатели	1980/81	1990/91	2000/01	2005/06	2010/11
Образовательные учреждения высшего профессионального образования					
Число образовательных учреждений	494	514	965	1 068	1 115
в них студентов, всего, тыс. человек	3 045,7	2 824,5	4 741,4	7 064,6	7 049,8
Образовательные учреждения среднего профессионального образования					
Число образовательных учреждений	2 505	2 603	2 703	2 905	2 850
в них студентов, всего, тыс. человек	2 641,6	2 270	2 360,8	2 590,7	2 125,7

Источник: Российский статистический ежегодник. 2011. Табл. 7.35, 7.47

Рассчитайте динамику основных показателей, используя в качестве базы сравнения 1980/81, 1990/91 и 2000/01 гг. Определите, сколько приходится студентов на 10 000 человек населения. Данные о численности населения, необходимые для проведения расчетов, содержатся в задаче 29.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

$$\eta(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

Значения функции плотности вероятности для нормального закона распределения

Целые и десяти- чные доли t	Сотые доли t									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3981	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3633	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3525	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3111	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	2179	2165	2131	2107	2063	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1972	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1659	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0807
1,8	0790	0775	0762	0748	0734	0727	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551

Целые и деся- тые доль- е t	Сотые доли t									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0263	0277	0270	0284	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001
4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001

Значения функции $P(\lambda)$

λ	$P(\lambda)$
0,3	1,0000
0,4	0,9972
0,5	0,9639
0,6	0,8643
0,7	0,7112
0,8	0,5441
0,9	0,3927
1,0	0,2700
1,1	0,1777
1,2	0,1122
1,3	0,0681
1,4	0,0397
1,5	0,0222
1,6	0,0120
1,7	0,0062
1,8	0,0032
1,9	0,0015
2,0	0,0007
2,1	0,0003
2,2	0,0001
2,3	0,0001
2,4	0,0000
2,5	0,0000

Значения интеграла вероятностей

нормального закона распределения $F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

t	$F(t)$	t	$F(t)$	t	$F(t)$
1,00	0,6827	1,70	0,9109	2,40	0,9836
1,05	0,7063	1,75	0,9199	2,45	0,9858
1,10	0,7287	1,80	0,9281	2,50	0,9876
1,15	0,7169	1,85	0,9357	2,55	0,9892
1,20	0,7699	1,90	0,9426	2,60	0,9907
1,25	0,7887	1,95	0,9488	2,65	0,9920
1,30	0,8064	2,00	0,9545	2,70	0,99307
1,35	0,8230	2,05	0,9596	2,75	0,99404
1,40	0,8385	2,10	0,9643	2,80	0,99489
1,45	0,8529	2,15	0,9684	2,85	0,99563
1,50	0,8664	2,20	0,9722	2,90	0,99627
1,55	0,8789	2,25	0,9756	2,95	0,9968
1,60	0,8904	2,30	0,9786	3,00	0,9973
1,65	0,9011	2,35	0,9812		

Таблица случайных чисел

Ряд	Колонка							
	12345	67890	12345	67890	12345	67890	12345	67890
01	66194	28926	99547	16625	45515	67953	12108	57846
02	78240	43195	24837	32511	70880	22070	52622	61881
03	00833	88000	67299	68215	11274	55624	32991	17436
04	12111	86683	61270	58036	64192	90611	15145	01748
05	47189	99951	05755	03834	43782	90599	40282	51417
06	76396	72486	62423	27618	84184	78922	73561	52818
07	48409	17489	32483	09083	76175	19985	26309	91536
08	74626	22111	87286	46772	42243	68046	44250	42439
09	34450	81974	93723	49023	58432	67083	36876	93391
10	36327	72135	33005	28701	34710	49359	50693	89311
11	74185	77536	84825	09934	99103	09325	67389	45889
12	12296	41623	62873	37943	25584	09609	63380	47270
13	90822	60280	88925	99610	42772	60561	76873	04117
14	72121	79152	96591	90305	10189	79778	68016	13747
15	95268	41377	25664	08151	61816	58555	54305	86189
16	92603	09091	75864	93424	72586	88903	30061	14457
17	18813	90291	05275	01223	79607	95426	34900	09778
18	38840	26903	28624	67157	51986	42865	14508	49315
19	05959	33836	53758	16562	41081	38012	41230	20528
20	85141	21155	99212	32685	51403	31926	69813	56781
21	75047	59843	31074	38172	03718	32119	69506	67143
22	30752	95280	68032	62871	58781	34143	68790	69786
23	22986	82575	42187	62295	84295	30634	66562	31442
24	99439	86692	90348	66036	48399	73451	26698	39437
25	20389	93029	11881	71685	65452	89047	63689	02656
26	39249	05173	68256	36359	20250	68686	05947	09335
27	96777	33605	29481	20063	09398	01843	35139	61344

Ряд	Колонка							
	12345	67890	12345	67890	12345	67890	12345	67890
28	04860	32918	10798	50492	52655	33359	94713	28393
29	41613	42375	00403	03656	77560	87772	86877	57085
30	17930	00794	53836	53692	67135	98102	61912	11246
31	24649	31645	25736	75231	63808	98917	93829	99430
32	79899	34061	54308	59358	56462	58166	97302	86828
33	76801	49594	81002	30397	52728	15101	72070	33706
34	36239	63636	38140	65731	39788	06672	38971	53363
35	07392	64449	17886	63632	53995	17574	22247	62607
36	67133	04181	33874	98835	67453	59734	76381	63455
37	77759	31504	32832	70861	15152	29733	75371	39174
38	85992	72268	42920	20810	29361	51423	90306	73574
39	79553	75952	54116	65553	47139	60579	09165	85490
40	4110	17336	48951	53674	17880	45260	08575	49321
41	36191	17095	32123	91576	84221	78902	82010	30874
42	62329	63898	23268	74283	26091	68409	69704	82267
43	14751	13151	93115	01437	56945	89661	67660	79790
44	46462	59278	44185	29616	76537	19589	83139	26454
45	29435	88105	59651	44391	74588	55114	80834	85686
46	28340	29285	12965	14821	80425	16602	44653	70467
47	02167	58940	27149	80242	10587	79786	34959	75339
48	17864	00991	39557	54981	23588	81914	37609	13128
49	79675	80605	60059	35862	00254	36546	21545	78179
50	72335	82037	92003	34100	29879	46613	89720	13274
51	49280	88924	35779	00283	81163	07275	89863	02348
52	61870	41657	07468	08612	98083	97349	20775	45091
53	43898	65923	25078	86129	78496	97653	91550	08078
54	62993	93912	30454	84598	56095	20684	12872	64647
55	33850	58555	51438	85507	71865	79488	76783	31708
56	55336	71284	88472	04334	63919	36394	11095	92470

Ряд	Колонка							
	12345	67890	12345	67890	12345	67890	12345	67890
57	70543	29776	10067	10072	55980	64688	68239	20461
58	89382	93809	00796	95945	34101	81277	66090	88672
59	37818	72142	67140	50785	22380	16703	53362	44940
60	60430	22634	14130	96593	23298	56203	92671	15925
61	82975	66158	64731	19436	55790	69229	28661	13675
62	39067	71938	40355	54324	06401	26299	49420	59208
63	55700	24586	93247	32596	11865	63397	44251	43189
64	14756	23997	78643	75912	83832	32768	18928	57070
65	32186	53251	70654	92827	63491	04233	33825	69662
66	23236	73751	31888	81718	06546	83246	47651	04877
67	45794	26926	15130	82455	78305	55058	52551	47182
68	09893	20505	14225	68514	46427	56788	96297	78822
69	54382	74598	91499	14523	68479	27686	46162	83554
70	94750	89923	37089	20048	80336	94598	26940	36858
71	70297	34135	53140	33340	42050	82341	44104	82949
72	85157	47954	32979	26575	57600	40881	12250	73742
73	11100	02340	12680	74697	96644	89439	26707	25815
74	36671	50775	30592	57143	17381	68856	25853	35041
75	23913	48357	63308	16090	51890	54607	72407	55538
76	79348	36085	27973	65157	07456	22255	25626	57054
77	92074	54641	53673	54421	18130	60103	69593	49464
78	06873	21440	75593	41373	49502	17972	82578	16364
79	12478	37622	99659	31065	83613	69889	58889	29571
80	57175	55584	65411	42547	70457	03426	72937	83792
81	91616	11075	80103	07831	59309	13276	26710	73000
82	78025	73539	14621	39044	47450	03197	12767	47709
83	27567	67228	80145	10175	12822	86667	65530	49325
84	16690	20427	04251	64477	73709	73945	92396	68263
85	70183	58065	65489	31833	82093	16747	10386	59293

Ряд	Колонка							
	12345	67890	12345	67890	12345	67890	12345	67890
86	90730	35385	15679	99742	50866	78028	75573	67257
67	10934	93242	13431	24590	02770	48582	00906	58595
88	82462	30166	79613	47416	13389	80268	05085	96666
89	27463	10433	07606	16285	93699	60912	94532	95632
90	02979	52997	09079	92709	90110	47506	53693	49892
91	46888	69929	75233	52507	32097	37594	10067	67327
92	53638	83161	08289	12639	08141	12640	26437	09268
93	82433	61427	17239	89160	19666	08814	37841	12847
94	35766	31672	50082	22795	66948	65581	84393	15890
95	10853	42581	06792	13257	61973	24450	52351	16602
96	20341	27398	72906	63955	17276	10646	74692	48438
97	54458	90542	77563	51839	52901	53355	83281	19177
98	26337	66530	16667	35179	46560	00123	44546	79896
99	34314	23729	85284	05575	96855	23820	11091	79821
00	28603	10708	68933	34189	92166	15181	66628	58599

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Право-, лево- и двусторонние критические точки ($K_{кр.р}$, $K_{кр.л}$, $K_{кр.д}$) стандартного нормального распределения $N(x)$

$$P\{x > K_{кр.р}\} = \alpha, P\{x < K_{кр.л}\} = \alpha, P\{|x| > K_{кр.д}\} = \alpha$$

α	0,1	0,05	0,025	0,01
$K_{кр.р}$	1,845	1,960	2,241	2,576
$K_{кр.л}$	1,282	1,845	1,960	2,326
$K_{кр.д}$	-1,282	-1,645	-1,960	-2,326

Право-, левосторонние и P -значения (P , $P_{\text{лев}}$, $P_{\text{прав}}$) стандартного нормального распределения $N(x)$
 $P_{\text{прав}} = P\{x > |K_{\text{факт}}|\}$, $P_{\text{лев}} = P\{x < |K_{\text{факт}}|\}$, $P = P\{|x| > |K_{\text{факт}}|\}$

$ K_{\text{факт}} $	$P_{\text{лев}}$	$P_{\text{лев}}$	$P_{\text{прав}}$	$K_{\text{т}}$	$P_{\text{лев}}$	$P_{\text{лев}}$	$P_{\text{лев}}$
0,00	0,5000	0,5000	1,0000	1,55	0,0606	0,9394	0,1211
0,05	0,4801	0,5199	0,9601	1,60	0,0548	0,9452	0,1096
0,10	0,4602	0,5398	0,9203	1,65	0,0495	0,9505	0,0989
0,15	0,4404	0,5596	0,8808	1,70	0,0446	0,9554	0,0891
0,20	0,4207	0,5793	0,8415	1,75	0,0401	0,9599	0,0801
0,25	0,4013	0,5987	0,8026	1,80	0,0359	0,9641	0,0719
0,30	0,3821	0,6179	0,7642	1,85	0,0322	0,9678	0,0643
0,35	0,3632	0,6368	0,7263	1,90	0,0287	0,9713	0,0574
0,40	0,3446	0,6554	0,6892	1,95	0,0256	0,9744	0,0512
0,45	0,3264	0,6736	0,6527	2,00	0,0228	0,9772	0,0455
0,50	0,3085	0,6915	0,6171	2,05	0,0202	0,9798	0,0404
0,55	0,2912	0,7088	0,5823	2,10	0,0179	0,9821	0,0357
0,60	0,2743	0,7257	0,5485	2,15	0,0158	0,9842	0,0316
0,65	0,2578	0,7422	0,5157	2,20	0,0139	0,9861	0,0278
0,70	0,2420	0,7580	0,4839	2,25	0,0122	0,9878	0,0244
0,75	0,2266	0,7734	0,4533	2,30	0,0107	0,9893	0,0214
0,80	0,2119	0,7881	0,4237	2,35	0,0094	0,9906	0,0188
0,85	0,1977	0,8023	0,3953	2,40	0,0082	0,9918	0,0164
0,90	0,1841	0,8159	0,3681	2,45	0,0071	0,9929	0,0143
0,95	0,1711	0,8289	0,3421	2,50	0,0062	0,9938	0,0124
1,00	0,1587	0,8413	0,3173	2,55	0,0054	0,9946	0,0108
1,05	0,1469	0,8531	0,2937	2,60	0,0047	0,9953	0,0093
1,10	0,1357	0,8643	0,2713	2,65	0,0040	0,9960	0,0080
1,15	0,1251	0,8749	0,2501	2,70	0,0035	0,9965	0,0069
1,20	0,1151	0,8849	0,2301	2,75	0,0030	0,9970	0,0060
1,25	0,1056	0,8944	0,2113	2,80	0,0026	0,9974	0,0051
1,30	0,0968	0,9032	0,1936	2,85	0,0022	0,9978	0,0044
1,35	0,0885	0,9115	0,1770	2,90	0,0019	0,9981	0,0037
1,40	0,0808	0,9192	0,1615	2,95	0,0016	0,9984	0,0032
1,45	0,0735	0,9265	0,1471	3,00	0,0013	0,9987	0,0027
1,50	0,0668	0,9332	0,1336	3,05	0,0011	0,9989	0,0023

Инструкция по применению таблицы

При $K_{\text{факт}} < 0$ значения $P_{\text{лев}}$, $P_{\text{прав}}$ рассчитываются по формулам $P_{\text{лев}} = P_{\text{прав}}(-K_{\text{факт}})$; $P_{\text{прав}} = P_{\text{лев}}(-K_{\text{факт}})$, в которых $P_{\text{прав}}(-K_{\text{факт}})$, $P_{\text{лев}}(-K_{\text{факт}})$ вычисляются по таблице.

**Право- и двусторонние критические точки ($t_{кр,пр}$, $t_{кр,д}$)
распределения Стьюдента (t-критерия)**

$$P\{|t| > t_{кр,д}\} = \alpha_{дв}, P\{t > t_{кр,пр}\} = \alpha_{пр}$$

Уровень значимости α для двусторонней критической области									
$\alpha_{дв}1$	0,2	0,1	0,05	0,025	$\alpha_{дв}2$	0,2	0,1	0,05	0,025
Уровень значимости α для правосторонней критической области									
$\alpha_{пр}1$	0,1	0,05	0,025	0,0125	$\alpha_{пр}2$	0,1	0,05	0,025	0,013
df	$t_{пр}$				df	$t_{пр}$			
1	3,078	6,314	12,706	25,452	29	1,311	6,314	12,706	25,452
2	1,886	2,920	4,303	6,205	30	1,886	2,920	4,303	6,205
3	1,638	2,353	3,182	4,177	35	1,638	2,353	3,182	4,177
4	1,533	2,132	2,776	3,495	40	1,533	2,132	2,776	3,495
5	1,476	2,015	2,571	3,163	45	1,476	2,015	2,571	3,163
6	1,440	1,943	2,447	2,969	50	1,440	1,943	2,447	2,969
7	1,415	1,895	2,365	2,841	55	1,415	1,895	2,365	2,841
8	1,397	1,860	2,306	2,752	60	1,397	1,860	2,306	2,752
9	1,363	1,833	2,262	2,685	65	1,383	1,833	2,262	2,685
10	1,372	1,812	2,228	2,634	70	1,372	1,812	2,228	2,634
12	1,356	1,782	2,179	2,560	75	1,356	1,782	2,179	2,560
14	1,345	1,761	2,145	2,510	80	1,345	1,761	2,145	2,510
16	1,337	1,746	2,120	2,473	90	1,337	1,746	2,120	2,473
18	1,330	1,734	2,101	2,445	100	1,330	1,734	2,101	2,445
20	1,325	1,725	2,086	2,423	200	1,325	1,725	2,086	2,423
22	1,321	1,717	2,074	2,405	300	1,321	1,717	2,074	2,405
24	1,318	1,711	2,064	2,391	400	1,318	1,711	2,064	2,391
26	1,315	1,706	2,056	2,379	500	1,315	1,706	2,056	2,379
28	1,313	1,701	2,048	2,368	1000	1,313	1,701	2,048	2,368

Инструкция по применению таблицы

Значение df зависит от решаемой задачи, но чаще всего $df = n - m$, где n — объем выборки, m — количество переменных, фиксирующих в задаче. Если требуемое значение df отсутствует в таблице, то берется ближайшее к нему содержащееся в таблице значение. Для $df < 29$ все действия выполняются с левой половиной таблицы, а для $df \geq 29$ —

с правой. Для нахождения $t_{кр,л}$ столбец с требуемым уровнем значимости α выбирается в строке $\alpha_{дв}1$ или $\alpha_{дв}2$. Для нахождения $t_{кр,пр}$ столбец с требуемым уровнем значимости α выбирается в строке $\alpha_{пр}1$ или $\alpha_{пр}2$. Искомое значение $t_{кр}$ находится на пересечении строки и столбца с соответствующими значениями df и α .

Левосторонняя критическая область $t_{кр,л}$ равна $-t_{кр,пр}$.

Пример 1. Найти $t_{кр,л}$ при $n = 10$, $m = 2$, $\alpha = 0,05$. Имеем $df = n - m = 10 - 2 = 8$. Так как $df = 8$ находится в левой половине таблицы, то столбец с $\alpha = 0,05$ ищется в строке $\alpha_{дв}1$. Искомое значение $t_{кр,л} = 2,306$ находится на пересечении строки с $df = 8$ и столбца с $\alpha_{дв}1 = 0,05$.

Пример 2. Найти $t_{кр,пр}$ и $t_{кр,л}$ при $n = 33$, $m = 2$, $\alpha = 0,025$. Имеем $df = n - m = 33 - 2 = 31$. Так как $df = 31$ в таблице отсутствует, то принимаем ближайшее к нему $df = 30$. Поскольку $df = 31$ находится в правой половине таблицы, то столбец с $\alpha = 0,025$ ищется в строке $\alpha_{пр}2$. Искомое значение $t_{кр,л} = 4,303$ находится на пересечении строки с $df = 30$ и столбца с $\alpha_{пр}2 = 0,025$. Соответственно $t_{кр,л} = -4,303$.

**P -значения P_{α} для двусторонней критической области
распределения Стюдента (t -критерия)**

$$P_{\alpha} = P(|t| > |t_{\alpha/2}|)$$

$ t_{\alpha/2} $	df														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	100	1000
0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,05	0,97	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
0,10	0,94	0,93	0,93	0,93	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92
0,15	0,91	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
0,20	0,87	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84
0,25	0,84	0,83	0,82	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,80	0,80	0,80
0,30	0,81	0,79	0,78	0,78	0,78	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,76	0,76
0,35	0,79	0,76	0,75	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73
0,40	0,76	0,73	0,72	0,71	0,71	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69
0,45	0,73	0,70	0,68	0,68	0,67	0,67	0,67	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66	0,66	0,65	0,65
0,50	0,70	0,67	0,65	0,64	0,64	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62
0,55	0,68	0,64	0,62	0,61	0,61	0,60	0,60	0,60	0,60	0,59	0,59	0,59	0,59	0,58	0,58
0,60	0,66	0,61	0,59	0,58	0,57	0,57	0,57	0,57	0,56	0,56	0,56	0,56	0,55	0,55	0,55
0,65	0,63	0,58	0,56	0,55	0,54	0,54	0,54	0,53	0,53	0,53	0,53	0,52	0,52	0,52	0,52
0,70	0,61	0,56	0,53	0,52	0,52	0,51	0,51	0,50	0,50	0,50	0,49	0,49	0,49	0,49	0,48
0,75	0,59	0,53	0,51	0,49	0,49	0,48	0,48	0,47	0,47	0,47	0,46	0,46	0,46	0,46	0,45

$ t_{\text{фак}} $	df														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	100	1000
0,80	0,57	0,51	0,48	0,47	0,46	0,45	0,45	0,45	0,44	0,44	0,44	0,43	0,43	0,43	0,42
0,85	0,55	0,48	0,46	0,44	0,43	0,43	0,42	0,42	0,42	0,42	0,41	0,41	0,40	0,40	0,40
0,90	0,53	0,46	0,43	0,42	0,41	0,40	0,40	0,39	0,39	0,39	0,38	0,38	0,38	0,37	0,37
0,95	0,52	0,44	0,41	0,40	0,39	0,38	0,37	0,37	0,37	0,36	0,36	0,35	0,35	0,34	0,34
1,00	0,50	0,42	0,39	0,37	0,36	0,36	0,35	0,35	0,34	0,34	0,33	0,33	0,33	0,32	0,32
1,05	0,48	0,40	0,37	0,35	0,34	0,33	0,33	0,32	0,32	0,32	0,31	0,31	0,30	0,30	0,29
1,10	0,47	0,39	0,35	0,33	0,32	0,31	0,31	0,30	0,30	0,30	0,29	0,28	0,28	0,27	0,27
1,15	0,46	0,37	0,33	0,31	0,30	0,29	0,29	0,28	0,28	0,28	0,27	0,26	0,26	0,25	0,25
1,20	0,44	0,35	0,32	0,30	0,28	0,28	0,27	0,26	0,26	0,26	0,25	0,24	0,24	0,23	0,23
1,25	0,43	0,34	0,30	0,28	0,27	0,26	0,25	0,25	0,24	0,24	0,23	0,23	0,22	0,21	0,21
1,30	0,42	0,32	0,28	0,26	0,25	0,24	0,23	0,23	0,23	0,22	0,21	0,21	0,20	0,20	0,19
1,35	0,41	0,31	0,27	0,25	0,23	0,23	0,22	0,21	0,21	0,21	0,20	0,19	0,19	0,18	0,18
1,40	0,39	0,30	0,26	0,23	0,22	0,21	0,20	0,20	0,20	0,19	0,18	0,18	0,17	0,16	0,16
1,45	0,38	0,28	0,24	0,22	0,21	0,20	0,19	0,19	0,18	0,18	0,17	0,16	0,16	0,15	0,15
1,50	0,37	0,27	0,23	0,21	0,19	0,18	0,18	0,17	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14	0,14	0,13
1,55	0,36	0,26	0,22	0,20	0,18	0,17	0,17	0,16	0,16	0,15	0,14	0,14	0,13	0,12	0,12
1,60	0,36	0,25	0,21	0,18	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14	0,14	0,13	0,13	0,12	0,11	0,11
1,65	0,35	0,24	0,20	0,17	0,16	0,15	0,14	0,14	0,13	0,13	0,12	0,11	0,11	0,10	0,10
1,70	0,34	0,23	0,19	0,16	0,15	0,14	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11	0,10	0,10	0,09	0,09
1,75	0,33	0,22	0,18	0,16	0,14	0,13	0,12	0,12	0,11	0,11	0,10	0,10	0,09	0,08	0,08

$ t_{\text{фак}} $	df													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	100
1,80	0,32	0,21	0,17	0,15	0,13	0,12	0,11	0,11	0,11	0,10	0,09	0,09	0,08	0,07
1,85	0,32	0,21	0,16	0,14	0,12	0,11	0,11	0,10	0,10	0,09	0,08	0,08	0,07	0,06
1,90	0,31	0,20	0,15	0,13	0,12	0,11	0,10	0,09	0,09	0,09	0,08	0,07	0,07	0,06
1,95	0,30	0,19	0,15	0,12	0,11	0,10	0,09	0,09	0,08	0,08	0,07	0,07	0,06	0,05
2,00	0,30	0,18	0,14	0,12	0,10	0,09	0,09	0,08	0,08	0,07	0,06	0,06	0,05	0,05
2,05	0,29	0,18	0,13	0,11	0,10	0,09	0,08	0,07	0,07	0,07	0,06	0,05	0,05	0,04
2,10	0,28	0,17	0,13	0,10	0,09	0,08	0,07	0,07	0,07	0,06	0,05	0,05	0,04	0,04
2,20	0,27	0,16	0,12	0,09	0,08	0,07	0,06	0,06	0,06	0,05	0,04	0,04	0,04	0,03
2,30	0,26	0,15	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02
2,40	0,25	0,14	0,10	0,07	0,06	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02
2,50	0,24	0,13	0,09	0,07	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01
2,60	0,23	0,12	0,08	0,06	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01
2,70	0,23	0,11	0,07	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01
2,80	0,22	0,11	0,07	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01
2,90	0,21	0,10	0,06	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00
3,00	0,20	0,10	0,06	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00
3,20	0,19	0,09	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
3,40	0,18	0,08	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
3,60	0,17	0,07	0,04	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3,80	0,16	0,06	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

$t_{\text{ф.ст.}}$	df										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
4,00	0,16	0,06	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
4,50	0,14	0,05	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	0,13	0,04	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,50	0,11	0,03	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6,00	0,11	0,03	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6,50	0,10	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7,00	0,09	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7,50	0,08	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8,00	0,08	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8,50	0,07	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9,00	0,07	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,00	0,06	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12,00	0,05	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20,00	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
30,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
40,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
60,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
120,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
200,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Инструкция по применению таблицы

Искомое $P_{\text{дв}}$ находится на пересечении строки и столбца со значениями соответственно $|t_{\text{факт}}|$ и df . Значение df зависит от решаемой задачи, но чаще всего $df = n - m$, где n — объем выборки, m — количество переменных, фигурирующих в задаче. Если требуемые значения $|t_{\text{факт}}|$, df отсутствуют в таблице, то берутся ближайшие к ним содержащиеся в таблице значения.

Пример 1. Найти $P_{\text{дв}}$ при $n = 10$, $m = 3$, $t_{\text{факт}} = -1,63$.

Имеем $df = n - m = 10 - 3 = 7$, $|t_{\text{факт}}| = 1,63$. $P_{\text{дв}} = 0,14$ находится на пересечении строки с $|t_{\text{факт}}| = 1,65$ и столбца с $df = 7$.

P -значения $P_{\text{пр}}$, $P_{\text{лев}}$ для право- и левосторонней критической области находятся с помощью $P_{\text{дв}}$ по формулам, приведенным в следующей таблице.

P -значение	$t_{\text{факт}} < 0$	$t_{\text{факт}} > 0$
$P_{\text{пр}}$	$1 - 0,5P_{\text{дв}}$	$0,5P_{\text{дв}}$
$P_{\text{лев}}$	$0,5P_{\text{дв}}$	$1 - 0,5P_{\text{дв}}$

Пример 2. Для данных примера 1 и $t_{\text{факт}} = -1,63$, $t_{\text{факт}} = 1,63$ значения $P_{\text{пр}}$, $P_{\text{лев}}$ соответственно равны:

P -значение	$t_{\text{факт}} = -1,63$	$t_{\text{факт}} = 1,63$
$P_{\text{пр}}$	0,93	0,07
$P_{\text{лев}}$	0,07	0,93

Правосторонние критические точки F_{α, ν_1, ν_2}
распределения Фишера (F -критерия) для уровня значимости $\alpha = 0,1$
 $P(F > F_{\alpha, \nu_1, \nu_2}) = \alpha = 0,1$

df2	df1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500
1	39,9	49,5	53,6	55,8	57,2	58,2	58,9	59,4	59,9	60,2	60,7	61,2	61,7	62,1	62,3	62,5	62,8	63,1	63,3
2	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37	9,38	9,39	9,41	9,42	9,44	9,45	9,46	9,47	9,47	9,48	9,49
3	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25	5,24	5,23	5,22	5,20	5,18	5,17	5,17	5,16	5,15	5,14	5,14
4	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95	3,94	3,92	3,90	3,87	3,84	3,83	3,82	3,80	3,79	3,78	3,76
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34	3,32	3,30	3,27	3,24	3,21	3,19	3,17	3,16	3,14	3,12	3,11
6	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98	2,96	2,94	2,90	2,87	2,84	2,81	2,80	2,78	2,76	2,74	2,73
7	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75	2,72	2,70	2,67	2,63	2,59	2,57	2,56	2,54	2,51	2,49	2,48
8	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59	2,56	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,38	2,36	2,34	2,32	2,30
9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47	2,44	2,42	2,38	2,34	2,30	2,27	2,25	2,23	2,21	2,18	2,17
10	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38	2,35	2,32	2,28	2,24	2,20	2,17	2,16	2,13	2,11	2,08	2,06
11	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30	2,27	2,25	2,21	2,17	2,12	2,10	2,08	2,05	2,03	2,00	1,98
12	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,21	2,19	2,15	2,10	2,06	2,03	2,01	1,99	1,96	1,93	1,91
13	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20	2,16	2,14	2,10	2,05	2,01	1,98	1,96	1,93	1,90	1,88	1,85
14	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15	2,12	2,10	2,05	2,01	1,96	1,93	1,91	1,89	1,86	1,83	1,80
15	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,06	2,02	1,97	1,92	1,89	1,87	1,85	1,82	1,79	1,76
16	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	1,99	1,94	1,89	1,86	1,84	1,81	1,78	1,75	1,73
17	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	2,15	2,10	2,06	2,03	2,00	1,96	1,91	1,86	1,83	1,81	1,78	1,75	1,72	1,69
18	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,08	2,04	2,00	1,98	1,93	1,89	1,84	1,80	1,78	1,75	1,72	1,69	1,67
19	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,06	2,02	1,98	1,96	1,91	1,86	1,81	1,78	1,76	1,73	1,70	1,67	1,64

df/2	df																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500	
20	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,04	2,00	1,96	1,94	1,89	1,84	1,79	1,76	1,74	1,71	1,68	1,64	1,62	
21	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	2,02	1,98	1,95	1,92	1,87	1,83	1,78	1,74	1,72	1,69	1,66	1,62	1,60	
22	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	2,01	1,97	1,93	1,90	1,86	1,81	1,76	1,73	1,70	1,67	1,64	1,60	1,58	
23	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,99	1,95	1,92	1,89	1,84	1,80	1,74	1,71	1,69	1,66	1,62	1,59	1,56	
24	2,93	2,54	2,33	2,19	2,10	2,04	1,98	1,94	1,91	1,88	1,83	1,78	1,73	1,70	1,67	1,64	1,61	1,57	1,54	
25	2,92	2,53	2,32	2,18	2,09	2,02	1,97	1,93	1,89	1,87	1,82	1,77	1,72	1,68	1,66	1,63	1,59	1,56	1,53	
26	2,91	2,52	2,31	2,17	2,08	2,01	1,96	1,92	1,88	1,86	1,81	1,76	1,71	1,67	1,65	1,61	1,58	1,54	1,51	
27	2,90	2,51	2,30	2,17	2,07	2,00	1,95	1,91	1,87	1,85	1,80	1,75	1,70	1,66	1,64	1,60	1,57	1,53	1,50	
28	2,89	2,50	2,29	2,16	2,06	2,00	1,94	1,90	1,87	1,84	1,79	1,74	1,69	1,65	1,63	1,59	1,56	1,52	1,49	
29	2,89	2,60	2,28	2,15	2,06	1,99	1,93	1,89	1,86	1,83	1,78	1,73	1,68	1,64	1,62	1,58	1,55	1,51	1,48	
30	2,88	2,49	2,28	2,14	2,05	1,98	1,93	1,88	1,85	1,82	1,77	1,72	1,67	1,63	1,61	1,57	1,54	1,50	1,47	
40	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	1,93	1,87	1,83	1,79	1,76	1,71	1,56	1,61	1,57	1,54	1,51	1,47	1,42	1,39	
60	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	1,87	1,82	1,77	1,74	1,71	1,66	1,60	1,54	1,50	1,48	1,44	1,40	1,35	1,31	
120	2,75	2,35	2,13	1,99	1,90	1,82	1,77	1,72	1,68	1,65	1,60	1,55	1,48	1,44	1,41	1,37	1,32	1,26	1,21	
500	2,72	2,31	2,09	1,96	1,86	1,79	1,73	1,68	1,64	1,61	1,56	1,50	1,44	1,39	1,36	1,31	1,26	1,19	1,12	

Правосторонние критические точки F_{α, df_1, df_2}
 распределения Фишера (F -критерия) для уровня значимости $\alpha = 0,05$
 $P(F > F_{\alpha, df_1, df_2}) = \alpha = 0,05$

df ₂	df ₁																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500	
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254	
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	
3	10.1	9.6	9.3	9.1	9.0	8.9	8.9	8.8	8.8	8.8	8.7	8.7	8.7	8.6	8.6	8.6	8.6	8.5	8.5	
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.64	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.66	4.52	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.74	3.70	3.68	
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.30	3.27	3.24	
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.01	2.97	2.94	
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.79	2.75	2.72	
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.62	2.58	2.55	
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.49	2.45	2.42	
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.38	2.34	2.31	
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.30	2.25	2.22	
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.22	2.18	2.14	
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.16	2.11	2.08	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.06	2.01	1.97	
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.02	1.97	1.93	
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.89	
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.95	1.90	1.86	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.83	
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.89	1.84	1.80	
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.54	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.86	1.81	1.77	
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.84	1.79	1.75	

df2	df1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.73
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.80	1.75	1.71
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.79	1.73	1.69
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.67
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.75	1.70	1.65
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.74	1.68	1.64
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.64	1.58	1.53
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.53	1.47	1.41
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.60	1.55	1.50	1.43	1.35	1.28
500	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.77	1.69	1.59	1.53	1.48	1.42	1.35	1.26	1.16

Правосторонние критические точки $F_{\alpha, n}$
распределения Фишера (F-критерия) для уровня значимости $\alpha = 0,025$
 $P\{F > F_{\alpha, n}\} = \alpha = 0,025$

df2	df1																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	60	120	500	
1	648	799	864	900	922	937	948	957	963	969	977	985	993	998	1001	1010	1014	1017	
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.48	39.48	39.48	39.49	39.50	
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	13.99	13.95	13.91	
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.50	8.46	8.36	8.31	8.27	
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.27	6.23	6.12	6.07	6.03	
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.11	5.07	4.96	4.90	4.86	
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.40	4.36	4.25	4.20	4.16	
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.94	3.89	3.78	3.73	3.68	
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.60	3.56	3.45	3.39	3.35	
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.35	3.31	3.20	3.14	3.09	
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.16	3.12	3.00	2.94	2.90	
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.01	2.96	2.85	2.79	2.74	
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.88	2.84	2.72	2.66	2.61	
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.78	2.73	2.61	2.55	2.50	
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.69	2.64	2.52	2.46	2.41	
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.61	2.57	2.45	2.38	2.33	
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.55	2.50	2.38	2.32	2.26	
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.49	2.44	2.32	2.26	2.20	
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.44	2.39	2.27	2.20	2.15	
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.40	2.35	2.22	2.16	2.10	
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.36	2.31	2.18	2.11	2.06	
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.32	2.27	2.14	2.08	2.02	
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.29	2.24	2.11	2.04	1.99	

df2	df1																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	60	120	500
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.54	2.54	2.44	2.33	2.26	2.21	2.08	2.01	1.95
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.23	2.18	2.05	1.98	1.92
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.21	2.16	2.03	1.95	1.90
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.18	2.13	2.00	1.93	1.87
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.16	2.11	1.98	1.91	1.85
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.14	2.09	1.95	1.89	1.83
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.12	2.07	1.94	1.87	1.81
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	1.99	1.94	1.80	1.72	1.66
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.87	1.82	1.67	1.58	1.51
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.75	1.69	1.53	1.43	1.34
500	5.05	3.72	3.14	2.81	2.59	2.43	2.31	2.22	2.14	2.07	1.97	1.86	1.74	1.65	1.60	1.42	1.31	1.19

Правосторонние критические точки $F_{\alpha, \text{кр}}$
распределения Фишера (F -критерия) для уровня значимости $\alpha = 0,01$
 $P(F > F_{\alpha, \text{кр}}) = \alpha = 0,01$

df2	df1																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	500	
1	4052	4999	5404	5624	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6107	6157	6209	6240	6260	6286	6313	6340	6360	
2	98,5	99,0	99,2	99,3	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	26,9	26,7	26,6	26,5	26,4	26,3	26,2	26,1	
4	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,5	14,4	14,2	14,0	13,9	13,8	13,7	13,7	13,6	13,5	
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,9	9,7	9,6	9,4	9,4	9,3	9,2	9,1	9,0	
6	13,7	10,9	9,8	9,1	8,7	8,5	8,3	8,1	8,0	7,9	7,7	7,6	7,4	7,3	7,2	7,1	7,1	7,0	6,9	
7	12,2	9,5	8,5	7,8	7,5	7,2	7,0	6,8	6,7	6,6	6,5	6,3	6,2	6,1	6,0	5,9	5,8	5,7	5,7	
8	11,3	8,6	7,6	7,0	6,6	6,4	6,2	6,0	5,9	5,8	5,7	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	5,0	4,9	4,9	
9	10,6	8,0	7,0	6,4	6,1	5,8	5,6	5,5	5,4	5,3	5,1	5,0	4,8	4,7	4,6	4,6	4,5	4,4	4,3	
10	10,0	7,6	6,6	6,0	5,6	5,4	5,2	5,1	4,9	4,8	4,7	4,6	4,4	4,3	4,2	4,2	4,1	4,0	3,9	
11	9,6	7,2	6,2	5,7	5,3	5,1	4,9	4,7	4,6	4,5	4,4	4,3	4,1	4,0	3,9	3,9	3,8	3,7	3,6	
12	9,3	6,9	6,0	5,4	5,1	4,8	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,4	
13	9,1	6,7	5,7	5,2	4,9	4,6	4,4	4,3	4,2	4,1	4,0	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,3	3,2	
14	8,9	6,5	5,6	5,0	4,7	4,5	4,3	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,5	3,4	3,3	3,3	3,2	3,1	3,0	
15	8,7	6,4	5,4	4,9	4,6	4,3	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9	
16	8,5	6,2	5,3	4,8	4,4	4,2	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,8	
17	8,4	6,1	5,2	4,7	4,3	4,1	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	
18	8,3	6,0	5,1	4,6	4,2	4,0	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	
19	8,2	5,9	5,0	4,5	4,2	3,9	3,8	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,0	2,9	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5	
20	8,1	5,8	4,9	4,4	4,1	3,9	3,7	3,6	3,5	3,4	3,2	3,1	2,9	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	
21	8,0	5,8	4,9	4,4	4,0	3,8	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	
22	7,9	5,7	4,8	4,3	4,0	3,8	3,6	3,5	3,3	3,3	3,1	3,0	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	

**Правосторонние критические точки χ^2_{α} „
распределения Пирсона (распределения χ^2 , χ^2 -критерия)**

df	α				df	α			
	0,100	0,050	0,025	0,010		0,100	0,050	0,025	0,010
1	2,71	3,84	5,02	6,63	41	52,95	56,94	60,56	64,95
2	4,61	5,99	7,38	9,21	42	54,09	58,12	61,78	66,21
3	6,25	7,81	9,35	11,34	43	55,23	59,30	62,99	67,46
4	7,78	9,49	11,14	13,28	44	56,37	60,48	64,20	68,71
5	9,24	11,07	12,83	15,09	45	57,51	61,66	65,41	69,96
6	10,64	12,59	14,45	16,81	46	58,64	62,83	66,62	71,20
7	12,02	14,07	16,01	18,48	47	59,77	64,00	67,82	72,44
8	13,36	15,51	17,53	20,09	48	60,91	65,17	69,02	73,68
9	14,68	16,92	19,02	21,67	49	62,04	66,34	70,22	74,92
10	15,99	18,31	20,48	23,21	50	63,17	67,50	71,42	76,15
11	17,28	19,68	21,92	24,73	51	64,30	68,67	72,62	77,39
12	18,55	21,03	23,34	26,22	52	65,42	69,83	73,81	78,62
13	19,81	22,36	24,74	27,69	53	66,56	70,99	75,00	79,64
14	21,06	23,68	26,12	29,14	54	67,67	72,15	76,19	81,07
15	22,31	25,00	27,49	30,58	55	68,80	73,31	77,38	82,29
16	23,54	26,30	28,85	32,00	56	69,92	74,47	78,57	83,51
17	24,77	27,59	30,19	33,41	57	71,04	75,62	79,75	84,73
18	25,99	28,87	31,53	34,81	58	72,16	76,78	80,94	85,95
19	27,20	30,14	32,85	36,19	59	73,28	77,93	82,12	87,17
20	28,41	31,41	34,17	37,57	60	74,40	79,08	83,30	88,38
21	29,62	32,67	35,48	38,93	61	75,51	80,23	84,48	89,59
22	30,81	33,92	36,78	40,29	62	76,63	81,38	85,65	90,80
23	32,01	35,17	38,08	41,84	63	77,75	82,53	86,83	92,01
24	33,20	36,42	39,36	42,98	64	78,86	83,68	88,00	93,22
25	34,38	37,65	40,65	44,31	65	79,97	84,82	89,18	94,42
26	35,56	38,89	41,92	45,84	66	81,09	85,96	90,35	95,63
27	36,74	40,11	43,19	46,96	67	82,20	87,11	91,52	96,83
28	37,92	41,34	44,46	48,28	68	83,31	88,25	92,69	98,03
29	39,09	42,56	45,72	49,59	69	84,42	89,39	93,86	99,23
30	40,26	43,77	46,98	50,89	70	85,53	90,53	95,02	100,43
31	41,42	44,99	48,23	52,19	75	91,06	96,22	100,84	106,39
32	42,58	46,19	49,48	53,49	80	96,58	101,88	106,63	112,33
33	43,75	47,40	50,73	54,78	85	102,08	107,52	112,39	118,24
34	44,90	48,60	51,97	56,06	90	107,57	113,15	118,14	124,12
35	46,06	49,80	53,20	57,34	95	113,04	118,75	123,86	129,97
36	47,21	51,00	54,44	58,62	100	118,50	124,34	129,56	135,81
37	48,36	52,19	55,67	59,89	200	226,02	233,99	241,06	249,45
38	49,51	53,38	56,90	61,16	300	331,79	341,40	349,87	359,91
39	50,66	54,57	58,12	62,43	400	436,65	447,63	457,31	468,72
40	51,81	55,76	59,34	63,69	500	540,93	553,13	563,85	576,49

Инструкция по применению таблицы

Значение $\chi^2_{\text{кр.ур}}$ находится на пересечении строки и столбца со значениями соответственно df и α . При отсутствии нужного значения df принимается ближайшее к нему содержащееся в таблице. Так, при $\alpha = 0,025$, $df = 83$ имеем $\chi^2_{\text{кр.ур}} = 112,39$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Башина О.Э.* Общая теория статистики : учебник. М. : Финансы и статистика, 2007.
2. *Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н.* Общая теория статистики. 2-е изд., перераб. и доп. М. : ИНФРА-М, 2008.
3. Курс социально-экономической статистики. учебник / под ред. М.Г. Назарова. 5-е изд., перераб. и доп. М. : ОМЕГА-Л, 2006.
4. Методологические положения по статистике. М. : Госкомстат России, 1998. Вып. 1, 2; 2000. Вып. 3; 2003. Вып. 4, 2006. Вып. 5.
5. Национальные счета России в 1999—2006 годах. М. : Росстат, 2007.
6. *Ряузов Н.Н.* Практикум по общей теории статистики : учеб. пособие для вузов. М. : Финансы и статистика, 1981
7. *Ряузов Н.Н.* Общая теория статистики. М. : Статистика, 1984.
8. *Салин В.Н., Чурилова Э.Ю.* Практикум по курсу «Статистика» (в системе STATISTICA). М. : Социальные отношения : Перспектива, 2002.
9. *Салин В.Н., Чурилова Э.Ю.* Теория статистики для подготовки специалистов финансово-экономического профиля. М. : Финансы и статистика, 2006.
10. *Салин В.Н., Шпаковская Е.П.* Социально-экономическая статистика . учебник. М. : Юристъ, 2001
11. Статистика / под ред. В.М. Симчеры. 6-е изд. М. : Академия, 2007.
12. Статистика : учебник / И.И. Елисеева, А.В. Изотов, Е.Б. Капранова и др.; под ред. И.И. Елисевой. М. : КНОРУС, 2006.
13. Статистика. учеб.-практ. пособие / М.Г. Назаров, В.С. Варагин, Т.Б. Великанова ; под ред. М.Г. Назарова. М. : КНОРУС, 2008.
14. Теория статистики : учебник / Г.Л. Громыко, А.Н. Воробьев, С.Е. Казаринова и др. 2-е изд., перераб. и доп. М. : ИНФРА-М, 2005.
15. Теория статистики : учебник / Р.А. Шмойлова, В.Г. Минашкин, Н.А. Садовникова, Е.Б. Шувалова ; под ред. Р.А. Шмойловой. 3-е изд., перераб. и доп. М. : Финансы и статистика, 2007.
16. Экономическая статистика : учебник / Г.Л. Громыко, А.Н. Воробьев, С.Е. Казаринова и др. ; под ред. Ю.Н. Иванова. 2-е изд., перераб. и доп. М. : ИНФРА-М, 2008.

Тематическая подборка издательства «КНОРУС»

- Батракова Л.Г.* Теория статистики . учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2013.
- Дьянов Д.В.* Статистика финансов и кредита . учебник. М : КНОРУС, 2011.
- Ефимов В.В.* Статистические методы в управлении качеством продукции : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2012.
- Ковалева Т.Ю.* Практикум по теории статистики : учебно-практ. пособие. М. : КНОРУС, 2012.
- Малолетко А.Н.* Статистика туризма . учебник. М. : КНОРУС, 2012.
- Назаров М.Г.* Статистика : учебно-практ. пособие. М. : КНОРУС, 2010.
- Шубат О.М.* Общая теория статистики : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2013.